

采样非线性系统的神经网络稳定 自适应控制¹⁾

孙富春 孙增圻 张戎军

(清华大学计算机科学与技术系 国家智能技术与系统实验室 北京 100084)

摘 要

针对一类动力学未知或难以建模的采样非线性系统,提出了一种基于神经网络的跟随控制器稳定自适应控制方法。控制器采用径向基函数神经网络近似对象的动力学非线性,神经网络参数的自适应规律由稳定理论得到。文中给出了系统稳定性和跟随误差收敛性的证明,并通过仿真实例揭示了所提方法的性能。

关键词: 自适应控制,采样数据非线性系统,神经网络,滑动模。

1 引言

近年来,实时在线稳定的非线性系统神经网络自适应控制一直是神经网络控制研究的热点^[1,2]之一。这些研究具有一些共同的特点:(1)采用局部泛化神经网络(如径向基函数网络(RBF),CMAC网络和某类模糊逻辑网络等)以达到控制的快速性;(2)采用李雅普诺夫稳定理论或无源性理论设计神经网络闭环控制系统,保证整个控制系统的全局稳定性^[2,3]。这里典型的方案是将直接或间接自适应控制方法和变结构控制相结合,以达到改善系统性能的目的^[2]。然而,目前这方面大多数的研究都集中在连续非线性系统的神经网络稳定自适应控制,而离散非线性系统的神经网络稳定自适应控制则讨论得很少^[4]。本文从自适应扇区滑动模控制^[5]和神经网络方法集成的角度研究了采样非线性系统的神经网络稳定自适应控制方法。

2 系统描述

考虑一类多输入/出非线性连续时间系统

$$\dot{\mathbf{x}}^{(n)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m) + B(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m)\mathbf{u}(t), \quad (1)$$

这里 $\mathbf{x}_i = [x_i, \dot{x}_i, \dots, x_i^{(n_i-1)}]^T \in R^{n_i} (i = 1, \dots, m)$ 是系统的子状态向量;系统状态向量 $[\mathbf{x}_1^T, \dots, \mathbf{x}_m^T]^T \in R^r, r = \sum_{i=1}^m n_i, x_i (i = 1, \dots, m)$ 是 m 个独立的坐标; $\mathbf{f} = [f_1, \dots,$

1) 本文曾在 1995 年全国智能自动化学术年会(天津)上宣读。
本文于 1995 年 7 月 13 日收到

$f_m]^T \in R^m$ 是非线性函数向量场; $B = [b_{ij}] \in R^{m \times m}$ 是控制增益矩阵; $u = [u_1, \dots, u_m]^T$ 是控制向量; $x^{(n)} = [x_1^{(n_1)}, x_2^{(n_2)}, \dots, x_m^{(n_m)}]^T \in R^m$.

方程(1)可以写成下列状态空间形式^[6]

$$\dot{x} = h(x) + \sum_{j=1}^m g_j(x)u_j, \quad (2)$$

其中 $x = [x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^{n_1}, x_2^1, x_2^2, \dots, x_m^{n_m}]^T$, $h = [x_1^2, x_1^3, \dots, f_1, x_2^2, \dots, f_m]^T$, $g_j = [0, 0, \dots, b_{1j}, 0, \dots, b_{mj}]^T$, $x_i^l = x_i$, $x_i^{l+1} = \dot{x}_i^l$, $i = 1, \dots, m$; $l = 1, \dots, n_i - 1$.

如果控制器与系统之间采用零阶保持器, 则(2)式的采样数据二阶近似可以表示为

$$x(k+1) = Ax(k) + G(x(k))u(k) + w(x(k), u(k)), \quad (3)$$

这里 $A = \text{diag}[A_1, \dots, A_m]$, $A_i = [\chi_i, (\chi_i)', \dots, (\chi_i)^{(n_i-1)}]^T$, $\chi_i = \left[1, \delta, \dots, \frac{\delta^{n_i-1}}{(n_i-1)!}\right]^T$,

$G(x(k)) = [\beta^{1T}, (\beta^{1T})', \dots, (\beta^{1T})^{(n_1-1)}, \dots, (\beta^{mT})^{(n_m-1)}]^T \in R^{r \times m}$, $w(x(k), u(k)) = [\gamma^1 + \alpha^1, (\gamma^1 + \alpha^1)', \dots, (\gamma^1 + \alpha^1)^{(n_1-1)}, \dots, (\gamma^m + \alpha^m)^{(n_m-1)}]^T \in R^r$, $\alpha^i = \frac{\delta^{n_i}}{(n_i)!} f_i + \frac{\delta^{n_i+1}}{(n_i+1)!} L_h f_i$, $\beta^i = [\beta_1^i, \beta_2^i, \dots, \beta_m^i]$, $\beta_j^i = \frac{\delta^{n_i}}{n_i!} b_{ij} + \frac{\delta^{n_i+1}}{(n_i+1)!} (L_{g_j} f_i +$

$L_h b_{ij})$, $\gamma^i = \frac{\delta^{n_i+1}}{(n_i+1)!} \sum_{j,q=1}^m u_j u_q L_{g_j} b_{iq}$, $i, j = 1, \dots, m$, δ 表示采样周期.

(2)式采样数据的精确表示仍然可以写成(3)式的形式, 所不同的是 $G(x(k))$, $w(x(k), u(k))$ 的表示更加复杂^[6].

对离散系统(3), 定义系统跟随误差度量为^[2]

$$s(k) = Ce(k), \quad (4)$$

这里 $s(k) = [s_1(k), \dots, s_m(k)]^T$, $e(k) = x(k) - x_d(k) = [e_1^1, e_1^2, \dots, e_1^{n_1}, \dots, e_m^{n_m}]^T \in R^r$, $x_d(k) = [x_1^{1d}, x_1^{2d}, \dots, x_1^{n_1d}, \dots, x_m^{n_md}]^T \in R^r$, $C = \text{diag}[c_1, \dots, c_m] \in R^{m \times r}$, $c_i = [c_i^1, c_i^2, \dots, c_i^{n_i}] \in R^{1 \times n_i}$.

假设不激起系统未建模动力学的理想闭环控制带宽为 λ , 则 c_i^j 按文献[7]方法选取

$$c_i^j = \begin{bmatrix} n_i - 1 \\ j - 1 \end{bmatrix} \lambda^{n_i-j}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n_i. \quad (5)$$

由(3)式和(4)式得到

$$s(k+1) = CAx(k) + CG(x(k))u(k) + Cw(x(k), u(k)) - Cx_d(k+1). \quad (6)$$

为实现系统的解耦设计, 假设

$$CG(x(k)) = \bar{G}(k) + \tilde{G}(k), \quad (7)$$

这里 $\bar{G}(k)$ 为对角矩阵, $\tilde{G}(k)$ 为零对角元方阵.

将(7)式代入(6)式直接得到

$$\begin{aligned} (\bar{G}(k))^{-1}s(k+1) &= (\bar{G}(k))^{-1}rs(k) + (\bar{G}(k))^{-1}\{C(A-I)x(k) + \bar{r}s(k) \\ &\quad + C(x_d(k) - x_d(k+1))\} + \bar{w}(k) + u(k), \end{aligned} \quad (8)$$

这里 $r = 1 - \bar{r}$, \bar{r} 为与系统的控制带宽有关的参数, 一般按下式来选取^[7]

$$\bar{r} = \cos(\lambda\delta) + \sqrt{(2 - \cos(\lambda\delta))^2 - 1} - 1, \quad (9a)$$

$$\text{且} \quad \bar{w}(k) = (\bar{G}(k))^{-1}[Cw(x(k), u(k)) + \tilde{G}(k)u(k)]. \quad (9b)$$

假设系统的动力学可以通过神经网络在线构造,且取控制为

$$\mathbf{u}(k) = -(\bar{\mathbf{G}}^*(k))^{-1}[C(A - I)\mathbf{x}(k) + \bar{r}\mathbf{s}(k) + C(\mathbf{x}_d(k) - \mathbf{x}_d(k + 1))] - \bar{\mathbf{w}}^*(k), \quad (10)$$

这里 $\bar{\mathbf{G}}^*(k)$ 和 $\bar{\mathbf{w}}^*(k)$ 表示 $\bar{\mathbf{G}}(k)$ 和 $\bar{\mathbf{w}}(k)$ 的最优神经网络估计. 这样由 (8) 式得到

$$\mathbf{s}(k + 1) = r\mathbf{s}(k) + \varepsilon(k), \quad \|\mathbf{s}(\infty)\| \leq \max\{\|\bar{r}^{-1}\varepsilon(\infty)\|\}, \quad (11)$$

这里 $\varepsilon(k)$ 与固有的神经网络近似误差有关,表示系统的模型重构误差.

(11)式表示一多维数字滤波器,如果 \bar{r} 按 (9a) 式选取,则稳定的自适应控制满足系统带宽的匹配条件^[9],同时系统的渐近误差仅依赖固有的神经网络近似误差和不激起系统未建模动力学模态的闭环控制带宽.

在给出稳定的神经网络自适应控制方法前,先作两点假设.

假设 1. $\bar{\mathbf{w}}(k)$, $\bar{\mathbf{G}}(k)$ 充分光滑,且在某一紧致集上, $\bar{\mathbf{G}}(k)$ 的对角元素有界且符号已知并保持不变,远不等于零.

假设 2. 在某一紧致集上,任一有界光滑函数 $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}(k)) \in R^m$ 可以采用高斯径向基函数逼近

$$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}(k)) = W_N^* y_N(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{e}(k), \quad (12)$$

这里 $y_N(\mathbf{x}(k)) \in R^{m_f}$ 表示高斯基函数向量, $\mathbf{e}(k) \in R^m$ 是神经网络的近似误差, $W_N^* \in R^{m \times m_f}$ 为最优网络权值.

3 基于神经网络的稳定自适应控制

选择下列控制规律

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_c(k) + \bar{\mathbf{u}}(k), \quad (13)$$

这里

$$\mathbf{u}_c(k) = -(\hat{\mathbf{G}}(k))^{-1}[C(A - I)\mathbf{x}(k) + \bar{r}\mathbf{s}(k) + C(\mathbf{x}_d(k) - \mathbf{x}_d(k + 1))] - \hat{\mathbf{w}}(k), \quad (14)$$

其中 $\hat{\mathbf{G}}(k)$, $\hat{\mathbf{w}}(k)$ 分别为 $\bar{\mathbf{G}}(k)$, $\bar{\mathbf{w}}(k)$ 的估值.

由 (14) 式可以看出, $\mathbf{u}_c(k)$ 由常规滑动模控制中的前馈等效控制^[7]和比例微分控制项 ($\bar{r}\mathbf{s}(k)$) 组成,比例微分项主要用于控制系统的品质. $\bar{\mathbf{u}}(k)$ 是非线性控制项,用于实现扇区滑动模控制和补偿神经网络固有的逼近误差. $\bar{\mathbf{u}}(k)$ 的定义将在后面给出.

将 (13), (14) 式代入 (8) 式得

$$\begin{aligned} (\bar{\mathbf{G}}(k))^{-1}\mathbf{s}(k + 1) &= (\bar{\mathbf{G}}(k))^{-1}r\mathbf{s}(k) + [(\bar{\mathbf{G}}(k))^{-1} - (\hat{\mathbf{G}}(k))^{-1}]\bar{\mathbf{h}}(k) + \bar{\mathbf{w}}(k) \\ &\quad - \hat{\mathbf{w}}(k) + \bar{\mathbf{u}}(k) = (\bar{\mathbf{G}}(k))^{-1}r\mathbf{s}(k) + [(\Gamma_1(k) - \hat{\Gamma}_1(k))\bar{h}_1(k), \dots, (\Gamma_m(k) \\ &\quad - \hat{\Gamma}_m(k))\bar{h}_m(k)]^T + \bar{\mathbf{w}}(k) - \hat{\mathbf{w}}(k) + \bar{\mathbf{u}}(k), \end{aligned} \quad (15)$$

这里 $(\bar{\mathbf{G}}(k))^{-1} = \text{diag}[\Gamma_1(k), \dots, \Gamma_m(k)] \in R^{m \times m}$, $(\hat{\mathbf{G}}(k))^{-1}$

$$= \text{diag}[\hat{\Gamma}_1(k), \dots, \hat{\Gamma}_m(k)] \in R^{m \times m},$$

$$\bar{\mathbf{w}}(k) = [w_1(k), \dots, w_m(k)]^T \in R^m, \quad \hat{\mathbf{w}}(k) = [\hat{w}_1(k), \dots, \hat{w}_m(k)]^T \in R^m, \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{h}}(k) = C(A - I)\mathbf{x}(k) + \bar{r}\mathbf{s}(k) + C(\mathbf{x}_d(k) - \mathbf{x}_d(k + 1)) \in R^{m \times m},$$

$$\bar{\mathbf{h}}(k) = [\bar{h}_1(k), \bar{h}_2(k), \dots, \bar{h}_m(k)]^T, \quad \bar{\mathbf{u}}(k) = [\bar{u}_1(k), \dots, \bar{u}_m(k)]^T.$$

由假设 2, $\Gamma_i(k), w_i(k), \hat{\Gamma}_i(k), \hat{w}_i(k)$ 分别采用高斯径向基函数逼近, 则有

$$\Gamma_i(k) = (\boldsymbol{\psi}_i^*)^T \mathbf{y}_\psi(k) + v_i(k), \quad w_i(k) = (\boldsymbol{\varphi}_i^*)^T \mathbf{y}_\varphi(k) + \gamma_i(k), \quad (17a)$$

$$\hat{\Gamma}_i(k) = (\hat{\boldsymbol{\psi}}_i(k))^T \mathbf{y}_\psi(k), \quad \hat{w}_i(k) = (\hat{\boldsymbol{\varphi}}_i(k))^T \mathbf{y}_\varphi(k), \quad i = 1, \dots, m, \quad (17b)$$

这里 $\mathbf{y}_\psi(k) = (y_\psi^1(k), \dots, y_\psi^{n_\psi}(k))^T \in R^{n_\psi}$, $\mathbf{y}_\varphi(k) = (y_\varphi^1(k), \dots, y_\varphi^{n_\varphi}(k))^T \in R^{n_\varphi}$ 代表高斯基函数向量, $\boldsymbol{\psi}_i^* \in R^{n_\psi}$, $\boldsymbol{\varphi}_i^* \in R^{n_\varphi}$ 表示最优网络权值, $\hat{\boldsymbol{\psi}}_i(k) \in R^{n_\psi}$, $\hat{\boldsymbol{\varphi}}_i(k) \in R^{n_\varphi}$ 表示网络的权值估计, $v_i(k), \gamma_i(k)$ ($i = 1, \dots, m$) 表示神经网络的近似误差。

将 (16) 式和 (17) 式代入 (15) 式得到

$$\begin{aligned} (\bar{G}(k))^{-1} \mathbf{s}(k+1) &= (\bar{G}(k))^{-1} r \mathbf{s}(k) + [(\boldsymbol{\psi}_1^* - \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(k)) \bar{h}_1(k), \dots, (\boldsymbol{\psi}_m^* \\ &\quad - \hat{\boldsymbol{\psi}}_m(k)) \bar{h}_m(k)]^T \mathbf{y}_\psi(k) + [(\boldsymbol{\varphi}_1^* - \hat{\boldsymbol{\varphi}}_1(k)), \dots, (\boldsymbol{\varphi}_m^* - \hat{\boldsymbol{\varphi}}_m(k))]^T \mathbf{y}_\varphi(k) \\ &\quad + \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \bar{\mathbf{u}}(k), \end{aligned} \quad (18)$$

定义

$$\begin{aligned} (\bar{G}(k))^{-1} \tilde{\mathbf{s}}(k+1) &= (\bar{G}(k))^{-1} [\mathbf{s}(k+1) - r \mathbf{s}(k)] = Y^T(k) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) \\ &\quad + \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \bar{\mathbf{u}}(k), \end{aligned} \quad (19)$$

(19) 式写成解耦的形式为

$$\Gamma_l(k) \tilde{s}_l(k+1) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l^T(k) \bar{\mathbf{y}}_l(k) + \varepsilon_l(k) + \bar{u}_l(k), \quad (20)$$

这里

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\theta}_i^* &= ((\boldsymbol{\psi}_i^*)^T, (\boldsymbol{\varphi}_i^*)^T)^T, \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}_i = (\hat{\boldsymbol{\psi}}_i^T(k), \hat{\boldsymbol{\varphi}}_i^T(k))^T, \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i &= \boldsymbol{\theta}_i^* - \hat{\boldsymbol{\theta}}_i = (\tilde{\theta}_{i1}, \dots, \tilde{\theta}_{i(n_\psi+n_\varphi)})^T \in R^{(n_\psi+n_\varphi)}, \\ \boldsymbol{\theta}^* &= ((\boldsymbol{\theta}_1^*)^T, \dots, (\boldsymbol{\theta}_m^*)^T)^T, \\ \hat{\boldsymbol{\theta}} &= (\hat{\boldsymbol{\theta}}_1^T(k), \dots, \hat{\boldsymbol{\theta}}_m^T(k))^T, \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) = (\boldsymbol{\theta}^* - \hat{\boldsymbol{\theta}}(k)) \in R^{ne}, \\ \bar{\mathbf{y}}_l(k) &= [(y_\psi(k) \bar{h}_l(k))^T, (y_\varphi(k))^T]^T \in R^{(n_\psi+n_\varphi)}, \\ Y(k) &= \text{diag}[\bar{\mathbf{y}}_1(k), \dots, \bar{\mathbf{y}}_m(k)], \quad \varepsilon_l(k) = v_l(k) \bar{h}_l(k) + \gamma_l(k), \\ \varepsilon_m &= \max_i (|\varepsilon_i(k)|), \quad \max_j |\tilde{\theta}_{ij}(k)| \leq p_l, \quad p_l \text{ 为一常数}, \\ l &= 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, (n_\psi + n_\varphi), \quad ne = m \times (n_\psi + n_\varphi). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

在定义了神经网络的基函数后, 下面定义非线性控制项为

$$\bar{u}_l(k) = \sum_{j=1}^{n_\psi} a_j^l y_\psi^j(k) \bar{h}_l(k) + \sum_{j=1}^{n_\varphi} b_j^l y_\varphi^j(k) + \sum_{j=1}^{n_l} d_j^l e_j(k) - \varepsilon_m \text{sgn}(s_l(k)), \quad (22)$$

这里 $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数; a_j^l, b_j^l 和 d_j^l 是开关型系数, 其定义见 (26) 式。

将 (22) 式代入 (20) 式得到

$$\begin{aligned} \Gamma_l(k) \tilde{s}_l(k+1) &= \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l^T(k) \bar{\mathbf{y}}_l(k) + \varepsilon_l(k) + \sum_{j=1}^{n_\psi} a_j^l y_\psi^j(k) \bar{h}_l(k) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{n_\varphi} b_j^l y_\varphi^j(k) + \sum_{j=1}^{n_l} d_j^l e_j(k) - \varepsilon_m \text{sgn}(s_l(k)). \end{aligned} \quad (23)$$

下面定理给出了稳定的神经网络自适应学习算法, 以及系统的全局稳定性证明。

定理 1. 对系统 (3), 如果 $(\bar{G}(k))^{-1} > 0$, 则采用 (13) 式控制, 神经网络应用下列学习算法

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\theta}}_l(k) = \eta_l r \bar{\mathbf{y}}_l(k) s_l(k), \quad l = 1, \dots, m, \quad (24)$$

能够保证系统的跟随误差度量进入下面定义的扇区

$$\mathcal{Q}(k) = \bigcup_{l=1}^m \Gamma_A^l(k) \cup \Gamma_B^l(k) \cup \Gamma_C^l(k), \quad (25)$$

其中

$$\Gamma_A^l(k) = \bigcup_{j=1}^{n_\psi} \{s_l(k) \|s_l(k)y_\psi^j(k)\bar{h}_l(k)\| \leq \rho_l^j\}, \quad \Gamma_B^l(k) = \bigcup_{j=1}^{n_\varphi} \{s_l(k) \|s_l(k)y_\varphi^j(k)\| \leq v_l^j\},$$

$$\Gamma_C^l(k) = \bigcup_{j=1}^{n_l} \{s_l(k) \|s_l(k)e_l^j(k)\| \leq \xi_l^j\}, \quad \rho_l^j = \frac{\alpha_l(h_l + p_l)^2}{2h_l r} |y_\psi^j(k)\bar{h}_l(k)| A^l(k),$$

$$v_l^j = \frac{\alpha_l(h_l + p_l)^2}{2h_l r} |y_\varphi^j(k)| A^l(k), \quad \xi_l^j = \frac{\alpha_l(h_l + p_l)^2}{2h_l r} |e_l^j(k)| A^l(k),$$

$$A^l(k) = \left\{ \sum_{j=1}^{n_\psi} |y_\psi^j(k)H_l(k)| + \sum_{j=1}^{n_\varphi} |y_\varphi^j(k)| + \sum_{j=1}^{n_l} |e_l^j(k)| + \kappa_l \right\}, \quad l = 1, \dots, m.$$

在扇区内,自适应控制是稳定的。(22)式的开关系数由下式确定

$$a_l^j = \begin{cases} h_l & s_l(k)y_\psi^j(k)\bar{h}_l(k) < -\rho_l^j \\ 0 & |s_l(k)y_\psi^j(k)\bar{h}_l(k)| \leq \rho_l^j \\ -h_l & s_l(k)y_\psi^j(k)\bar{h}_l(k) > \rho_l^j \end{cases}, \quad b_l^j = \begin{cases} h_l & s_l(k)y_\varphi^j(k) < -v_l^j \\ 0 & |s_l(k)y_\varphi^j(k)| \leq v_l^j \\ -h_l & s_l(k)y_\varphi^j(k) > v_l^j \end{cases},$$

$$d_l^j = \begin{cases} h_l & s_l(k)e_l^j(k) < -\xi_l^j \\ 0 & |s_l(k)e_l^j(k)| \leq \xi_l^j \\ -h_l & s_l(k)e_l^j(k) > \xi_l^j \end{cases}. \quad (26)$$

其中 $h_l(l = 1, \dots, m)$ 是增益系数,满足 $\kappa_l(p_l + h_l) = 8\varepsilon_m$; 同时假设下式成立

$$\left. \begin{aligned} \alpha_l &\geq 1/|\Gamma_l(k)|_{\min}, \quad 0 < \eta_l \bar{\mathbf{y}}_l^T(k) \bar{\mathbf{y}}_l(k-1) < 2|\Gamma_l(k)|_{\min}/r, \\ [r^2 \eta_l \|\bar{\mathbf{y}}_l(k)\|^2 - (r + \frac{1}{2} \bar{r}) \Gamma_l(k) + \Gamma_l(k-1)] &\geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

这里 η_l 是学习率。

证明. 设李雅普诺夫函数为

$$V(k) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T(k) (\bar{G}(k-1))^{-1} \mathbf{s}(k) + \sum_{l=1}^m \frac{1}{2\eta_l} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l^T(k-1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l(k-1), \quad (28)$$

其一阶前向差分

$$\begin{aligned} \Delta V(k+1) &= V(k+1) - V(k) = r \mathbf{s}^T(k) (\bar{G}(k))^{-1} \tilde{\mathbf{s}}(k+1) \\ &\quad - \left(\bar{r} - \frac{1}{2} \bar{r}^2 \right) \mathbf{s}^T(k) (\bar{G}(k))^{-1} \mathbf{s}(k) + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{s}}^T(k+1) (\bar{G}(k))^{-1} \tilde{\mathbf{s}}(k+1) \\ &\quad + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T(k) ((\bar{G}(k))^{-1} - (\bar{G}(k-1))^{-1}) \mathbf{s}(k) \\ &\quad - \sum_{l=1}^m \left\{ \frac{1}{\eta_l} \Delta \hat{\boldsymbol{\theta}}_l^T(k) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l(k) + \frac{1}{2\eta_l} \Delta \hat{\boldsymbol{\theta}}_l^T(k) \Delta \hat{\boldsymbol{\theta}}_l(k) \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

首先考虑跟随误差度量在扇区外的情况。由于

$$\begin{aligned}
& r\mathbf{s}^T(k)(\bar{G}(k))^{-1}\tilde{\mathbf{s}}(k+1) - \sum_{l=1}^m \left\{ \frac{1}{\eta_l} \Delta\hat{\theta}_l^T(k)\tilde{\theta}_l(k) + \frac{1}{2\eta_l} \Delta\hat{\theta}_l^T(k)\Delta\hat{\theta}_l(k) \right\} \\
& = \sum_{l=1}^m r s_l(k) \left\{ (\varepsilon_l(k) - \varepsilon_m \operatorname{sgn}(s_l(k))) + \sum_{j=1}^{n_\psi} a_j^l y_\psi^j(k) \bar{h}_l(k) \right. \\
& \quad \left. + \sum_{j=1}^{n_\varphi} b_j^l y_\varphi^j(k) + \sum_{j=1}^{n_l} d_j^l e_l^j(k) \right\} - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m \eta_l r^2 s_l^2(k) \|\bar{\mathbf{y}}_l(k)\|^2 \\
& \leq \sum_{l=1}^m \left\{ r(s_l(k)\varepsilon_l(k) - \varepsilon_m |s_l(k)|) - \frac{1}{2} \alpha_l (p_l + h_l)^2 \left(\sum_{j=1}^{n_\psi} |y_\psi^j(k) \bar{h}_l(k)| \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \sum_{j=1}^{n_\varphi} |y_\varphi^j(k)| + \sum_{j=1}^{n_l} |e_l^j(k)| \right) A^l(k) \right\} - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m \eta_l r^2 s_l^2(k) \|\bar{\mathbf{y}}_l(k)\|^2. \quad (30)
\end{aligned}$$

由(23)式,不难得到

$$\begin{aligned}
|\Gamma_l(k)\tilde{s}_l(k+1)| & \leq (p_l + h_l) \left\{ \sum_{j=1}^{n_\psi} |y_\psi^j(k) \bar{h}_l(k)| + \sum_{j=1}^{n_\varphi} |y_\varphi^j(k)| \right. \\
& \quad \left. + \sum_{j=1}^{n_l} |e_l^j(k)| \right\} + 2\varepsilon_m, \quad (31)
\end{aligned}$$

如果假设 $|\Gamma_l(k)\tilde{s}_l(k+1)| \geq 3\varepsilon_m$, 则有

$$\begin{aligned}
(|\Gamma_l(k)\tilde{s}_l(k+1)| - 2\varepsilon_m)^2 & \leq (p_l + h_l)^2 \left\{ \sum_{j=1}^{n_\psi} |y_\psi^j(k) \bar{h}_l(k)| + \sum_{j=1}^{n_\varphi} |y_\varphi^j(k)| \right. \\
& \quad \left. + \sum_{j=1}^{n_l} |e_l^j(k)| \right\}^2. \quad (32)
\end{aligned}$$

将(30),(32)和(27)式代入(29)式有

$$\begin{aligned}
\Delta V(k+1) & \leq \sum_{l=1}^m r(s_l(k)\varepsilon_l(k) - \varepsilon_m |s_l(k)|) \\
& \quad - \sum_{l=1}^m \frac{1}{2} \left\{ (\alpha_l |\Gamma_l(k)| - 1) |\Gamma_l(k)| \tilde{s}_l^2(k+1) \right. \\
& \quad \left. + s_l^2(k) \left[r^2 \eta_l \|\bar{\mathbf{y}}_l(k)\|^2 - \left(r + \frac{1}{2} \bar{r} \right) \Gamma_l(k) + \Gamma_l(k-1) \right] \right\} < 0. \quad (33)
\end{aligned}$$

当 $|\Gamma_l(k)\tilde{s}_l(k+1)| < 3\varepsilon_m$ 时,(11)式描述的自适应关系已经满足.

在扇区内,由权值调整公式(24)得

$$\begin{aligned}
\theta_l(k) & = \theta_l(k-1) - \eta_l r \bar{\mathbf{y}}_l(k) s_l(k) = [I - \eta_l r \bar{\mathbf{y}}_l(k) \bar{\mathbf{y}}_l^T(k-1) / \Gamma_l(k)] \theta_l(k-1) \\
& \quad - \eta_l r \bar{\mathbf{y}}_l(k) [\varepsilon_l(k-1) - \varepsilon_m \operatorname{sgn}(s_l(k-1)) + r s_l(k-1)] / \Gamma_l(k), \\
l & = 1, \dots, m \quad (34)
\end{aligned}$$

不难分析,只要选择 η_l 满足 $0 < \eta_l \bar{\mathbf{y}}_l^T(k) \bar{\mathbf{y}}_l(k-1) < 2|\Gamma_l(k)|_{\min} / r$, 则 $\theta_l(k)$ 的估计得到保证,同时由(29)式得到 $\Delta V(k+1) \leq 0$. 这样,自适应控制在扇区内稳定.

定理 2. 在 $(\bar{G}(k))^{-1}$ 不满足正定条件的情况下, 只要将 (22), (24) 和 (25) 式中的 $s(k)$ 改为 $\bar{s}(k)$, $s_l(k)$ 改为 $\bar{s}_l(k)$, 这里 $\bar{s}(k) = s(k)\bar{\Gamma} = [\bar{s}_1(k), \dots, \bar{s}_m(k)]^T$, $\bar{\Gamma} = \text{diag}[\text{sgn}(\Gamma_1(k)), \dots, \text{sgn}(\Gamma_m(k))]$, 定理 1 结论仍然成立.

证明. 只要将 (28) 式定义李雅普诺夫函数中的 $(\bar{G}(k-1))^{-1}$ 换为 $\bar{\Gamma}(\bar{G}(k-1))^{-1}$, 其它推证同定理 1.

4 扇区参数的设置

由 (25) 式不难得到扇区的大小估计为

$$|s_l(k)| \leq \frac{\alpha_l(p_l + h_l)^2}{2h_l r} A^l(k), \quad l = 1, \dots, m, \quad (35)$$

同时得到

$$0 < h_l \leq \frac{2}{\alpha_l} \max_i (c_i^l), \quad |\bar{s}_l(k+1)| \leq \frac{2h_l r}{\alpha_l(\Gamma_l(k))_{\min}(p_l + h_l)} |s_l(k)|. \quad (36)$$

由 (36) 式知, 为保证一个较快的自适应收敛速度和稳定的自适应控制, r_l 应选得大一些, h_l 选择得相对小一些.

5 应用实例

这里将所提出的控制方法用于二自由度机械手的位置跟随控制. 二自由度机械手的动力学方程和参数同于文献 [9], 只是这里用 ζ_1 和 ζ_2 表示文献 [9] 中的关节变量 θ 和 ϕ .

机械手待跟随的理想关节角为

$$\zeta_{1d}(t) = \frac{1}{2} (\sin t + \sin 2t), \quad \zeta_{2d}(t) = .5(\cos 3t + \cos 4t). \quad (37)$$

在六维输入空间 $\zeta_{1,2} \in [-2, 2](\text{rad})$, $\dot{\zeta}_1 \in [-2, 2](\text{rad/s})$, $\dot{\zeta}_2 \in [-4, 4](\text{rad/s})$, $u_1 = [-360, 360](\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s})$, $u_2 \in [-182, 182](\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s})$, 将每个输入空间的变量分别取 21 个水平划分, 然后按正交设计对输入空间进行划分, 并将其作为基函数的中心, 共需 441 个高斯基函数近似 $\bar{w}(k)$. 同样, 在四维空间 $\zeta_{1,2} \in [-2, 2](\text{rad})$, $\dot{\zeta}_1 \in [-2, 2](\text{rad/s})$, $\dot{\zeta}_2 \in [-4, 4](\text{rad/s})$, 每个输入变量分别取 11 个水平, 这样按正交设计共需 121 个高斯基函数近似 $\bar{G}(k)$. 在按上述步骤设置基函数的数目和中心位置后, 采用离散样本数据通过梯度法离线监督学习确定基函数的中心位置和宽度^[10], 最后将得到的基函数用于机械手的在线自适应控制.

机械手仿真采用四阶龙格库达积分, 积分步长 0.002 秒, 控制器采样周期 0.01 秒, 取 $\lambda = 25$, $p_l = 0.5$, $h_l = 2.5$, $\eta_1 = 0.0072$, $\eta_2 = 0.0071$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.09$, $\varepsilon_m = 0.002$. 仿真的初始条件均为 $[\zeta_1(0), \dot{\zeta}_1(0), \zeta_2(0), \dot{\zeta}_2(0)] = [1.0, 1.5, 1.0, 0]$.

仿真研究表明, 神经网络自适应控制在模型和负荷未知的情形下, 得到了与边界层滑动模控制方法(仅考虑了负荷的不确定性)几乎相同的控制精度, 显示了其很好的控

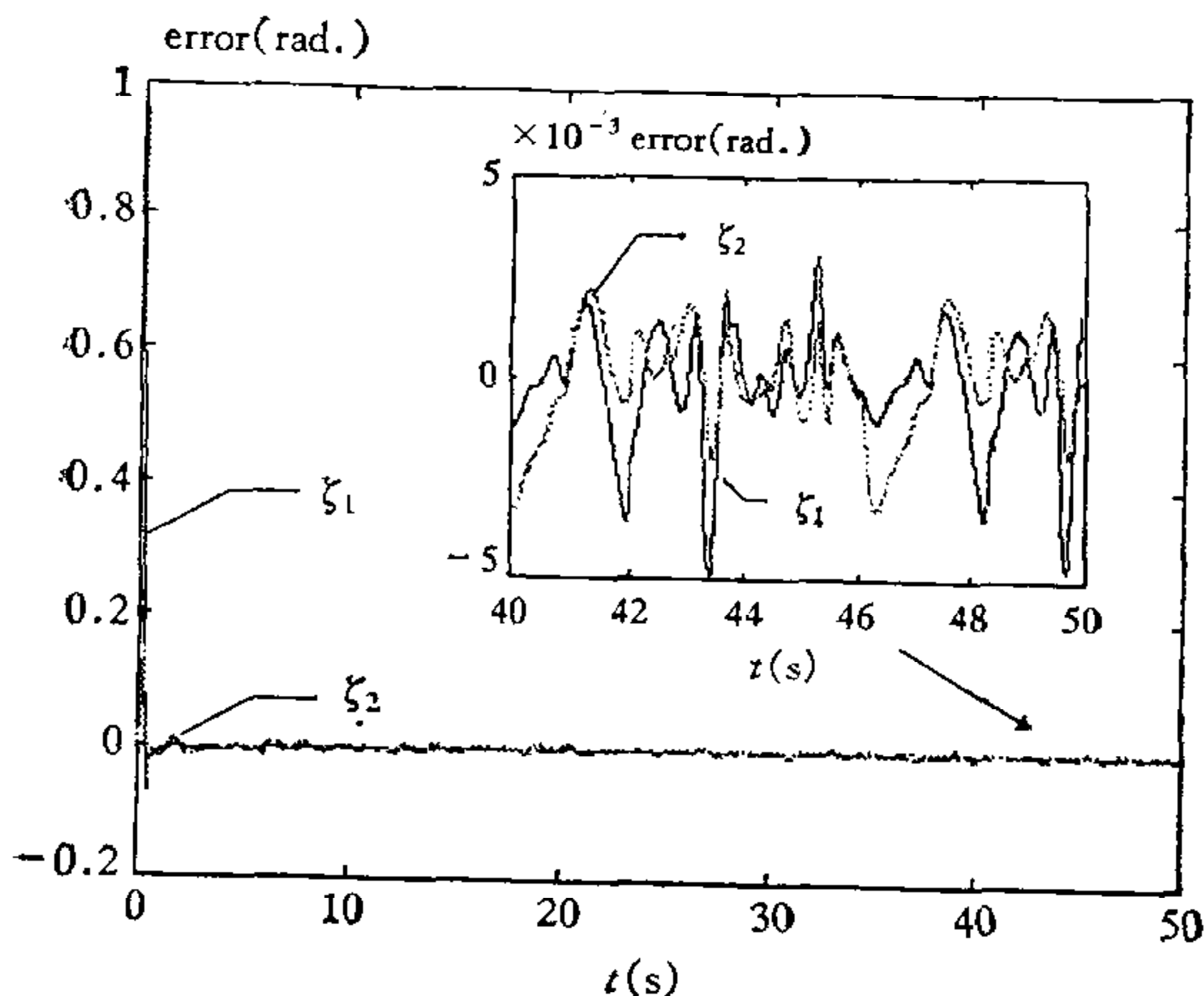


图1 神经网络控制关节角跟随误差

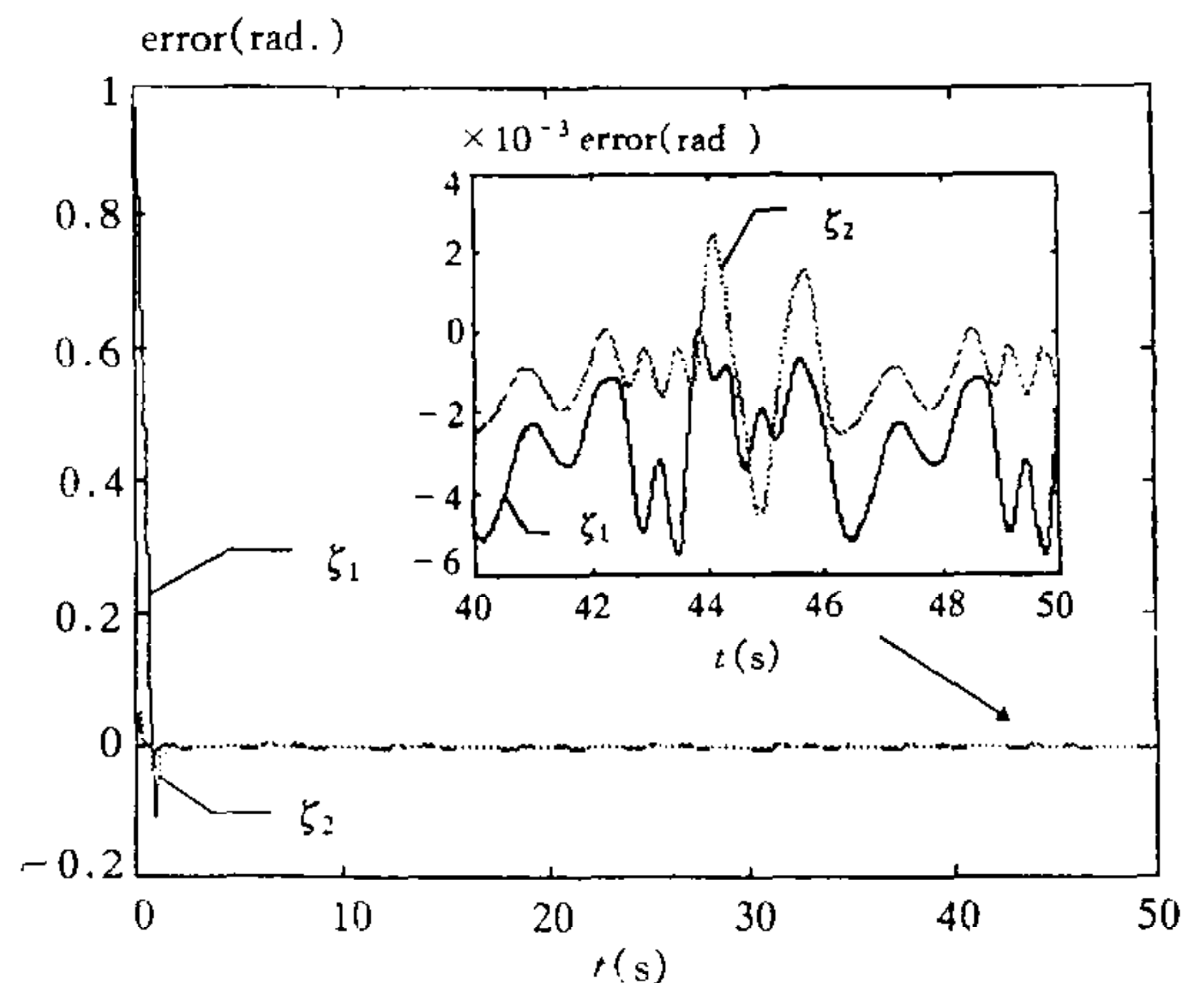


图2 滑动模控制关节角跟随误差

制性能。图1和图2分别表示采用神经网络自适应控制和边界层滑动模控制的机械手关节角跟随误差响应。

6 结束语

本文研究了一类采样非线性系统的神经网络稳定自适应控制方法,给出了具体的控制算法和系统全局稳定性的证明,并通过与边界层滑动模控制^[8]比较的方式,验证了所提算法的控制性能。虽然该算法是针对模型未知系统提出的,但只要对(14)式和(17)式稍加改动,即可适用于模型部分已知系统的控制。

参 考 文 献

- [1] Narendra K S. Adaptive control of dynamical systems using neural networks. Handbook of Intelligent Control—Neural, Fuzzy and Adaptive Approaches, Edited by White D A, Sofge D A. New York: Multiscience Press, Inc., 1992: 141—184.
- [2] Sanner R M, Slotine J J E. Gaussian networks for direct adaptive control. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1992, 3(5): 837—863.
- [3] Lewis F L, Liu K, Yesildirek A. Neural net robot controller with guaranteed tracking performance. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1995, 6(3):703—715.
- [4] Jagannathan S, Lewis F L. Discrete-time neural net controller with guaranteed performance. Proceedings of the American Control Conference, 1994, 3:3334—3339.
- [5] Furuta K. VSS type self-tuning control. *IEEE Trans. on Indus. Electro.* 1993, 40 (1):37—44.
- [6] Elmali H, Olgac N. Sliding mode control with perturbation estimation: a new approach. *Int. J. Control*, 1992, 56(4): 923—941.
- [7] 孙富春,孙增圻. 机械手的离散滑动模控制器设计. *控制理论与应用*, 1992, 9(4): 360—366.
- [8] Slotine J J E. Sliding mode controller design for nonlinear systems. *Int. J. Contr.*, 1984, 40(2): 421—434.
- [9] Leung T P, Zhou Q J, Su C Y. An adaptive variable structure model following control design for robot manipulators. *IEEE Trans. on Auto Contr.*, 1991, 36(3): 347—352.
- [10] Bass E, Lee K Y. Robust control of nonlinear systems using norm-bounded neural networks. *IEEE World Congress on Computational Intelligence (Proc. of Neural Networks, IEEE'94)*, 1994: 2524—2529.

STABLE ADAPTIVE CONTROL FOR SAMPLED-DATA NONLINEAR SYSTEMS USING NEURAL NETWORKS

SUN FUCHUN SUN ZENGQI ZHANG RONGJUN

(Dept. of Computer Science and Technology, National Lab of Intelligence Technology and Systems, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract

A neural network-based stable adaptive control approach is developed in this paper for a class of sampled-data nonlinear systems, for which the nonlinear system dynamics are either unknown or difficult to obtain. The controller employs Radial Basis Function (RBF) neural networks to adaptively compensate for the plant nonlinearities, and the neural network parameters are adapted using stability theory. A complete stability and tracking error convergence proof is given, and the effectiveness of the proposed control approach is illustrated through simulation studies of a two-link manipulator.

Key words: Adaptive control, sampled-data nonlinear systems, neural networks, sliding mode.



孙富春 1964年出生于江苏。分别于1986年和1989年在海军航空工程学院获得学士和硕士学位。现在清华大学计算机系智能技术与系统国家重点实验室攻读博士学位。共鉴定成果5项，发表论文近40篇。目前研究兴趣为模糊逻辑和神经网络控制、离散系统的滑动模控制和柔性动力学系统的建模与智能控制。

孙增圻 简介及照片见本刊第21卷第2期。



张戎军 1968年出生于湖南。分别于1991年和1994年在华中理工大学获硕士和博士学位。现在清华大学计算机系从事博士后研究。在国内外杂志以及国际会议上发表论文十余篇。目前研究兴趣为非线性系统的几何与代数控制、变结构控制、智能控制等。