第18卷 第6期　　自 动 化 学 报　　Vol. 18, No. 6
1992年11月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Nov., 1992

线性连续系统的仿真与解析算法

薛定宇　　任兴权
(东北工学院自控系，沈阳 110006)

摘　　要

本文提出了在一类典型函数输入激励下，线性定常系统的快速仿真算法以及一种求取系统解析解的算法. 快速仿真算法具有高精度、高数值稳定性的特点，可在其他算法无法收敛的步长下进行仿真; 并对线性系统"自治化"的状态增广方法及对高阶微分方程描述系统的初值变换算法. 系统解析解算法可处理含有复特征根的情形. 本文提出的各种算法均在 CAAD 成果中实现[3]，使用极为方便.

关键词: 状态增广，e^{At} 高数值稳定算法，Vandermonde 矩阵变换，解析算法.

一、前　　言

设系统状态空间模型为

$$\dot{x} = Ax + bu, \tag{1}$$

$$y = C^T x. \tag{2}$$

文献[1]中列出了16种仿真算法，然而常用的算法并不多，如四阶 Runge-Kutta 法，离散相似法及 Davison 法. 其中 Runge-Kutta 法计算量较大，为保证精度，仿真步长取应得较小；离散相似法本身就是一种近似，即用采样模型代替连续模型，所以误差较大；Davison 法计算速度较高，但它只用了幂级数展开的前几项，故该法也是一种近似，此外，这种方法只适用于几种简单的输入，如阶跃、斜坡函数等. 以上各种方法当仿真步长较大时均失效.

本文提出一种仿真算法，可以处理典型输入函数

$$u(t) = c_1 + c_2 t + c_3 t^2 + e^{c_4 t}[c_5 \cos(c_7 t) + c_6 \sin(c_7 t)], \tag{3}$$

激励下线性定常系统的仿真问题. 这种算法精度较高，其数值稳定性极高，在其它算法失效的步长下进行仿真，仍可保证较高的仿真精度，该算法计算量较小，其速度与 Davison 法相仿.

计算系统的解析解历来被视为一个难点. 文献[2]中综述了基于 Heaviside 展开的几种算法，并提出一种解析算法，然而该算法只适于处理含有实特征根的系统. 本文提出了一种基于 Van-dermonde 矩阵变换的算法，它可以处理含有共轭复特征根的情形.

本文于1989年11月15日收到.

二、线性系统的“自治化”方法——状态增广方法

设系统的状态空间表达式如式(1)所示，且输入函数 $u(t)$ 如式(3)所示，记

$$u_1(t) = c_1 + c_2 t + c_3 t^2,$$
$$u_2(t) = e^{c_4 t}[c_5\cos(c_7 t) + c_6\sin(c_7 t)].$$

由此则式(1)变成

$$\dot{x} = Ax + bu_1(t) + bu_2(t). \tag{4}$$

为简便起见，令 $c_i \neq 0$，$i = 1, 2, \cdots, 7$，并令 $x_{n+1} = u_1(t)$，$x_{n+2} = \dot{u}_1(t) = c_2 + 2c_3 t$，$x_{n+3} = \ddot{u}_1(t) = 2c_3$ 可得

$$\dot{x}_{n+1} = x_{n+2}, \dot{x}_{n+2} = x_{n+3}, \dot{x}_{n+3} = 0. \tag{5}$$

再令 $$x_{n+4} = e^{c_4 t}\cos(c_7 t),\quad x_{n+5} = e^{c_4 t}\sin(c_7 t),$$

则 $$u_2(t) = c_5 x_{n+4} + c_6 x_{n+5},$$

且 $$\left.\begin{aligned}\dot{x}_{n+4} &= c_4 x_{n+4} - c_7 x_{n+5},\\ \dot{x}_{n+5} &= c_7 x_{n+4} + c_4 x_{n+5}.\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

利用式(5)和(6)对式(1)进行状态增广，则可得

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}\cdot\hat{x}, \tag{7}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}\hat{A} &= \left[\begin{array}{c|ccc|cc} A & b & 0 & 0 & c_5 b & c_6 b \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & c_4 & -c_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_7 & c_4 \end{array}\right],\\ \hat{x}^T &= [\ x \ \vdots\ x_{n+1} x_{n+2} x_{n+3} \ \vdots\ x_{n+4} x_{n+5}],\\ \hat{x}^T(0) &= [x(0) \ \vdots\ c_1 c_2 2c_3 \ \vdots\ 1\ \ 0\ ].\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

由此可以把式(1)中非自治系统变换为“自治系统”，而大大地简化了系统的分析方法。

若 $u(t)$ 缺项时，即式(3)中某一个或几个 c_i 为零，则可依上述方法对其进行类似的处理。

三、系统输出及各阶导数初值与状态变量初值的一种转换方法

若系统由高阶微分方程描述，且只知系统输出及其各阶导数初值，若采用状态空间法对其进行分析，首先应得出各状态变量初值才可实现。 状态变量初值因其选取不同而不同。本节给出一个算法，可用来求取给定状态方程模型下状态变量的初值。

设系统的状态方程模型如式(1),(2)所示,由式(2)有

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}(0) &= c^T\boldsymbol{x}(0), \\ \dot{\boldsymbol{y}}(0) &= c^T\dot{\boldsymbol{x}}(0) = c^TA\boldsymbol{x}(0) + c^Tb\boldsymbol{u}(0), \\ &\vdots \\ \boldsymbol{y}^{(n-1)}(0) &= c^TA^{n-1}\boldsymbol{x}(0) + \sum_{i=1}^{n-1} c^TA^{i-1}\boldsymbol{u}^{(i-1)}(0). \end{aligned}$$

式中 $u(0)$ 及其各阶导数初值可容易求出. 由以上得

$$\hat{c}\boldsymbol{x}(0) = \hat{\boldsymbol{y}}(0), \tag{9}$$

式中

$$\hat{c} = \begin{bmatrix} c^T \\ c^TA \\ \vdots \\ c^TA^{n-1} \end{bmatrix}, \qquad \hat{\boldsymbol{y}}(0) = \begin{bmatrix} y(0) \\ \dot{y}(0) - c^TAu(0) \\ \vdots \\ y^{(n-1)}(0) - \sum\limits_{i=1}^{n-1} c^TA^{i-1}bu^{(i-1)}(0) \end{bmatrix}. \tag{10}$$

若系统 (A,b,c^T) 完全可观测,则矩阵 $\hat{c}$ 满秩,这时

$$\hat{\boldsymbol{x}}(0) = \hat{c}^{-1}\hat{\boldsymbol{y}}(0). \tag{11}$$

由式(11)可见,若已知输出及其各阶导数的初值,且已知状态变量的选取方式,即状态方程模型,则可以确定在这一状态方程模型下各个状态变量的初值.

四、线性系统的一种仿真算法

若系统为“自治系统”如式(7)所示,则各个状态变量的解析表达式为

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t) = e^{\hat{A}t}\hat{\boldsymbol{x}}(0). \tag{12}$$

若取仿真步长为 $T(T>0)$, 则在仿真时刻 $t=0,T,2T,\cdots$时,状态变量为

$$\left.\begin{aligned} \hat{x}(0) &= \hat{x}(0), \\ \hat{x}(T) &= e^{\hat{A}T}\hat{x}(0), \\ \hat{x}(2T) &= e^{\hat{A}2T},\hat{x}(0) = e^{\hat{A}T}\hat{x}(T), \\ &\vdots \\ \hat{x}[(K+1)T] &= e^{\hat{A}T}\hat{x}(KT), \\ &\vdots \end{aligned}\right\}. \tag{13}$$

可见只需求得 $e^{\hat{A}T}$, 则可得出在各个仿真时刻的状态变量的数值解. $e^{\hat{A}T}$ 的精度对仿真结果有直接影响. 求取 $e^{\hat{A}T}$ 有多种算法, 文献[4]给出嵌套乘积法和 Davison 法, 文献[5]应用 Hamilton-Cayley 定理导出了一种幂级数展开法,文献[6]中给出了 Sylvester 内插公式法. 嵌套乘积法计算量较大、稳定性较差; Davison 法精度不高; 文献[7]的方法在 $\|\hat{A}\|$ 较大时易产生溢出; Sylvester 内插法则要求 $\hat{A}$ 阵无重特征根, 这对控制系统来说未免太苛刻了.

本文提出一种仿真算法如下:

设矩阵 $\hat{A}$ 的特征多项式为

$$\varphi(\lambda) = \lambda^m + a_{m-1}\lambda^{m-1} + \cdots + a_1\lambda + a_0,$$

式中m为增广状态矩阵 $\hat{A}$ 的阶次．由 Hamilton-Caylen 定理可得

$$\hat{A}^m = -a_{m-1}\hat{A}^{m-1} - \cdots - a_1\hat{A} - a_0 I. \tag{14}$$

由 Tayler 展开公式可得

$$e^{\hat{A}T} = I + \frac{1}{1!}(\hat{A}T) + \frac{1}{2!}(\hat{A}T)^2 + \cdots + \frac{1}{K!}(\hat{A}T)^K + \cdots$$

$$= \sum_{K=0}^{m-1} \frac{1}{K!}(\hat{A}T)^K + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(m+j)!}(\hat{A}T)^{m+j}. \tag{15}$$

反复应用式(14)可知，$\hat{A}^{m+l}(l \geqslant 0)$ 为 $I, \hat{A}, \cdots, \hat{A}^{m-1}$ 的线性组合．记

$$B_{m+l} = \frac{T^{m+l}}{(m+l)!}\hat{A}^{m+l},$$

可见 B_{m+l} 也为 $I, \hat{A}, \cdots, \hat{A}^{m-1}$ 的线性组合．

记

$$B_{m+l} = \beta_{0,l} I + \beta_{1,l}\hat{A} + \cdots + \beta_{m-1,l}\hat{A}^{m-1}, \tag{16}$$

由　$B_{m+l} = \dfrac{T}{m+l}\hat{A} \cdot B_{m+l-1}$　可得

$$B_{m+l} = \frac{T}{m+l}(\beta_{0,l-1}\hat{A} + \beta_{1,l-1}\hat{A}^2 + \cdots + \beta_{m-1,l-1}\hat{A}^m).$$

将式(14)代入上式并整理，可得

$$\left.\begin{aligned}
\beta_{0,l} &= -a_0\beta_{m-1,l-1}\frac{T}{m+l},\\
\beta_{1,l} &= (\beta_{0,l-1} - a_1\beta_{m-1,l-1})\frac{T}{m+l},\\
&\vdots\\
\beta_{m-1,l} &= (\beta_{m-2,l-1} - a_{m-1}\beta_{m-1,l-1})\frac{T}{m+l},
\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

且

$$\beta_{i,0} = -a_i T^m/m!, i = 0, 1, 2, \cdots, m-1 \tag{18}$$

将 $\beta_{i,j}(i = 0, 1, \cdots, m-1; j = 0, 1, \cdots)$ 代入式(15)并合并，可得

$$e^{\hat{A}T} = \sum_{K=0}^{m-1} \hat{A}^K \left(\frac{T^K}{K!} + \sum_{l=0}^{\infty} \beta_{K,l}\right). \tag{19}$$

这时，若 $\max\limits_j |\beta_{j,L}| \leqslant \varepsilon(\varepsilon \geqslant 0)$，则认为可以忽略$L$以后各项，得

$$e^{\hat{A}T} = \sum_{K=0}^{m-1} \hat{A}^K \left(\frac{T^K}{K!} + \sum_{l=0}^{L} \beta_{K,l}\right). \tag{20}$$

将式(20)中得出的 $e^{\hat{A}T}$ 代入式(13)，可求出系统在各个仿真时刻的状态变量的数值解．式(20)相当于对 $e^{\hat{A}T}$ 作 $m+L$ 项展开的精度．

五、线性系统的一种解析算法

以上已得出系统(7)的解析解如式(12)所示．

即

$$\hat{x}(t) = e^{\hat{A}t}\hat{x}(0).$$

可见求系统解析解的关键在于求 $e^{\hat{A}t}$. 首先，对矩阵 $\hat{A}$ 进行线性变换为“推广的”Jordan 阵 Λ，所谓推广，即允许 Jordan 块中含有对应于复特征根的子块，这时

$$\Lambda = \mathrm{diag}(J_1, J_2, \cdots, J_{n_J}). \tag{21}$$

设第 i 个 Jordan 块为 J_i，并对 J_i 分三种情况进行考虑

(i) 对应于单个实特征根 λ_i，则

$J_i = [\lambda_i]$，且 $e^{J_i t} = e^{\lambda_i t}$;

(ii) 对应于 m_i 重实特征根 λ_i，则

$$J_i = \begin{bmatrix} \lambda_i & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_i \end{bmatrix}, \text{且 } e^{J_i t} = \begin{bmatrix} 1 & t & \cdots & \frac{1}{(m_i-1)!}t^{m_i-1} \\ 0 & 1 & \cdots & \frac{1}{(m_i-2)!}t^{m_i-2} \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} e^{\lambda_i t};$$

(iii) 对应于一对共轭复根 $\sigma_i \pm j\omega_i$，则

$$J_i = \begin{bmatrix} \sigma_i & -\omega_i \\ +\omega_i & \sigma_i \end{bmatrix}, \text{且 } e^{J_i t} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_i t) & \sin(\omega_i t) \\ -\sin(\omega_i t) & \cos(\omega_i t) \end{bmatrix} e^{\sigma_i t}.$$

由此可见，若可将 $\hat{A}$ 变换为 Λ，则可以求出系统的特征解. 将 $\hat{A}$ 阵变换为 Λ 阵的算法为

首先选择一个行向量 $\hat{c}^T$，使得矩阵

$$M = \begin{bmatrix} \hat{c}^T \\ \hat{c}^T \hat{A} \\ \vdots \\ \hat{c}^T \hat{A}^{m-1} \end{bmatrix}$$

满秩，通过线性变换 $A_c = M\hat{A}M^{-1}$ 则可得到友矩阵 A_c 为

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{m-1} \end{bmatrix},$$

式中 $a_i (i = 0, 1, \cdots, m-1)$ 为 $\hat{A}$ 阵特征多项式的系数. 这时如构造一个“推广的”Vandermonde 矩阵

$$V = [V_1 V_2 \cdots V_{n_J}]$$

对应于前面三种情况，V_i 的构成方法如下:

(i) $V_i = [1 \lambda_i \lambda_i^2 \cdots \lambda_i^{m-1}]^T$;

$$\text{(ii)}\quad V_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_i & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_i^2 & 2\lambda_i & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda_i^{m-1} & \frac{d}{d\lambda_i}(\lambda_i^{m-1}) & \frac{1}{2!}\frac{d^2}{d\lambda_i^2}(\lambda_i^{m-1}) & \cdots & \frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m_i-1}}{d\lambda_i^{m_i-1}}(\lambda_i^{m-1}) \end{bmatrix};$$

(iii)
$$V_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sigma_i & \omega_i \\ \sigma_i^2 - \omega_i^2 & 2\sigma_i\omega_i \\ \vdots & \vdots \\ R_e(\lambda_i^{m-1}) & I_m(\lambda_i^{m-1}) \end{bmatrix}.$$

这时取变换矩阵
$$T = M^{-1}V, \tag{22}$$
则
$$\Lambda = T^{-1}\hat{A}T. \tag{23}$$
由矩阵理论可知，若 $e^{T^{-1}\hat{A}Tt} = e^{\Lambda t}$ 则 $e^{\hat{A}t} = Te^{\Lambda t}T^{-1}$ 故有
$$\hat{x}(t) = Te^{\Lambda t}T^{-1}\hat{x}(0) = Te^{\Lambda t}\hat{x}'(0), \tag{24}$$
式中 $\hat{x}'(0) = T^{-1}\hat{x}(0)$，因为
$$e^{\Lambda t}\hat{x}'(0) = \begin{bmatrix} e^{J_1t}\hat{x}_1'(0) \\ e^{J_2t}\hat{x}_2'(0) \\ \vdots \\ e^{J_{nJ}t}\hat{x}_{nJ}'(0) \end{bmatrix}.$$
所以，求取 $e^{J_it}\hat{x}_i'(0)$ 是求解析解的关键。

这里仍按上述三种情况对 $e^{J_it}\hat{x}_i'(0)$ 求法分别加以讨论

(i) $e^{J_it}\hat{x}_i'(0) = e^{\lambda_it}\hat{x}_i'(0)$ 记
$$\boldsymbol{F}_i = [\hat{x}_i'(0)],\boldsymbol{G}_i = [1],\boldsymbol{Z}_i(t) = e^{\lambda_it};$$

(ii)
$$e^{J_it}\hat{x}_i'(0) = \begin{bmatrix} 1 & t & \cdots & \frac{1}{(m_i-1)!}t^{m_i-1} \\ 0 & 1 & \cdots & \frac{1}{(m_i-2)!}t^{m_i-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} e^{\lambda_it} \begin{bmatrix} \hat{x}_{i_1}'(0) \\ \hat{x}_{i2}'(0) \\ \vdots \\ \hat{x}_{im_i}'(0) \end{bmatrix}$$
$$= \boldsymbol{F}_i \cdot \boldsymbol{G}_i \cdot \boldsymbol{Z}_i(t),$$
式中
$$\boldsymbol{F}_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{i1}'(0) & \hat{x}_{i2}'(0) & \cdots & \hat{x}_{im_i}'(0) \\ \hat{x}_{i2}'(0) & \hat{x}_{i3}'(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hat{x}_{im_i}'(0) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{G}_i = \mathrm{diag}\left[1,\frac{1}{1!},\cdots,\frac{1}{(m_i-1)!}\right],$$
$$\boldsymbol{Z}_i(t) = [e^{\lambda_it}te^{\lambda_it}\cdots t^{m_i-1}e^{\lambda_it}]^T;$$

(iii)
$$e^{J_it}\hat{x}_i'(0) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_it) & \sin(\omega_it) \\ -\sin(\omega_it) & \cos(\omega_it) \end{bmatrix} e^{\sigma_it} \begin{bmatrix} \hat{x}_{i1}'(0) \\ \hat{x}_{i2}'(0) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \hat{x}_{i1}'(0) & \hat{x}_{i2}'(0) \\ \hat{x}_{i2}'(0) & -\hat{x}_{i1}'(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\sigma_it}\cos(\omega_it) \\ e^{\sigma_it}\sin(\omega_it) \end{bmatrix},$$
记
$$\boldsymbol{F}_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{i1}'(0) & \hat{x}_{i2}'(0) \\ \hat{x}_{i2}'(0) & -\hat{x}_{i1}'(0) \end{bmatrix}, \boldsymbol{G}_i = \mathrm{diag}(1,1), \boldsymbol{Z}_i = \begin{bmatrix} e^{\sigma_it}\cos(\omega_it) \\ e^{\sigma_it}\sin(\omega_it) \end{bmatrix}.$$

综上可得

$$e^{J_i t}\hat{x}_i'(0) = F_i G_i Z_i(t). \tag{25}$$

记

$$H = \mathrm{diag}(F_1G_1, F_2G_2, \cdots, F_{n_J}G_{n_J}),\ 则$$

$$e^{At}\hat{x}'(0) = H \cdot Z(t), \tag{26}$$

式中

$$Z^T(t) = [Z_1^T(t), Z_2^T(t), \cdots, Z_{n_J}^T(t)]. \tag{27}$$

将式(26)代入式(24)可得

$$\hat{x}(t) = Te^{At}\hat{x}'(0) = S \cdot Z(t), \tag{28}$$

式中

$$S = T \cdot H \tag{29}$$

为一常数阵．这时可以求出系统(7)，即系统(1)在输入 $u(t)$ (式(3)) 激励下的解析解表达式．

六、计算实例

例 1. 作者曾用 BASIC 语言编写了这一算法的程序[7]，并以一个三阶系统为例，同传统算法如 R-K 法，Davison 法在不同步长条件下比较计算速度和精度，比较结果见表 1．从仿真时间上看，步长较小时，本文算法和 Davison 法相近，远远快于 R-K 法；仿真精度也令人满意，当仿真步长为 5 秒时，其他两种方法早已失效，本文算法仍可保证 10^{-7} 级精度，可见本文算法数值稳定性极高．

表 1 本文算法与传统算法仿真结果比较

步长	项目	四阶 R-K 法	Davison 法	本文方法
0.05	仿真时间 最大误差	4分44秒 3.78216E-6	1分37秒 8.12866E-6	1分40秒 5.36409E-6
0.5	仿真时间 最大误差	28.86秒 9.71061E-2	28.25秒 4.00425E-5	34.27秒 3.03949E-7
1.0	仿真时间 最大误差	14.08秒 6479.917	18.48秒 2.60575E-2	35.41秒 3.03947E-7
2.0	仿真时间 最大误差	不稳定	15.84秒 0.319521	40.02秒 6.24673E-8
2.5	仿真时间 最大误差	不稳定	不稳定	42.16秒 6.72347E-8
5.0	仿真时间 最大误差	不稳定	不稳定	45.73秒 5.74238E-7

例 2. 设系统状态空间表达式为

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & -4 & -1 \\ -3 & 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \hat{x},\ \hat{x}^T(0) = [1 \quad 2 \quad 0 \quad 1].$$

求其解析解，选取行向量 $\hat{C}^T = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$，则可得

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -11 & 2 & -4 & -5 \\ 82 & -48 & 16 & 24 \\ -530 & 436 & -64 & -112 \end{bmatrix},\quad V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 0 & -5 \\ 16 & -8 & 1 & 25 \\ -64 & 48 & -12 & -125 \end{bmatrix}.$$

这时由式(22)可得

$$T=M^{-1}V=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0.5 & 0.1\\ 0 & 0 & 0.25 & 0\\ 1 & 1 & 1.25 & 0.6\\ 0 & -1 & -2 & 0.3\end{bmatrix},$$

同时可得 $$\dot{x}^T(0)=[34\quad -26\quad 8\quad -30],$$

且有

$$H=\begin{bmatrix}34 & -26 & 8 & 0\\ -26 & 8 & 0 & 0\\ 8 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -30\end{bmatrix}.$$

由式(28)可得

$$S=T\cdot H=\begin{bmatrix}4 & 0 & 0 & -3\\ 2 & 0 & 0 & 0\\ 18 & -18 & 4 & -18\\ 10 & -8 & 0 & -9\end{bmatrix},$$

$$Z^T(t)=[e^{-4t}\quad te^{-4t}\quad t^2e^{-4t}\quad e^{-5t}].$$

亦即各状态变量的解析解为

$$\left.\begin{aligned}x_1(t)&=4e^{-4t}-3e^{-5t},\\ x_2(t)&=2e^{-4t},\\ x_3(t)&=(18-18t+4t^2)e^{-4t}-18e^{-5t},\\ x_4(t)&=(10-8t)e^{-4t}-9e^{-5t}.\end{aligned}\right\}$$

参　考　文　献

[1] 中科院沈阳自动化所，连续离散混合仿真语言 CSMP-C 使用说明，1988.

[2] Chen, C.F. and Yates, R. E., A new Approach to Matrix Heaviside Expansion, *Int. J. control*, **11**(1970), (3), 434—448.

[3] XUE Dingyu, WANG Yan and REN Xingquan, Control Systems Computer-aided Analysis and Design Software System CAADSS, Proceding of Beijing Ietenating Conference on System simulation and Scientific Conputing, Vol. III, 557 1989 Beijing.

[4] 任兴权等编，控制系统计算机仿真与辅助设计，东北工学院出版社，1986.

[5] 须田信英等著，自动控制中的矩阵理论，科学出版社，1979.

[6] 古田胜久著，线性系统理论基础，国防工业出版社，1978.

[7] 任兴权、薛定宇，一种连续定常线性系统高精度、高数值稳定性的快速仿真算法，东北地区第三届系统仿真学术会议，1987，牡丹江.

ANALYTIC ALGORITHM AND SIMULATION FOR THE LINEAR CONTINUOUS SYSTEM

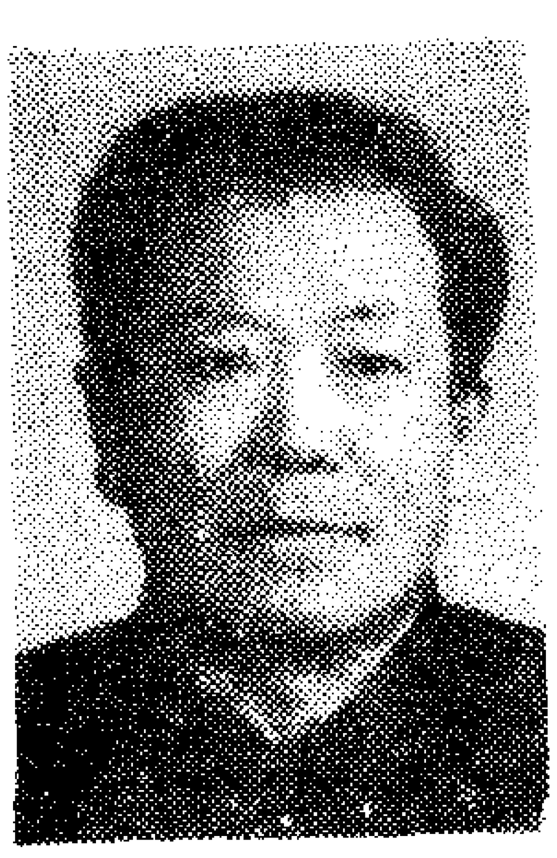
XUE DINGYIU REN XINGQUAN
(*Northeast University of Technology, Shenyang* 110006)

ABSTRACT

In this paper, a rapid simulating method for the linear continuous system inputted with the first class typical function is proposed and discussed. High accurity and value-stability are advanteges of this method. And it can be used to simulate the system in which other methods used are not convergent in some sample period length. In addition, an analytic algorithm is presented to acquire the anwser for the inear system and the systems containing compound characteristic roots. The state prolificative method for the "auonomy" of linear system and the initial value transferring method for the system described by high-order differential equations are also provided in the paper.

Key words: State prolification; e^{At} high value-stability algorithm; Vandermonde matrix transferring; analytic algorithm.

薛定宇 沈阳人，1963年生。 1985年毕业于沈阳工业大学，1988年获东北工学院自控系硕士学位，1991年获英国SUSSEX大学博士学位.研究方向是非线性系统理论与数字仿真.在国内和国际刊物上发表有关研究论文多篇. 现在英国 SUSSEX 大学继续从事博士后的研究工作.



任兴权 东北工学院自控系教授. 辽宁人，1928年生. 1952年毕业于东北工学院. 现任中国系统仿真学会常务理事，辽宁省自动化学会常务理事，辽宁省机械自动化学会副理事长，《控制与决策》杂志副主编. 从事电力拖动与计算机仿真研究工作，获1978年沈阳市科学大会奖，出版了电力拖动最优控制，控制系统计算机仿真专著，发表30多篇论文.