基于分段线性化法的改进自主优化控制

叶凌箭 [1] 钟伟红 [1] 宋执环 [2]

摘 要 现有自主优化控制方法 (Self-optimizing control, SOC) 均基于系统名义工作点的线性化模型, 过程的非线性较强时, 由线性化误差导致的损失将显著影响控制系统的自主优化性能. 提出了一种基于分段线性化模型的改进自主优化控制方法, 获取不同扰动工况下的分段线性化模型, 分别应用线性化 SOC 方法并构造总的被控变量. 新方法能够在更大范围的操作空间内最小化平均损失, 具有更加优异的自主优化效果. 对一个数值算例和一个放热反应过程的研究验证了提出方法的有效性.

关键词 自主优化, 分段线性化, 被控变量, 优化控制

引用格式 叶凌箭, 钟伟红, 宋执环. 基于分段线性化法的改进自主优化控制. 自动化学报, 2013, **39**(8): 1231−1237

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.01231

Improved Self-optimizing Control Method Based on Piece-wise Linearization

YE Ling-Jian[1] ZHONG Wei-Hong[1] SONG Zhi-Huan[2]

Abstract The existing self-optimizing control (SOC) methods are all based on the linearized model around the nominal point, which may cause big objective function loss due to linearization error when the process is highly nonlinear. This paper presents an improved SOC method based on piece-wise linearization. Piece-wise linearized models are obtained at different operation points, then the linear SOC method is applied and the controlled variables are synthesized finally. The new method minimizes the average loss in a wider range hence the self-optimizing performance is better. A numerical case and an exothermic reactor are studied to demonstrate the usage of the proposed method.

Key words Self-optimizing control SOC, piece-wise linearization, controlled variables, optimal control

Citation Ye Ling-Jian, Zhong Wei-Hong, Song Zhi-Huan. Improved self-optimizing control method based on piece-wise linearization. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(8): 1231−1237

自主优化控制 (Self-optimizing control, SOC)[1] 在厂级过程控制背景下作为控制结构设计方法提出, 其思想起源于 Morari 等关于控制结构设计的专题论述[2]. SOC 的核心问题是选择/构造被控变量, 使得控制系统在运行时除了完成常规控制作用外, 还具有优化的功能. SOC 的目标是找到这样一些变量: 它们在不确定扰动下的最优值保持相对不变, 这样扰动产生时无需重新优化计算, 而是在反馈控制器作用下将这些变量维持在原先的设定点, 就能够使过程运行在新工况下的最优点附近. 由于控制系统集控制和优化作用于一体, 因此称为 "自主优化". 基于 SOC 策略设计的控制系统, 在一系列化工过程平台上得到了成功的应用[3−7].

收稿日期 2012-05-24 录用日期 2012-11-26
Manuscript received May 24, 2012; accepted November 26, 2012
国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2012CB720505), 浙江省自然科学基金 (LQ13F030007), 宁波市创新团队 (2012B82002) 资助
Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2012CB720505), Zhejiang Provincial Natural Science Foundation (LQ13F030007), and Ningbo Innovation Team (2012 B82002)
本文责任编委 李少远
Recommended by Associate Editor LI Shao-Yuan
1. 浙江大学宁波理工学院 宁波 315100 2. 浙江大学工业控制技术国家重点实验室 杭州 310027
1. Ningbo Institute of Technology, Zhejiang University, Ningbo 315100 2. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027

基于 SOC 思想, Halvorsen 等[8] 提出了简易奇异值法 (Simple singular value method) 和局部精确法 (Local exact method), 初步建立了 SOC 法选择被控变量的数学基础. 近年来的工作重点主要集中在如何寻找测量变量的组合矩阵 H, 以测量变量的线性组合为被控变量. Kariwala[9] 基于奇异值分解和特征值分解找到了最小化局部最坏损失的方法, 接着 Kariwala 等[10] 找到了最优组合矩阵 H 以最小化平均损失. Alstad 等[11] 提出了使用零空间法 (Null space method) 选择被控变量, 这一方法关注于减少由扰动引起的经济损失, 随后 Alstad 等[12] 推广了零空间法, 在减少由扰动引起的经济损失的基础上, 使用多余的可用变量进一步降低了由测量变量噪声造成的损失.

以上现有的 SOC 方法, 其中一个共同的缺点是它们均基于系统名义工作点的线性化模型推导而来. 当过程的非线性较强时, 由线性化导致的误差将引起目标函数损失, 并显著影响控制系统的自主优化效果. 文献 [13] 引入一阶最优性必要条件的概念, 使用神经网络方法在整个操作空间内进行拟合并构造被控变量, 缺点是未考虑测量变量噪声的影响, 而且有可能产生过拟合的现象. 本文提出一种基于分段线性化模型的改进自主优化控制方法, 获取不同扰动

工况下的分段线性化模型并构造被控变量.

1 自主优化控制 (SOC)

1.1 基于 SOC 选择被控变量

考虑形如下式的连续过程稳态优化问题

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{u}}\ J(\boldsymbol{u},\boldsymbol{d})\\&\text{s.t.}\quad \boldsymbol{G}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{d})\le 0\end{aligned}\tag{1}$$

其中, 标量 J 表示目标函数 (经济指标), $\boldsymbol{u}\in\mathbf{R}^{n_u}$ 和 $\boldsymbol{d}\in\mathbf{R}^{n_d}$ 分别表示操纵变量和不可测扰动, $\boldsymbol{G}\in\mathbf{R}^{n_g}$ 表示约束条件.

SOC 控制策略[1] 为: 找到这样一些被控变量 $\boldsymbol{c}$, 当维持它们在某一恒定设定点时, 即使在不确定扰动影响之下, 过程仍然能靠近新共况下的最优点运行. 这一效果是在反馈控制器的作用下达成的, 无需重复优化计算或者重新调整设定值. SOC 可以在很大程度上取代实时优化 (Real-time optimization, RTO), 经 SOC 方法设计的控制系统, 如果损失在可以接受的范围内, 甚至不需要 RTO 就可完成优化控制, 如图 1. 根据这一策略, Skogestad[1] 提出了选择被控变量的四个原则: 1) $\boldsymbol{c}$ 在最优点的值 $\boldsymbol{c}_{\text{opt}}$ 应对扰动变量不敏感; 2) $\boldsymbol{c}$ 应容易测量, 容易控制; 3) $\boldsymbol{c}$ 本身应该对操纵变量 $\boldsymbol{u}$ 敏感, 即从 $\boldsymbol{u}$ 到 $\boldsymbol{c}$ 的增益大; 4) 被控变量数量多于 2 时, 相互之间尽量不相关.

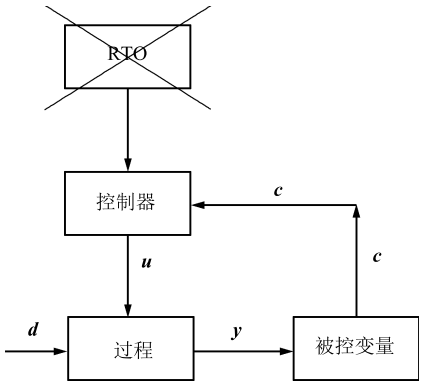


图 1 SOC 控制结构示意图

Fig. 1 Control structure of SOC

1.2 SOC 数学描述

假设测量变量 $\boldsymbol{y}\in\mathbf{R}^{n_y}$ 与操纵变量 $\boldsymbol{u}$、扰动变量 $\boldsymbol{d}$ 和测量噪声 $\boldsymbol{n}$ 之间的线性化模型为

$$\boldsymbol{y}=G_y\boldsymbol{u}+G_{yd}W_d\boldsymbol{d}+W_n\boldsymbol{n}\tag{2}$$

其中, G_y 和 G_{yd} 分别为 $\boldsymbol{y}$ 和 $\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{d}$ 之间的稳态线性化矩阵, 对角矩阵 W_d 和 W_n 分别为 $\boldsymbol{d}$ 和 $\boldsymbol{u}$ 的幅值. 被控变量 $\boldsymbol{c}$ 表示为 $\boldsymbol{y}$ 的线性组合

$$\boldsymbol{c}=H\boldsymbol{y}\tag{3}$$

其中, H 为测量变量 $\boldsymbol{y}$ 的组合矩阵. 假设控制系统能够对 $\boldsymbol{c}$ 进行理想控制, 那么在稳态情况下目标函数的最差和平均损失分别为[9−10]

$$L_{\text{worst}}=\frac{1}{2}\sigma^2_{\max}(M)\tag{4}$$

$$L_{\text{average}}=\frac{1}{6(n_y+n_d)}\|M\|_F^2\tag{5}$$

其中, $\sigma_{\max}(\cdot)$ 和 $\|\cdot\|_F$ 分别表示矩阵的最大奇异值和 Frobenius 范数. 矩阵 M 定义为

$$M=\begin{bmatrix}J_{uu}^{\frac{1}{2}}(J_{uu}^{-1}J_{ud}-G^{-1}G_d)W_d & J_{uu}^{\frac{1}{2}}G^{-1}HW_n\end{bmatrix}$$

其中, 组合矩阵 $G=HG_y$, $G_d=HG_{yd}$, 矩阵 $J_{uu}=\frac{\partial^2 J}{\partial\boldsymbol{u}^2}$ 和 $J_{ud}=\frac{\partial^2 J}{\partial\boldsymbol{u}\partial\boldsymbol{d}}$ 分别表示目标函数 J 在系统名义工作点的对角和偏对角 Hessian 矩阵. 根据以上关系, 通过改变 H 以最小化式 (4) 或式 (5), 求解此优化问题得到被控变量 $\boldsymbol{c}$. H 的显式解已有报道. 以文献 [10] 中的方法为例, 记

$$Y=\begin{bmatrix}(G_yJ_{uu}^{-1}J_{ud}-G_d)W_d & W_n\end{bmatrix}\tag{6}$$

$$X=(J_{uu}^{-\frac{1}{2}}G_y^{\mathrm{T}}YY^{\mathrm{T}}G_yJ_{uu}^{-\frac{1}{2}})^{-1}\tag{7}$$

将矩阵 $(G_yJ_{uu}^{-\frac{1}{2}}XJ_{uu}^{-\frac{1}{2}}G_y^{\mathrm{T}}-YY^{\mathrm{T}})$ 的特征向量记为 $\boldsymbol{\nu}_1,\cdots,\boldsymbol{\nu}_{n_u},\cdots,\boldsymbol{\nu}_{n_m}$, H 可构造为

$$H=C\begin{bmatrix}\boldsymbol{\nu}_1 & \cdots & \boldsymbol{\nu}_{n_u}\end{bmatrix}\tag{8}$$

其中, 矩阵 $C\in\mathbf{R}^{n_u\times n_u}$ 为任意非奇异矩阵.

2 基于分段线性化模型的的改进 SOC 方法

假设扰动发生后, 在控制器作用下可以对被控变量 $\boldsymbol{c}$ 进行理想控制, 即达到稳态后

$$H\boldsymbol{y}=\boldsymbol{c}^s\tag{9}$$

其中, $\boldsymbol{c}^s$ 表示被控变量的设定值.

如果新达到的工作点仍旧是新工况下的最优点, 那么根据优化理论可知, 此时应该满足一阶最优性必要条件[14], 即目标函数 J 对 $\boldsymbol{u}$ 的一阶导数 $\boldsymbol{J}_u$ 为 0. 基于 SOC 的思想选择被控变量 $\boldsymbol{c}$, 其实质是希望使用 $\boldsymbol{c}-\boldsymbol{c}^s$ 去近似全局的 $\boldsymbol{J}_u$, 来期待取得尽量好的优化效果. 因此, 线性化 SOC 方法的实际效果是使用了线性函数 $H\boldsymbol{y}-\boldsymbol{c}^s$ 在局部范围内逼近 $\boldsymbol{J}_u$, 文献 [15] 通过理论推导证明了基于线性化法得到的 $H\boldsymbol{y}-\boldsymbol{c}^s$ 正是 $\boldsymbol{J}_u$ 在名义点处的线性表达. 由于现有的 SOC 方法都是基于线性化模型推导得出, 因此只在名义工作点附近很小的区域内准确, 系统的非线性属性较强时, 远离名义点工况下可能引起目标函数

较大的损失. 以上述结论为基础, 下面引出两个引理, 寻找全局范围内的最优被控变量.

引理 1. 目标函数的损失函数 L 与一阶导数 $\boldsymbol{J}_u$ 之间的关系可表示为

$$L = 0.5\|J_{uu}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{J}_u\|_2^2 \tag{10}$$

证明. 设 $\boldsymbol{u}_w$ 为当前的操作输入, 将目标函数 J 在 $\boldsymbol{u}_w$ 处泰勒展开

$$J(\boldsymbol{u},\boldsymbol{d}) = J^w + \boldsymbol{J}_u^w\delta\boldsymbol{u} + 0.5\delta\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}J_{uu}^w\delta\boldsymbol{u} \tag{11}$$

其中, $(\cdot)^w$ 表示在 $\boldsymbol{u}_w$ 处的取值, $\delta\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_w$. 当 $\boldsymbol{u}$ 在最优点 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}$ 时, 代入上式可得:

$$J(\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}},\boldsymbol{d}) = J^w + \boldsymbol{J}_u^w\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}} + 0.5\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}^{\mathrm{T}}J_{uu}^w\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}} \tag{12}$$

其中, $\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}} = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}$. 同理, 将一阶导数 $\boldsymbol{J}_u$ 在 $\boldsymbol{u}_w$ 处展开

$$\boldsymbol{J}_u(\boldsymbol{u},\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{J}_u^w + J_{uu}^w\delta\boldsymbol{u} \tag{13}$$

当 $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}$ 时, 代入上式可得:

$$\boldsymbol{J}_u(\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}},\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{J}_u^w + J_{uu}^w\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}} \tag{14}$$

由最优性条件可知, $\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}$ 处的一阶导数 $\boldsymbol{J}_u(\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}},\boldsymbol{d}) = 0$, 因此通过上式可计算出

$$\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}} = -(J_{uu}^w)^{-1}\boldsymbol{J}_u^w \tag{15}$$

损失函数 L 可通过式 (12) 和式 (15) 式计算为

$$\begin{aligned} L = {} & J^w - J(\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}},\boldsymbol{d}) = \\ & -\boldsymbol{J}_u^w\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}} - 0.5\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}^{\mathrm{T}}J_{uu}^w\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}} = \\ & 0.5\boldsymbol{J}_u^w(J_{uu}^w)^{-1}\boldsymbol{J}_u^w = 0.5\|J_{uu}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{J}_u\|_2^2 \end{aligned} \tag{16}$$

因此, 在任意点 $\boldsymbol{u}$ 处的损失函数 L 与一阶导数 $\boldsymbol{J}_u$ 之间的关系如引理 1 描述. □

由引理 1 可知, 要减小损失 L 需要尽量减小 $\boldsymbol{J}_u$, 其中 Hessian 矩阵 J_{uu} 可作为权重系数对待. 由于使用数值算法计算 J_{uu} 较复杂并且对其求逆时可能对计算误差敏感, 因此后文将 J_{uu} 作为常数近似处理. 在全局范围内最小化总体损失, 即求解下列最优化问题

$$\min\int_{\boldsymbol{d}\in D}\rho(\boldsymbol{d})L\mathrm{d}\boldsymbol{d} \tag{17}$$

其中, 区域 D 为 $\boldsymbol{d}$ 的可变空间, $\rho(\boldsymbol{d})$ 为 $\boldsymbol{d}$ 的密度分布函数. 对均匀分布的扰动, 将扰动变量 $\boldsymbol{d}$ 在空间 D 内离散化为 $\boldsymbol{d}_i$ $(i = 1,\cdots,N)$, 结合式 (10) 后, 上式可简化为

$$\min\sum_{i=1}^{N}0.5\|J_{uu}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{J}_u(\boldsymbol{d}_i)\|_2^2 \Rightarrow \min\sum_{i=1}^{N}\|\boldsymbol{J}_u(\boldsymbol{d}_i)\|_2^2 \tag{18}$$

因此最小化全局损失等同于求解上式.

引理 2. 式 (18) 的解, 即 $\boldsymbol{J}_u$ 的全局最优模型 $\boldsymbol{J}_u^*$ 可计算为

$$\boldsymbol{J}_u^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{J}_u(\boldsymbol{d}_i) \tag{19}$$

证明. 如果使用 $\boldsymbol{J}_u^*$ 可作为全局模型, 并在闭环状态下将其控制为 0, 那么求解式 (18) 等价于

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{J}_u^*}\sum_{i=1}^{N}\|\boldsymbol{J}_u(\boldsymbol{d}_i) - \boldsymbol{J}_u^*\|_2^2 \Rightarrow \\ & \min_{\boldsymbol{J}_u^*}\sum_{i=1}^{N}\left[\boldsymbol{J}_u^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_u - 2\boldsymbol{J}_u^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_u^* + (\boldsymbol{J}_u^*)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_u^*\right] \end{aligned} \tag{20}$$

求解上式可使其对 $\boldsymbol{J}_u^*$ 求导为 0, 即

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial\boldsymbol{J}_u^*}\sum_{i=1}^{N}\left[\boldsymbol{J}_u^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_u - 2\boldsymbol{J}_u^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_u^* + (\boldsymbol{J}_u^*)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_u^*\right] = \\ & \sum_{i=1}^{N}\left[-2\boldsymbol{J}_u^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{d}_i) + 2(\boldsymbol{J}_u^*)^{\mathrm{T}}\right] = 0 \Rightarrow \\ & \boldsymbol{J}_u^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{J}_u^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{d}_i) \end{aligned} \tag{21}$$

□

根据引理 2, 我们需要得到 $\boldsymbol{J}_u$ 在可变空间 D 内不同操作点 $\boldsymbol{d}_i$ $(i = 1,\cdots,N)$ 处的近似模型, 然后根据式 (21) 将其综合, 就可以得到全局最优的 $\boldsymbol{J}_u^*$ 模型. 由于现有的 SOC 方法是 $\boldsymbol{J}_u$ 的局部近似, 因此我们对 $\boldsymbol{d}_i$ $(i = 1,\cdots,N)$ 分别应用线性化 SOC 方法, 得到如下 N 组被控变量:

$$\boldsymbol{c}_i = H_i\boldsymbol{y}, \quad i = 1,\cdots,N \tag{22}$$

它们各自的设定点记为 $\boldsymbol{c}_i^s$. 为得到总的被控变量, 根据引理 2 计算组合矩阵 H_i 及设定值的平均值:

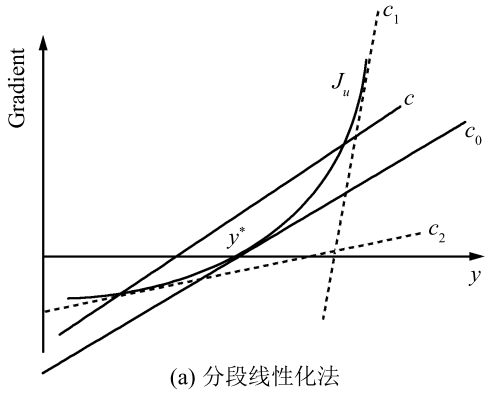
$$\bar{H} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}H_i, \quad \bar{\boldsymbol{c}}^s = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{c}_i \tag{23}$$

总的被控变量 $\boldsymbol{c}$ 及其设定值 $\boldsymbol{c}^s$ 表达式为

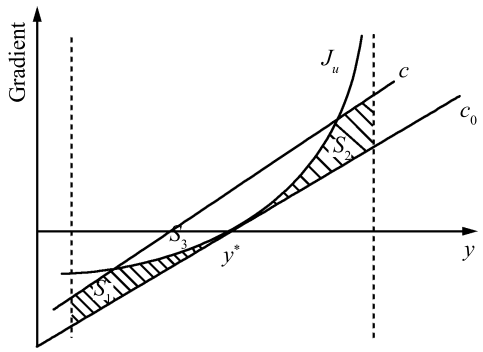
$$\boldsymbol{c} = \bar{H}\boldsymbol{y}, \quad \boldsymbol{c}^s = \bar{\boldsymbol{c}}^s \tag{24}$$

以单输入系统为例, 被控变量为标量. 如图 2 (a) 所示, c_0 是使用线性 SOC 方法得到的被控变量, c_1, c_2 是在其他工况点下分别使用线性 SOC 方法得到的被控变量. c 是综合 c_0, c_1 和 c_2 得到的被控变量, 能够从整体意义上更加逼近 J_u 曲线. 为评估 c_0 和 c, 可比较它们分别和曲线 J_u 相交后所包围的平面面积, 如图 2 (b). 经过分析可知, 在 y 可能

的变化范围内, 如果冠形面积 S_3 小于阴影部分面积 S_1+S_2, c 的优化控制效果将优于 c_0. 通过图 1 (b) 还可发现, 当过程的非线性增强时, J_u 曲线弧度增大, 将引起 S_3 面积收缩减小而阴影部分面积 S_1+S_2 增加. 因此过程的非线性越强, 经分段线性化法构造的被控变量, 其自主优化效果越好.



(a) 分段线性化法
(a) Piece-wise linearization method



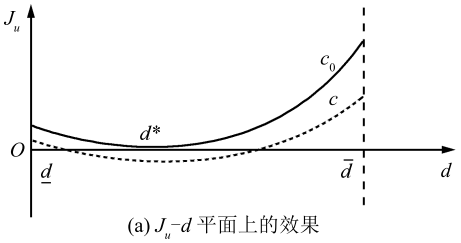
(b) 分段线性化法效果
(b) Performance of piece-wise linearization method

图 2 分段线性化法确定被控变量
Fig. 2 Selecting controlled variables based on piece-wise linearization

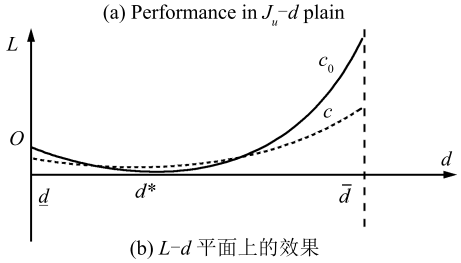
在 J_u-d 和 L-d 平面上也可以对比线性 SOC 方法和本文方法的区别. 如图 3 (a) 所示, 线性 SOC 在名义点具有理想的自主优化效果, 但是当工作点偏离名义点时, J_u 有可能逐渐远离 d 轴. 本文方法能在更大的扰动空间 $[\underline{d}\ \ \overline{d}]$ 内将 J_u 拉回更靠近 0 的位置, 以降低平均意义上的目标函数损失, 如图 3 (b) 所示. 同时也需注意, 本文方法降低总损失的代价, 是可能在名义点处将引入少量的目标函数损失.

3 实例研究

本节分别研究一个简单的数值算例和一个实际的连续搅拌釜式反应器 (Continuous stirred tank reactor, CSTR) 反应过程, 验证本文提出的新方法.



(a) J_u–d 平面上的效果
(a) Performance in J_u–d plain



(b) L–d 平面上的效果
(b) Performance in L–d plain

图 3 线性 SOC 方法和分段线性化法效果对比
Fig. 3 Comparison between linear SOC and piece-wise linearization based method

3.1 数值算例

目标函数 J 定义为

$$J=(u-d)^2 \tag{25}$$

其中, u 和 d 均为 1 维标量. 可测变量 $\boldsymbol{y}$ 的模型方程为

$$\begin{cases} y_1=u \\ y_2=\dfrac{1}{4}u^2+d \end{cases} \tag{26}$$

此过程的名义工作点为 $u^*=d^*=0$, $J^*=0$, $\boldsymbol{y}^*=[0\ \ 0]^{\mathrm{T}}$, 扰动变量 d 的变化范围为 $[0,1]$ 并且服从均匀分布. 对此数值算例, 可以使用代数方法得到解析解. 应用线性化 SOC 方法将得到如下结果:

$$c_0=y_1-y_2,\quad c_0^s=0 \tag{27}$$

应用本文提出的方法, 取 $[0,1]$ 区间两端的两个操作点, 分别应用线性化 SOC 方法得到:

$$\begin{cases} c_1=y_1-y_2, & c_1^s=0 \\ c_2=\dfrac{3}{2}y_1-y_2, & c_2^s=\dfrac{1}{4} \end{cases} \tag{28}$$

将上式代入到式 (23) 和式 (24), 可得:

$$c=\frac{5}{4}y_1-y_2,\quad c^s=\frac{1}{8} \tag{29}$$

为评估 c_0 和 c 的效果, 先计算它们的控制律 (稳态), 联合式 (26) 和式 (27) 可解得线性化 SOC 方法的控制律为

$$u_0^{fb}=2-2\sqrt{1-d} \tag{30}$$

同理, 可解得 c 的控制律为

$$u^{fb} = 2.5 - 0.5\sqrt{23 - 16d} \tag{31}$$

计算目标函数在 d 变化范围内的总损失, 可通过对 d 求积分得到, 将 u_0^{fb} 代入到 J 并积分可得 c_0 的总损失 L_0 为

$$L_0 = \int_0^1 (u_0^{fb} - d)^2 \mathrm{d}d = 0.0667 \tag{32}$$

同理, c 的总损失 L 可计算得:

$$L = \int_0^1 (u^{fb} - d)^2 \mathrm{d}d = 0.0084 \tag{33}$$

从以上结果可以看到, 使用本文的分段线性化方法后, 控制系统的自主优化控制效果得到了大幅度的提升.

3.2 CSTR 反应过程

反应原料通入 CSTR 进行一级可逆放热反应 $A \leftrightharpoons B$. 反应物中 A 和 B 的浓度分别为 C_{Ai} 和 C_{Bi}, 进料温度和出料温度分别为 T_i 和 T, 未反应的 A 和产物 B 的浓度分别为 C_A 和 C_B, 如图 4.

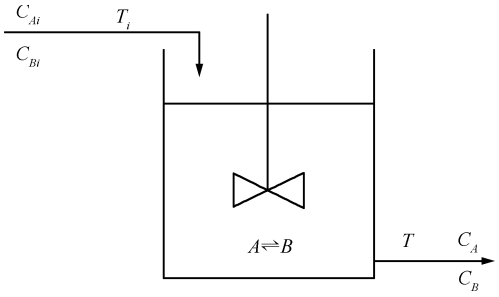


图 4　CSTR 放热反应示意图

Fig. 4　CSTR exothermic reactor

此 CSTR 过程的机理模型可用如下物料和能量平衡微分方程描述

$$\frac{\mathrm{d}C_A}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\tau}(C_{Ai} - C_A) - r \tag{34}$$

$$\frac{\mathrm{d}C_B}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\tau}(C_{Bi} - C_B) + r \tag{35}$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\tau}(T_i - T) + 5r \tag{36}$$

其中, $\tau = 60\,\mathrm{s}$ 为停留时间, 反应速率 r 和各物质的浓度及体系温度有关, 表示为

$$r = 5\,000\mathrm{e}^{-\frac{10\,000}{19877}} C_A - 10^6 \mathrm{e}^{-\frac{15\,000}{19877}} C_B \tag{37}$$

操纵变量 u、测量变量 $\boldsymbol{y}$ 和扰动变量 $\boldsymbol{d}$ 为

$$u = [T_i] \tag{38}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} C_A & C_B & T & T_i \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{39}$$

$$\boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} C_{Ai} & C_{Bi} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{40}$$

测量变量的测量误差为: 浓度 C_A 和 C_B 为 $0.01\,\mathrm{mol/L}$, 温度 T 和 T_i 为 $0.5\,\mathrm{K}$, 扰动变量的变化区域 D 为 $\{0.5\,\mathrm{mol/L} \le C_{Ai} \le 1.5\,\mathrm{mol/L}, 0 \le C_{Bi} \le 0.5\,\mathrm{mol/L}\}$. 目标函数为

$$J = -20\,090 C_B + (0.1657 T_i)^2 \tag{41}$$

其中, 等式右边第 1 项为产物 B 收益的负数, 第 2 项为加热物料的能源成本. 名义工作点的过程变量数据列于表 1.

表 1　CSTR 过程名义工作点各变量数值

Table 1　Process variables and nominal values for CSTR

变量	物理含义	名义点数据	单位
C_A	出料 A 浓度	0.498	mol/L
C_B	出料 B 浓度	0.502	mol/L
T	物料出口温度	426.803	K
T_i	反应器温度	424.292	K
C_{Ai}	进料 A 浓度	1.0	mol/L
C_{Bi}	进料 B 浓度	0	mol/L
J	目标函数	−5 149.3	10^{-4}\$

对此 CSTR 过程, 应用文献中的线性化 SOC 方法得到被控变量

$$c_0 = 0.763y_1 - 0.647y_2 - 0.00007y_3 - 0.005y_4$$
$$c^s = -2.155 \tag{42}$$

使用本文提出的方法, 将扰动变量 C_{Ai} 和 C_{Bi} 各自的允许变化范围内 10 等分, 得到 121 个操作点并依次应用线性化 SOC 方法, 将结果代入到式 (23) 和式 (24), 得到如下被控变量

$$c = 0.813y_1 - 0.556y_2 - 0.0005y_3 - 0.004y_4$$
$$c^s = -1.8448 \tag{43}$$

使用蒙特卡罗 (Monte Carlo) 实验方法对 c_0 和 c 进行验证, 产生 100 组随机扰动. 假设稳态时控制器能够跟踪被控变量的设定值, 计算目标函数平均损失

$$\bar{L}_0 = 11.5704, \quad \bar{L} = 9.0414 \tag{44}$$

可以看到 c 的效果有所改进, 其经济效益在原来的基础上进一步提升了 $(11.5704 - 9.0414)/11.5714 \times 100\,\% = 21.86\,\%$. 由于此 CSTR 放热过

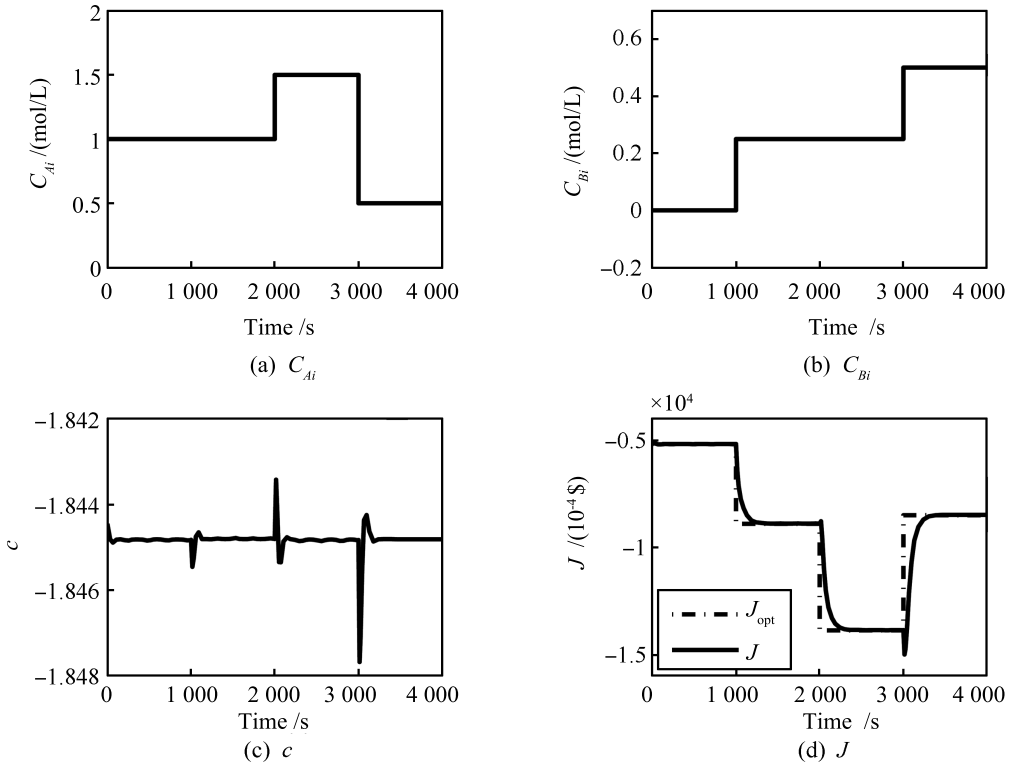


图 5 扰动、被控变量和目标函数响应曲线

Fig. 5 Trajectories for disturbances, controlled variable, and objective function

程在本质上具有较强的非线性, 因此应用本文提出的方法取得了更为良好的自主优化控制效果.

动态仿真安排如下: 初始时刻系统运行于名义点, 扰动变量 C_{Ai} 在 1 000 s 和 3 000 s 分别产生值为 0.25 mol/L 和 0.5 mol/L 的阶跃变化, C_{Bi} 在 2 000 s 和 3 000 s 分别产生值为 0.5 mol/L 和 1.5 mol/L 的阶跃变化. 被控变量 c 在 PI 控制器作用下始终跟踪恒定的设定值, 扰动、被控变量和目标函数的响应曲线如图 5 所示. 从图中可以看到, 系统在扰动作用下, 只要维持被控变量 c 在设定点 −1.8448 上, 目标函数 J 就能在 PI 控制器作用下自动调整到最优值 $J_{\rm opt}$ 附近, 具有良好的优化控制效果.

4 结论

SOC 方法是一种新型的优化控制策略, 和传统的 RTO 实时优化方法相比具有优化效果直接、控制拓扑简洁等一系列优点, 正在得到越来越广泛的应用. 以系统名义工作点的单一线性化模型为基础, 是现有 SOC 方法的其中一个缺点. 因此当过程的非线性较强时, 由于线性化误差导致的目标函数损失将显著影响控制系统的自主优化性能.

本文提出了一种基于分段线性化法的改进 SOC 方法, 将扰动变量的可变空间划分出多个操作点, 分别得到系统的线性化模型并应用线性化 SOC 方法, 最后构造出总的被控变量. 新方法能够从平均意义上在更大范围的操作空间内减小损失, 具有更加优异的自主优化效果. 最后研究了一个数值算例和一个放热反应过程并对比了本文提出的方法和线性化 SOC 方法, 验证了本文方法的有效性.

References

1 Skogestad S. Plantwide control: the search for the self-optimizing control structure. *Journal of Process Control*, 2000, **10**(5): 487−507

2 Morari M, Arkun Y, Stephanopoulos G. Studies in the synthesis of control structures for chemical processes: Part 1: formulation of the problem. Process decomposition and the classification of the control tasks. Analysis of the optimizing control structures. *AIChE Journal*, 1980, **26**(2): 220−232

3 Skogestad S. Control structure design for complete chemical plants. *Computers and Chemical Engineering*, 2004, **28**(1−2): 219−234

4 Larsson T, Govatsmark M S, Skogestad S, Yu C C. Control structure selection for reactor, separator, and recycle processes. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2003, **42**(6): 1225−1234

5 Larsson T, Hestetun K, Hovland E, Skogestad S. Self-optimizing control of a large-scale plant: the Tennessee Eastman process. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2001, **40**(22): 4889−4901

6 Jagtap R, Kaistha N, Skogestad S. Plantwide control for economic optimum operation of a recycle process with side

reaction. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2011, **50**(14): 8571−8584

7 de Araújo A C B, Gallani S, Mulas M, Olsson G. Systematic approach to the design of operation and control policies in activated sludge systems. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2011, **50**(14): 8542−8557

8 Halvorsen I J, Skogestad S, Morud J C, Alstad V. Optimal selection of controlled variables. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2003, **42**(14): 3273−3284

9 Kariwala V. Optimal measurement combination for local self-optimizing control. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2007, **46**(11): 3629−3634

10 Kariwala V, Cao Y, Janardhanan S. Local self-optimizing control with average loss minimization. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2008, **47**(4): 1150−1158

11 Alstad V, Skogestad S. Null space method for selecting optimal measurement combinations as controlled variables. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2007, **46**(3): 846−853

12 Alstad V, Skogestad S, Hori E S. Optimal measurement combinations as controlled variables. *Journal of Process Control*, 2009, **19**(1): 138−148

13 Ye Ling-Jian, Li Ying-Dao, Song Zhi-Huan. New approach for constructing controlled variables for chemical processes. *CIESC Journal*, 2011, **62**(8): 2221−2226
(叶凌箭, 李英道, 宋执环. 一种构造化工过程被控变量的方法. 化工学报, 2011, **62**(8): 2221−2226)

14 Edgar T F, Himmelblau D M, Lasdon L S. *Optimization of Chemical Processes (2nd edition)*. Boston: McGraw-Hill, 2001

15 Jäschke J, Skogestad S. NCO tracking and self-optimizing control in the context of real-time optimization. *Journal of Process Control*, 2011, **21**(10): 1407−1416

叶凌箭 浙江大学宁波理工学院讲师. 分别于 2006 年和 2011 年获得浙江大学化工系学士和控制系博士学位. 主要研究方向为控制结构设计, 过程监测.
E-mail: ljye@iipc.zju.edu.cn
(**YE Ling-Jian** Lecturer at Ningbo Institute of Technology, Zhejiang University. He received his bachelor and Ph. D. degrees in the Department of Chemical Engineering and the Department of Control Science and Engineering from Zhejiang University in 2006 and 2011, respectively. His research interest covers control structure design and process monitoring.)

钟伟红 浙江大学宁波理工学院讲师. 分别于 2000 年和 2003 年获得昆明理工大学自动化系学士和硕士学位. 主要研究方向为化工过程建模与优化. 本文通信作者. E-mail: zwh@nit.net.cn
(**ZHONG Wei-Hong** Lecturer at Ningbo Institute of Technology, Zhejiang University. She received her bachelor and master degrees in the Department of Automation from Kunming University of Science and Technology in 2000 and 2003, respectively. Her research interest covers chemical process modeling and optimization. Corresponding author of this paper.)

宋执环 浙江大学工业控制研究所教授. 主要研究方向为基于数据驱动的复杂工业过程建模与故障诊断.
E-mail: zhsong@iipc.zju.edu.cn
(**SONG Zhi-Huan** Professor at the Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University. His research interest covers data-driven based techniques for complex process modeling and fault diagnosis.)