第25卷 第6期
1999年11月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 25, No. 6
Nov., 1999

短 文

线性离散时变系统的鲁棒自适应控制[1)]

殷 斌 冯纯伯
（东南大学自动化研究所 南京 210096）

摘 要 利用滑模控制的概念，提出一种线性离散时变系统的自适应控制设计方法. 在等价控制信号外，用两个补偿项代替切换信号，避免了传统滑模控制中的抖动现象. 文中证明了自适应闭环系统的稳定性.

关键词 自适应控制，时变系统，离散系统，滑模.

ROBUST ADAPTIVE CONTROL FOR LINEAR DISCRETE TIME-VARYING SYSTEMS

YIN Bin FENG Chunbo
(*Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing* 210096)

Abstract Based on the concept of sliding mode control, a design method of adaptive control for linear discrete time-varying systems is proposed. Besides the equivalent control signal, two compensating terms are applied instead of switching signal so that chattering in traditional sliding mode control is avoided. Stability of adaptive closed-loop system is proved.

Key words Adaptive control, time-varying systems, discrete system, sliding mode.

1 引言

由于缺乏适当的数学手段以及自适应系统本身严重的非线性，对具有时变参数的线性系统进行控制分析是非常困难的. 应该指出，时变系统自适应控制的关键在于，如何提高系统对由参数时变引起的摄动的鲁棒性能. 传统的时变系统的自适应控制，大多是用鲁棒自适应律来进行时变参数的估计，从而保证闭环系统的稳定[1~3]. 本文在自适应思想的基础上，利用滑模控制系统对参数变化和外部扰动具有较强鲁棒性[4]的特点，采用文[5]提出的模型偏差补偿的方法，通过改进的控制器结构，提高自适应算法对于带有包括未知

1）国家自然科学基金资助项目.
收稿日期 1997-06-27 收修改稿日期 1998-04-01

时变参数等不确定性对象的鲁棒性能. 该方法的另一个特点是消除了传统滑模控制中的"抖动"现象. 作者在文[6]中已把这种思想用于线性连续时变系统的自适应跟踪控制,本文继续将之推广至线性离散时变对象.

2　问题描述

基于文[7],采用如下的定义.

定义1. 设 $\varepsilon>0$ 为一小实数,令 $\mathcal{N}_s(\varepsilon)=\{\boldsymbol{x}(k)\in R^n: |\boldsymbol{cx}(k)|<\varepsilon, k\geqslant 0\}$ 为 $S(k)=\boldsymbol{c}\,\boldsymbol{x}(k)=0$ 的一个邻域,$c\in R^n$ 是一常向量. 如果存在一正整数 k_s,使得对于所有的整数 $k\geqslant k_s$, $\boldsymbol{x}(k)\in\mathcal{N}_s(\varepsilon)$,则称离散滑动模态存在.

由上述的定义易得如下引理.

引理1. 离散滑模存在的一个充分条件是,存在正整数 k_0,使得在 $S=0$ 的一个邻域中

$$|S(k+1)|<|S(k)|, k\geqslant k_0. \tag{1}$$

本文考虑的被控对象是由方程

$$A(q^{-1},t)y(t+1)=B(q^{-1},t)u(t)+m(t) \tag{2}$$

描述的线性离散时变系统,其中 $A(q^{-1},t)=1+a_0(t)q^{-1}+\cdots+a_{n-1}(t)q^{-n}$, $B(q^{-1},t)=b_0(t)+b_1(t)q^{-1}+\cdots+b_m(t)q^{-m}$,

u 和 y 是系统的输入和输出,并有一步时延,$m(t)=m_1(t)+m_2(t)$ 代表建模误差,$m_1(t)$ 是外扰,$m_2(t)$ 是未建模动态. 现将式(2)写成回归形式

$$y(t+1)=\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\theta}(t)+m(t), \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}(t)=[y(t),\cdots,y(t-n+1),u(t),\cdots,u(t-m)]$, $\boldsymbol{\theta}^{T}(t)=[-a_0(t),\cdots,-a_{n-1}(t),b_0(t),\cdots,b_m(t)]$.

对于系统(2),给出以下假设.

假设1. 存在一已知的凸集 $\mathscr{C}$,对于 $\forall\, t\geqslant 0, \boldsymbol{\theta}(t)\in\mathscr{C}$,且有 $\|\boldsymbol{\theta}_1-\boldsymbol{\theta}_2\|_2\leqslant k_\theta$, $\forall\, \boldsymbol{\theta}_1,\boldsymbol{\theta}_2\in\mathscr{C}$, $\|\boldsymbol{\theta}_3\|_2\leqslant k_c$, $\forall\,\boldsymbol{\theta}_3\in\mathscr{C}$,其中 k_θ 和 k_c 均为常数.

假设2. 系统参数的时变速率满足 $\|\boldsymbol{\theta}(t)-\boldsymbol{\theta}(t-1)\|_2\leqslant\varepsilon_\theta$, $\forall\, t\geqslant 0$,其中 ε_θ 为非负常数.

假设3. 算子 $H_B=B(z^{-1},t)^{-1}$ 是稳定的,即存在常数 $\gamma_b\geqslant 0$,使得 $\|H_B\|\leqslant\gamma_b$. 并且不失一般性,设 $b_0(t)\geqslant b_{0\min}>0$,其中 $b_{0\min}$ 已知.

假设4. $m_1(t)$ 和 $m_2(t)$ 分别满足 $\|m_1(t)\|_\infty\leqslant d_1$, $\|m_2(t)\|_\infty\leqslant d_2+\varepsilon_m\|u(t)\|_\infty$,其中 d_1,d_2 为非负常数,ε_m 为一小正数.

我们的目标是对于时变系统(2)设计一个控制律,使得闭环系统稳定并且系统输出 $y(t)$ 能够跟踪期望轨迹 $y_m(t)$.

3　参数辨识

本文采用如下的梯度辨识算法[8]:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t+1)=\mathscr{P}\left\{\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)+\frac{\boldsymbol{\phi}(t)\bar{e}(t+1)}{1+\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\phi}(t)}\right\}, \tag{4}$$

其中 $\mathscr{P}\{\cdot\}$ 代表一映射算子,使得对 $\forall t$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\in\mathscr{C}$ 且 $\hat{b}_0\geqslant b_{0\min}$, $\bar{e}(t+1)=y(t+1)-$

$\phi^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}(t)$是预估误差. 对于此算法有如下引理.

引理2. 在假设1,2和4的条件下,将辨识器(4)用于系统(2),则以下性质成立:

1)存在常数 $k_1\geqslant 0$,使得$\|\hat{\theta}(t)\|_2\leqslant k_1\leqslant k_c,\forall\ t\geqslant 0$;

2)存在常数 $k_2\geqslant 0$,使得$\|\tilde{\theta}(t)\|_2=\|\hat{\theta}(t)-\theta(t)\|_2\leqslant k_2\leqslant k_\theta,\forall\ t\geqslant 0$.

此引理是文[8]中引理3.1的简单推论,证明可参见文[8]和[9].

4 控制器设计及稳定性分析

因为滑模控制系统对系统参数变化和外扰具有较强的鲁棒性,所以,本文采用经过修正的滑模控制来处理时变系统. 首先,定义跟踪误差为 $e(t)\triangleq y_m(t)-y(t)$;然后,选取如下的滑动模态

$$S(t)=C(q^{-1})e(t)=0, \tag{5}$$

其中$C(q^{-1})=1+c_0q^{-1}+\cdots+c_{n-2}q^{-n+1}$是一稳定的多项式,其常系数 $c_i(i=0,\cdots,n-2)$通过适当选择得到. 如果系统模型已知,那么理想的离散滑模可由以下控制作用

$$u(t)=u_{eq}^o(t)+f(\mathrm{sign}S(t)) \tag{6}$$

实现,其中 u_{eq}^o就是所谓的等价控制,$f(\cdot)$表示为迫使系统状态到达滑模而设计的一类切换控制. 现令 $S(t+1)=0$,从式(2)和(5)可得

$$u_{eq}^o(t)=b_0(t)^{-1}[y_m(t+1)+\sum_{i=0}^{n-2}c_ie(t-i)+\sum_{i=0}^{n-1}a_i(t)y(t-i)-\sum_{i=1}^{m}b_i(t)u(t-i)-m(t)]. \tag{7}$$

事实上,由于被控系统不能精确得到,实际使用的是如下等价控制:

$$u_{eq}(t)=\hat{b}_0(t)^{-1}[y_m(t+1)+\sum_{i=0}^{n-2}c_ie(t-i)+\sum_{i=0}^{n-1}\hat{a}_i(t)y(t-i)-\sum_{i=1}^{m}\hat{b}_i(t)u(t-i)], \tag{8}$$

其中 $\hat{a}_i(t)$和 $\hat{b}_i(t)$从参数辨识算法中得到. 注意到此等价控制与式(7)有所不同,但这无关紧要,因为我们并不需要严格地实现滑动模态. 实际上,如果能使系统状态在滑模的邻域内运动,那么由定义1可知离散滑模存在,我们的控制目标就达到了. 基于这种思想,定义如下的控制规律:

$$u(t)=u_{eq}(t)+u_s(t)+u_m(t). \tag{9}$$

这里除了等价控制信号 u_{eq}外,引入两个补偿项 u_s 和 u_m 代替为迫使系统状态达到理想滑模所必需的切换信号 $f(\cdot)$,其中 u_s 用来补偿滑动误差 S,而 u_m 则用来补偿由系统参数的时变以及未建模动态和外扰的影响所引起的模型偏差. 将 u_s 和 u_m 取成如下形式:

$$u_s(t)=\hat{b}_0(t)^{-1}k_pS(t), \tag{10}$$

$$u_m(t)=\hat{b}_0(t)^{-1}k_m[S(t)-S(t-1)], \tag{11}$$

其中 k_p 和 k_m 是常数增益,$S(t)-S(t-1)$可近似表示至 t 时刻未被补偿的模型偏差. 将式(8)~(11)代入式(3),得

$$\tilde{A}(q^{-1},t)y(t+1)-\tilde{B}(q^{-1},t)u(t)-\tilde{b}_0(t)m(t)=G(q^{-1})S(t+1), \tag{12}$$

其中 $\tilde{b}_0(t)=\hat{b}_0(t)/b_0(t)$, $\tilde{A}(q^{-1},t)=[\tilde{b}_0(t)-1]+[\tilde{b}_0(t)\hat{a}_0(t)-\hat{a}_0(t)]q^{-1}+\cdots+[\tilde{b}_0(t)a_{n-1}(t)-\hat{a}_{n-1}(t)]q^{-n}$, $\tilde{B}(q^{-1},t)=[\tilde{b}_0(t)b_1(t)-\hat{b}_1(t)]q^{-1}+\cdots+[\tilde{b}_0(t)b_m(t)-\hat{b}_m(t)]q^{-m}$, $G(q^{-1})=1+(k_p+k_m)q^{-1}-k_mq^{-2}$.

通过选择参数,可使算子 $G(z^{-1})$ 和 $c(z^{-1})$ 均为稳定算子,因此有下式成立

$$\|H_G\| = \|1/G(z^{-1})\| \leqslant \gamma_g, \|H_C\| = \|1/c(z^{-1})\| \leqslant \gamma_c. \tag{13}$$

在引出本文的主要结果以前,对系统(2)还有如下的假设.

假设5. 对于系统(2),有不等式 $\varepsilon_m\gamma_b<1$. 成立.

下面得出本文的主要结果.

定理1. 对于满足假设1~5条件下的线性时变系统(2),存在常数 ε_m^* 和 ε_θ^* 以及对应的控制参数 k_p,k_m 和滑模(5),当 $\varepsilon_{m\varepsilon}\in[0,\varepsilon_m^*]$,$\varepsilon_\theta[0,\varepsilon_\theta^*]$时,控制律(8)~(11)与参数辨识器(4)能够使系统稳定,并实现输出 y 对期望轨迹 y_m 的自适应跟踪.

证明. 从式(5),(12)及相关的假设,由小增益定理可证得结果,具体过程从略.

5 仿真实例

设被控对象由下式描述

$$[1-0.5\sin(0.063t)q^{-1}-(2+0.001t)q^{-2}]y(t+1)=$$
$$[1+(0.5+0.3e^{-0.05t})q^{-1}]u(t)+m(t).$$

采用本文所述的自适应控制系统,取 $k_p=-0.75$, $k_m=-0.25$,滑动方程 $S(t)=(1+0.6q^{-1})e(t)$. 设期望轨迹 $y_m(t)=5\sin(0.025t)$. 图1和2列出了系统跟踪期望轨迹的仿真曲线,其中 $\varepsilon_m=0.2$, $d_m=0.5$, $t=0,1,\cdots,500$(采样周期数). 仿真结果表明,抖动现象已被消除.

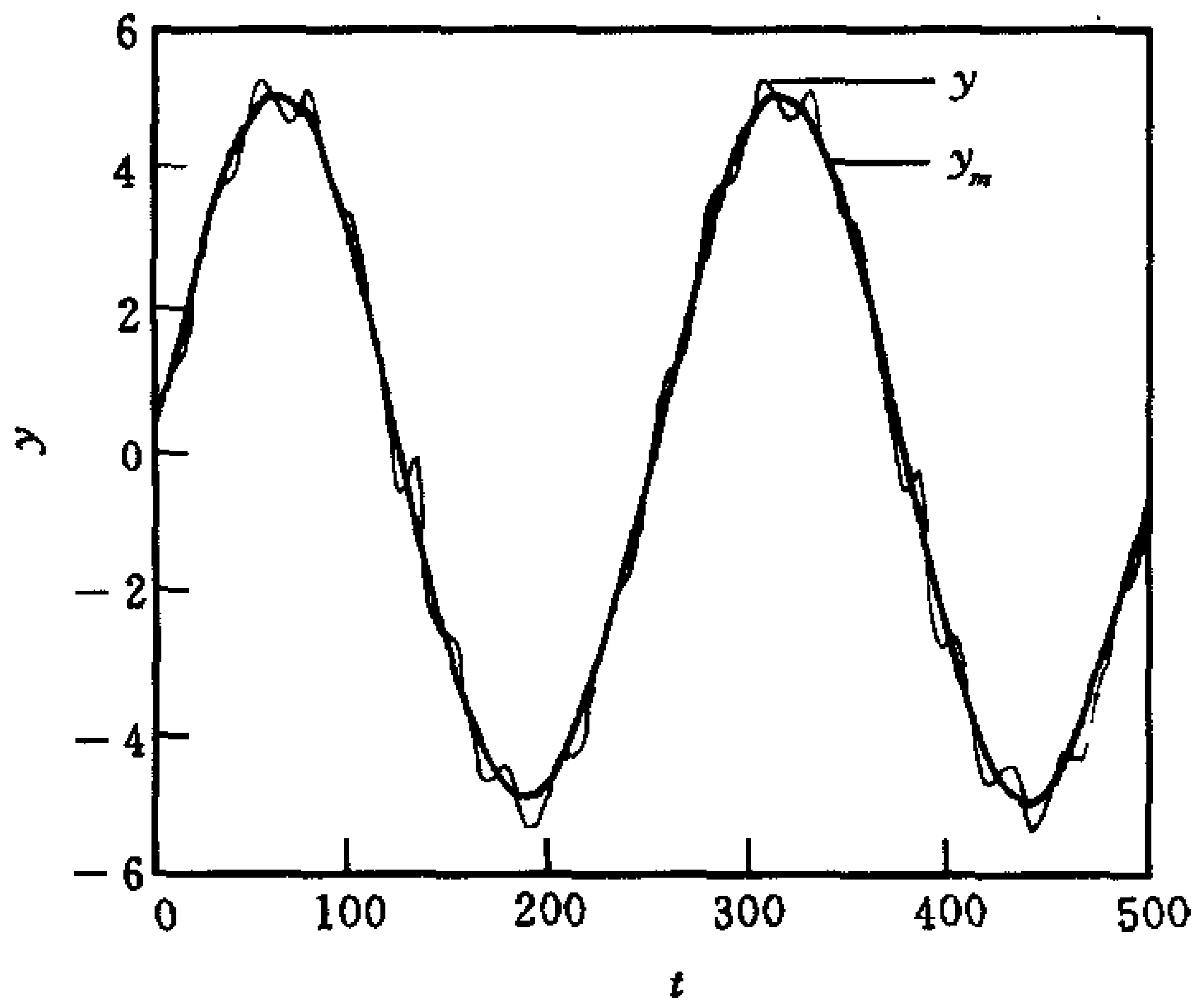

图1 输出跟踪曲线

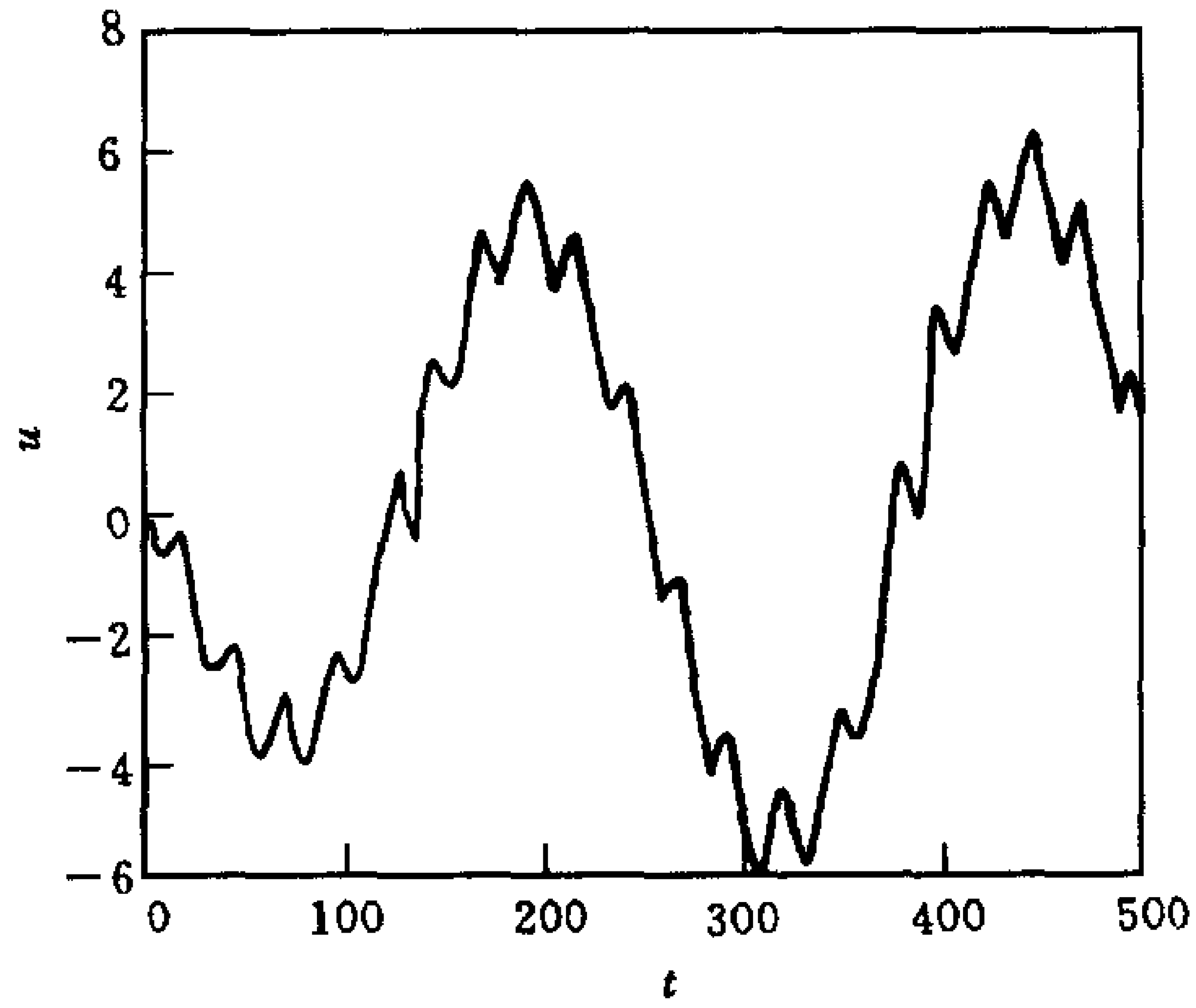

图2 控制输出曲线

6 结论

本文提出了一种带有不确定性的线性时变离散系统的鲁棒自适应控制策略. 此控制律以滑模控制为基础,用两个补偿信号代替通常所需的切换信号,迫使系统状态在滑模的邻域内运动,从而避免了“抖动”现象. 仿真结果表明了该控制策略的有效性. 这要求对象

逆稳定且 $b_0(t) \neq 0$,这是该控制策略的一个局限性. 另外,如何能在线地调整补偿信号的增益,亦是有待研究的问题.

参 考 文 献

1 Tsakalis K S, Ioannou P A. Adaptive control of linear time-varying plants. *Automatica*, 1987,**23**:459～468

2 Middleton R H, Goodwin G C. Adaptive control of time-varying linear systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1988,**33**(2):150～155

3 Tsakalis K S, Ioannou P A. Linear Time-varying Systems Control and Adaption. New Jersey: Prentice Hall,1993

4 Utkin V I. Sliding Modes in Control and Optimization. Berlin:Springer-Verlag,1992

5 叶桦,冯纯伯. 一类时变非线性系统的模型偏差补偿控制. 信息与控制,1991,(5):22～26

6 殷斌,赵晓晖,冯纯伯. 时变系统的自适应跟踪控制. 控制理论与应用,1998,**15**(5):784～789

7 Sparpturk S Z, Istefanopulos Y, Kaynak O. On the stability of discrete-time sliding mode control systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1987,**32**(10):930～932

8 Wen C. A robust adaptive controller with minimal modifications for discrete time-varying systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1994,**39**(10):987～991

9 Wen C, Hill D J. Global boundedness of discrete-time adaptive control just using estimator projection. *Automatica*, 1992,(11):1143～1157

殷 斌 1970年生,分别于1992、1995和1998年在东南大学获工学学士、硕士和博士学位. 主要研究方向为自适应控制和系统辨识.

冯纯伯 简介见本刊第23卷第5期.