

一类离焦虹膜图像复原算法的研究

马捷¹ 张忠波² 杨航² 周春光¹

摘要 通常,虹膜识别系统中采集设备的景深 (Depth of field, DOF) 都很小,在采集过程中经常出现离焦现象,理论和实际应用都需要研究这种离焦图像的复原方法. 本文研究了一种点扩散函数 (Point spread function, PSF) 为正六边形的示性函数的离焦虹膜图像复原问题. 通过分析 PSF 频域零点的分布规律,从理论上证明了距频域中心最近的第一圈零点的零点定理,证明过程中也提供了计算这些零点的方法,在此基础上,给出了这一类离焦图像复原的快速算法. 实验结果验证了算法的有效性与实时性.

关键词 虹膜识别, 点扩散函数, 图像复原, 逆滤波

引用格式 马捷, 张忠波, 杨航, 周春光. 一类离焦虹膜图像复原算法的研究. 自动化学报, 2012, 38(6): 959–968

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.00959

A Study on Defocused Iris Image Restoration

MA Jie¹ ZHANG Zhong-Bo² YANG Hang² ZHOU Chun-Guang¹

Abstract Generally, acquisition equipments in iris recognition systems have a shallow depth of field (DOF), which are very sensitive to defocus. Methods to recover defocused images are needed both in theoretical researches and in real-world applications. In this paper, an indicator function of regular hexagon was used as the point spread function (PSF) to solve the recovery problem of defocused iris images. By analyzing the zero distribution of PSF in frequency domain, we theoretically, proved the zero theorem for the round of zero points nearest to the center of frequency domain. We also provided the computational method to find zero points and the fast algorithm to recovery this kind of defocused images. The experimental results showed the efficiency of the algorithm.

Key words Iris recognition, point spread function (PSF), image restoration, inverse filtering

Citation Ma Jie, Zhang Zhong-Bo, Yang Hang, Zhou Chun-Guang. A study on defocused iris image restoration. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(6): 959–968

虹膜识别是利用虹膜模式的唯一性进行身份认证的技术^[1–4],高精度虹膜识别的前提是获取高质量的虹膜图像^[5]. 而通常采集到的虹膜图像很容易出现离焦现象而变得模糊. 这是由于虹膜图像采集时受到很多因素的影响,包括光照、运动目标、距离和尺寸等,所有这些因素的影响,降低了可能的光学景深 (Depth of field, DOF)^[3],以致经常出现离焦

现象^[6],为了使得识别算法能够有效进行,将离焦虹膜图像进行复原处理是十分必要的.

目前关于虹膜识别方法的研究很多,也取得了一些很好的结果^[7–11],但关于离焦虹膜图像复原的研究却相对很少,主要原因在于虹膜图像复原的特殊性. 虹膜识别主要是利用虹膜的细节信息进行快速辨别^[6],因此离焦虹膜图像的复原算法要求有很高的精度 (尤其是对细节信息的恢复) 和很好的执行效率 (实时性). 大部分通用的图像复原方法并不能同时满足上述要求.

图像的离焦现象可以归结为点扩散函数的卷积作用,其中点扩散函数即卷积核函数,因此,图像复原方法有时也被称为解卷方法. 在实际应用中,点扩散函数一般是未知的或者是很难准确估计的. 图像复原方法的研究大致可分为两类:一类是建立在点扩散函数已知的假设之上展开研究,大多数文献都属于这一类. 由于离焦虹膜图像的点扩散函数事先未知,因此这类方法不能直接用于离焦虹膜图像的复原,只有在可以实时得到离焦虹膜图像点扩散函数的准确估计时,这一类方法才能发挥作用. 本文的主要目的,就是要给出对一类离焦虹膜图像快速求得

收稿日期 2010-08-04 录用日期 2010-12-09
Manuscript received August 4, 2010; accepted December 9, 2010

国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2009AA02Z307), 国家自然科学基金 (60873146, 60973092, 60903097), 吉林省生物识别新技术重点实验室 (20082209), 符号计算与知识工程教育部重点实验室资助

Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2009AA02Z307), National Natural Science Foundation of China (60873146, 60973092, 60903097), the Key Laboratory of Jilin Province for New Technology of Biometric Recognition (20082209), and the Key Laboratory for Symbol Computation and Knowledge Engineering of the National Education Ministry of China

本文责任编辑 张鸿宾

Recommended by Associate Editor ZHANG Hong-Bin

1. 吉林大学计算机科学与技术学院 长春 130021 2. 吉林大学数学学院 长春 130021

1. Department of Computer Science and Technology, Jilin University, Changchun 130021 2. Mathematics School and Institute, Jilin University, Changchun 130021

其点扩散函数的精确估计的方法(之后采用经典的逆滤波方法进行图像复原). 另一类就是盲复原方法的研究(又称盲解卷). 这类研究是把点扩散函数和原始图像一起作为未知函数构造相应的数学模型, 并提出求解满足模型和相应约束条件的某种最优解的方法. 这一类方法的应用范围比较广, 但是对于离焦虹膜图像细节的恢复困难较大, 时间开销也很大, 并不实用.

对于离焦的虹膜图像复原, 现有的文献基本上都是针对圆形光圈的光学系统所采集的图像进行研究. 其中 Kang 等^[5]的方法首先利用特殊设计的卷积核对图像退化程度进行打分, 之后利用得到的分数对点扩散函数(Point spread function, PSF)的参数进行估计. 最后, 利用逆滤波方法进行图像恢复. 文献[6]在文献[5]的基础上进行了改进. 首先改进了文献[5]中对 PSF 参数进行估计的方法, 在对退化程度进行打分的基础上, 结合了光学系统的信息, 提高了对 PSF 参数估计的精度. 在图像恢复步骤, 改用了约束的最小二乘滤波方法, 进一步提高了图像复原算法的性能. 文献[12]在文献[6]的基础上, 考虑了运动模糊造成的图像退化. 对于输入系统的虹膜图像, 首先进行运动模糊和光学系统的退化检测, 如果图像退化是由光学系统造成, 则采用文献[6]中的方法进行复原, 如果退化由运动模糊造成, 则采用修改的逆滤波方法进行复原, 如果退化是同时由这两种因素造成, 则设计了特殊的滤波器, 以约束的最小二乘滤波方法进行图像复原. He 等^[13]提出的图像恢复方法首先假设 PSF 为圆盘的示性函数, 利用采集设备固有的 IR-LED 在图像上形成的光点来估计虹膜与光学系统间的距离, 进而估计 PSF 的半径, 再利用约束最小二乘滤波方法进行图像恢复.

对于虹膜识别系统而言, 一般都具有很高的信噪比. 采集到的离焦虹膜图像, 其离焦的原因主要是虹膜与光学系统的距离过近或者过远. 在这种情况下, 点扩散函数与光学系统的光圈形状关系紧密. 图 1 和图 2 分别表示了圆形光圈和正六边形光圈情况下离焦成像的原理.

文献[14–17]研究了 PSF 为圆盘示性函数时, 离焦图像的复原方法. 该方法通过计算圆盘示性函数频域的零点分布, 估计出 PSF 的圆盘半径, 进而使用逆滤波方法进行图像复原. 文献[15]在第六章中阐述了这种方法. 然而, PSF 为圆盘示性函数的逆滤波方法只适用于光圈是圆盘的固定光圈的光学系统所采集的离焦图像. 而目前正多边形光圈的光学系统已经越来越多. 这样的光学系统离焦后形成的 PSF 就是和光圈形状相对应的正多边形的示性函数, 比较常见的有正六边形、正八边形、正十二边

形等. 虽然正多边形光圈的镜头在各行各业获得了广泛应用, 但 PSF 为正多边形示性函数的情况下, 离焦图像复原方法的研究至今未见相关文献报道.

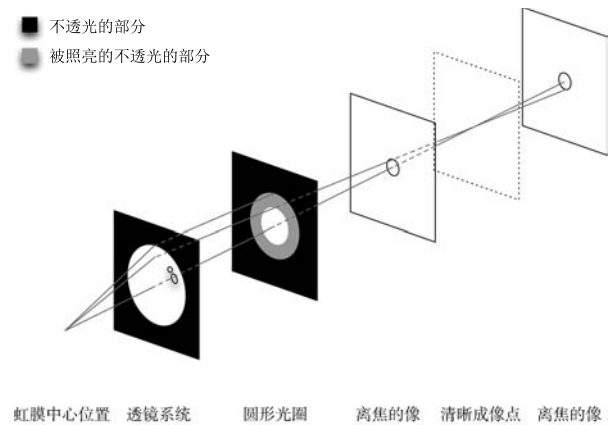


图 1 圆形光圈离焦图示

Fig. 1 Defocus with circular aperture

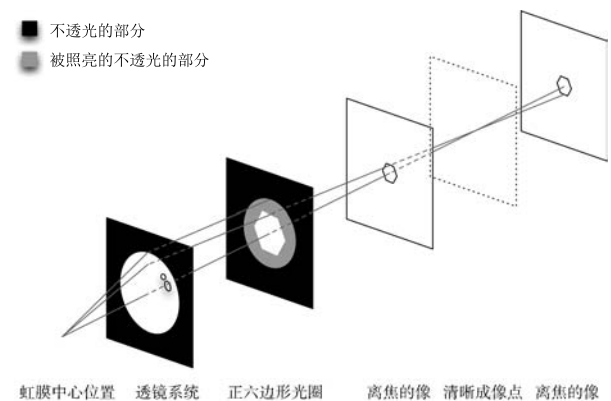


图 2 正六边形光圈离焦图示

Fig. 2 Defocus with regular hexagon aperture

本文研究了正六边形光圈所对应的 PSF 在频域的零点分布规律, 证明了刻画这一规律的零点定理, 再由零点定理给出精确估计正六边形光圈边长及转角进而得到高精度 PSF 估计的方法, 最后给出这一类离焦虹膜图像复原的快速算法. 实验结果表明了该算法的有效性和实时性.

1 正六边形示性函数于频域的零点分布

对于线性移不变成像系统, 图像退化过程可以表示为

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + n(x, y) \quad (1)$$

式中, $g(x, y)$ 为退化图像, $f(x, y)$ 为原始图像, $h(x, y)$ 为成像系统的点扩散函数, $n(x, y)$ 为加性噪声, $*$ 为卷积运算. 对式 (1) 进行傅里叶变换, 对

应的频域表达式为

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v) \quad (2)$$

对于虹膜图像, 由于信噪比高, 一般 $N(u, v)$ 都很小.

当光圈为正六边形的光学系统离焦时, 物空间的一点映射到象空间变成一个正六边形 (见图 2), 离焦造成的图像模糊相应的点扩展函数 (PSF) 可简化为一个正六边形 (如图 3 和图 4) 的示性函数, 用 D 表示图 3 中的中心位于原点的正六边形域, 其示性函数表达式为

$$h_0(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3\sqrt{3}}, & (x, y) \in D \\ 0, & (x, y) \notin D \end{cases} \quad (3)$$

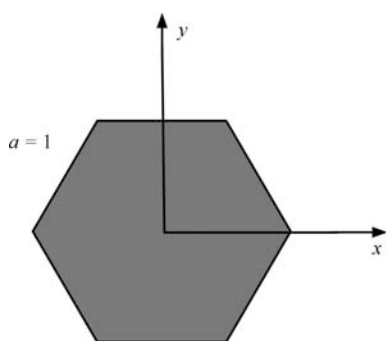


图 3 正六边形 ($a = 1, \varphi = 0$)

Fig. 3 Regular hexagon ($a = 1, \varphi = 0$)

则如图 4 的一般情况下, 点扩散函数 PSF 为

$$h_\varphi(x, y) = \frac{1}{a^2} h_0 \left(\left(\frac{1}{a} R_\varphi^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right)^T \right) = \frac{1}{a^2} h_0 \left(\frac{1}{a} (x, y) R_\varphi \right) \quad (4)$$

其中

$$R_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$R_\varphi^{-1} = R_\varphi^T = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (5)$$

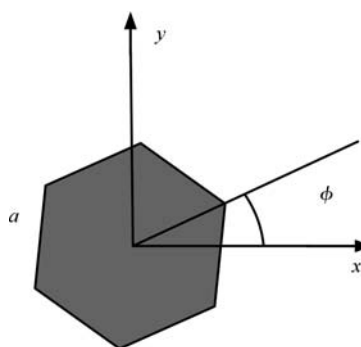


图 4 旋转 φ 角的边长为 a 的正六边形

Fig. 4 Regular hexagon with side length a and rotated by φ

通过化重积分为累次积分, 可以算出式 (3) 对应的傅里叶变换式为式 (6) (见本页下方), 其中 “ \cdot ” 表示向量的内积运算.

从积分的表达式易见, $H_0(u, v)$ 是非常光滑的函数, 因此其解析表达式中出现分母为零的时候, 其函数值理解为极限.

而 $h_\varphi(x, y)$ 的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} H(u, v) &= \iint h_\varphi(x, y) e^{-i(x, y) \cdot (u, v)} dx dy = \\ &= \frac{1}{a^2} \iint h_0 \left(\frac{1}{a} (x, y) R_\varphi \right) \times \\ &= e^{-i \left(\frac{1}{a} (x, y) R_\varphi \right) \cdot ((u, v) a R_\varphi)} dx dy = \\ &= \iint_D h_0(x, y) e^{-i(x, y) \cdot ((u, v) a R_\varphi)} dx dy = \\ &= H_0((u, v) a R_\varphi) \end{aligned} \quad (7)$$

其中用到

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a} (x, y) R_\varphi \right) \cdot ((u, v) a R_\varphi) &= \\ (x, y) R_\varphi ((u, v) R_\varphi)^T &= \\ (x, y) R_\varphi R_\varphi^{-1} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} &= (x, y) \cdot (u, v) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_0(u, v) &= \iint h_0(x, y) e^{-i(x, y) \cdot (u, v)} dx dy = \frac{2}{3\sqrt{3}} \iint_D \cos(xu + yv) dx dy = \\ &= \frac{2}{3} \frac{\left(\frac{1}{2}u + \frac{\sqrt{3}}{2}v \right) \cos\left(\frac{1}{2}u + \frac{\sqrt{3}}{2}v\right) + \left(\frac{1}{2}u - \frac{\sqrt{3}}{2}v \right) \cos\left(\frac{1}{2}u - \frac{\sqrt{3}}{2}v\right) - u \cos u}{u\left(\frac{1}{2}u - \frac{\sqrt{3}}{2}v\right)\left(\frac{1}{2}u + \frac{\sqrt{3}}{2}v\right)} \end{aligned} \quad (6)$$

由式 (7), 我们得到:

引理 1. (u_0, v_0) 是 $H_0(u, v)$ 的零点, 当且仅当 $\frac{1}{a}(u_0, v_0)R_\varphi^{-1}$ 是 $H(u, v)$ 的零点.

为了研究 $H_0(u, v)$ 的零点分布, 我们对 $a = 0.1$, $\varphi = 0$ 的情形, 按照式 (6) 和式 (7) 绘制了 $H(u, v)$ 的图像 (见图 5 和图 6), 从中可粗略判断, 在频域中

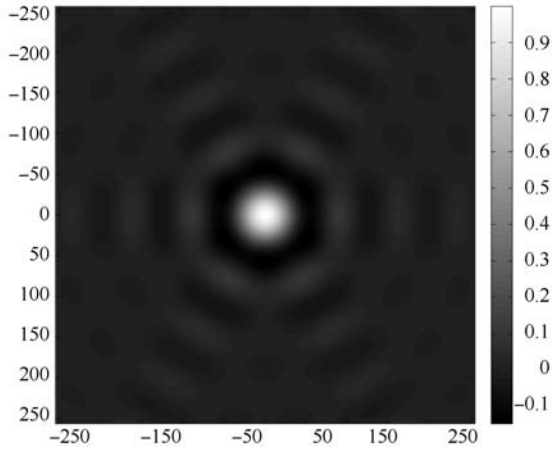


图 5 由式 (6) 和式 (7) 所绘制的 $H(u, v)$
($a = 0.1, \varphi = 0$, 视角与 xy 平面夹角 90°)

Fig. 5 $H(u, v)$ from (6) and (7)

($a = 0.1, \varphi = 0$, the angle between viewpoint and xy plane is 90° .)

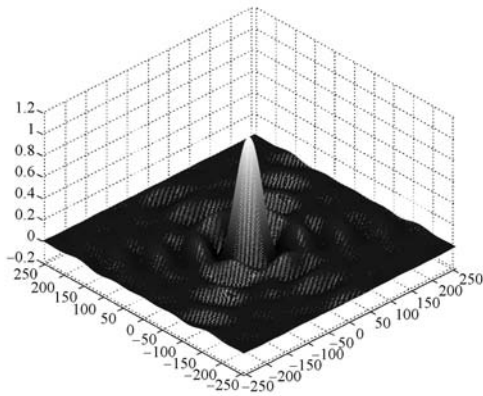


图 6 由式 (6) 和式 (7) 所绘制的 $H(u, v)$
($a = 0.1, \varphi = 0$, 视角与 xy 平面夹角 45°)

Fig. 6 $H(u, v)$ from (6) and (7)

($a = 0.1, \varphi = 0$, the angle between viewpoint and xy plane is 45° .)

心附近, 应该存在形如图 7 所示的第一圈和第二圈零点. 第 2 节的零点定理肯定了这一判断.

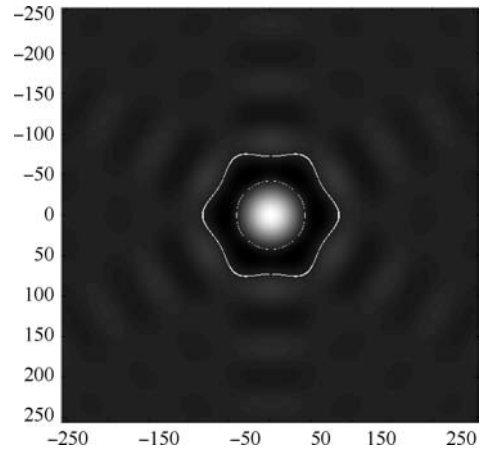


图 7 含有零点的 $H(u, v)$
(图中白色点簇分别为第一圈和第二圈零点)

Fig. 7 $H(u, v)$ with zero points
(White dots are zero points.)

有趣的是, 肉眼第一圈零点似乎是一个圆, 其实不然, 它近似于正六边形的某种弯曲变形, 只是变形后与圆盘形状接近.

应该指出, $H_0(u, v)$ 的零点只需计算一次, 对不同的 a 和 φ , 用引理 1 便可算出 $H(u, v)$ 的相应零点. 这些零点的分布与具体虹膜图像无关. 根据这些零点处 $G(u, v)$ 的取值变化辨识出相应正六边形的边长 a 和转角 φ , 便可以按经典逆滤波方法确定 $F(u, v)$, 从而求其傅里叶逆变换得到所需的复原图像 $f(x, y)$. 这便是第 3 节给出的离焦虹膜图像复原算法的主要思想.

2 $H_0(u, v)$ 的零点定理

由于 $h_0(x, y)$ 与圆盘示性函数的差异, 傅里叶变换后, $H_0(u, v)$ 的零点分布也相对复杂. 本节给出的零点定理的证明多是比较细致的初等证明, 为叙述清晰, 拆成几个引理.

在式 (6) 中作极坐标变换: $u = r \cos \theta, v = r \sin \theta$, 则有式 (8), 其中用到了: $u = r \cos \theta = r \sin(\theta + \frac{9}{6}\pi), \frac{1}{2}u + \frac{\sqrt{3}}{2}v = r \sin(\theta + \frac{1}{6}\pi), \frac{1}{2}u - \frac{\sqrt{3}}{2}v = r \sin(\theta + \frac{5}{6}\pi)$. 由式 (8) 容易看出:

$$H_0(u, v) = H_1(r, \theta) =$$

$$\frac{2}{3} \frac{\sin(\theta + \frac{1}{6}\pi) \cos(r \sin(\theta + \frac{1}{6}\pi)) + \sin(\theta + \frac{5}{6}\pi) \cos(r \sin(\theta + \frac{5}{6}\pi)) + \sin(\theta + \frac{9}{6}\pi) \cos(r \sin(\theta + \frac{9}{6}\pi))}{-r^2 \sin(\theta + \frac{1}{6}\pi) \sin(\theta + \frac{5}{6}\pi) \sin(\theta + \frac{9}{6}\pi)}$$

(8)

$$H_1(r, \theta) = H_1\left(r, \theta + \frac{1}{3}\pi\right) = H_1(r, -\theta) \quad (9)$$

事实上, 从函数 $h_0(x, y)$ 的特点和傅里叶变换的旋转性质, 也可直接得到式 (9).

由式 (9) 可见, 只需讨论 $H_1(r, \theta)$ 在 $\theta \in [0, \frac{1}{6}\pi]$ 内的零点分布即可, $H_1(r, \theta)$ 在 $[\frac{1}{6}\pi, 2\pi]$ 内的零点分布可通过 $H_1(r, \theta)$ 在 $[0, \frac{1}{6}\pi]$ 的零点通过对称与旋转操作得到.

再令

$$\begin{cases} t = \frac{\sqrt{3}}{4}r \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right), \\ \alpha = \sqrt{3} \cot\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right), \end{cases} \quad \theta \in \left[0, \frac{1}{6}\pi\right] \quad (10)$$

代入式 (8), 得到式 (11) 和式 (12) (见本页下方).

在式 (8) ~ (11) 中用到以下公式:

$$\begin{aligned} r \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) &= \frac{4}{\sqrt{3}}t \\ r \cos\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) &= \\ r \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) \cot\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) &= \frac{4}{3}t\alpha \\ r \sin\left(\theta + \frac{5}{6}\pi\right) &= r \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi + \frac{1}{2}\pi\right) = \\ r \cos\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) &= \frac{4}{3}t\alpha \\ r \sin\left(\theta + \frac{1}{6}\pi\right) &= r \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi - \frac{1}{6}\pi\right) = \\ r \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) \cos\left(\frac{1}{6}\pi\right) - \\ r \cos\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) \sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) &= 2t - \frac{2}{3}t\alpha \\ r \sin\left(\theta + \frac{9}{6}\pi\right) &= r \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi + \frac{7}{6}\pi\right) = \\ r \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) \cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) + \end{aligned}$$

$$r \cos\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) \sin\left(\frac{7}{6}\pi\right) = -\left(2t + \frac{2}{3}t\alpha\right)$$

而在式 (11) 和式 (12) 中用到以下公式:

$$2 \sin b \cos c = \cos(b - c) - \cos(b + c)$$

式 (10) 把 $\theta \in [0, \frac{1}{6}\pi]$ 变到 $\alpha \in [0, 1]$, 以下将证明: 对于任意固定的 $\alpha \in [0, 1]$, $H_2(0, \alpha) > 0$, 而 $H_2(\frac{2}{3}\pi, \alpha) \leq 0$, 且 $H_2(t, \alpha)$ 在 $(0, \frac{2}{3}\pi)$ 区间上严格下降. 从而证明 $H_2(t, \alpha)$ 在 $t \in [0, \frac{2}{3}\pi]$ 上有且仅有一个零点.

引理 2. $H_2(0, \alpha) = 1 > 0$, 对任意 $\alpha \in [0, 1]$.

证明. 由式 (12) 得:

$$\begin{aligned} H_2(0, \alpha) &= \lim_{t \rightarrow 0} H_2(t, \alpha) = \\ \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{3(1 + \frac{1}{3}\alpha)} &\left(2 \frac{\sin(2t)}{2t} \frac{\sin(\frac{2}{3}t\alpha)}{\frac{2}{3}t\alpha} + \right. \\ &\left. (1 + \alpha) \frac{\sin(t + t\alpha)}{t + t\alpha} \frac{\sin(t - \frac{1}{3}t\alpha)}{t - \frac{1}{3}t\alpha} \right) = 1 > 0 \end{aligned}$$

□

引入函数 $\xi(x) = 2 \cos x + x \sin x$, $x \geq 0$, 易见 $\xi'(x) = x \cos x - \sin x$, 因为当 $\cos x = 0$ 时, $\xi'(x) = -\sin x = \pm 1 \neq 0$, 而 $\cos x \neq 0$ 时, $\xi'(x) = \cos x(x - \tan x)$, 由此可见, $\xi'(x)$ 的零点即 $x - \tan x$ 的零点. 记 $\xi'(x)$ 在正实轴上的前三个零点分别为 x_0, x_1, x_2 , 容易用数值方法算出 $x_0 \approx 4.49341$, $x_1 \approx 7.72525$, $x_2 \approx 10.90412$, 根据 $\xi'(x)$ 在区间 $(0, x_0)$, (x_0, x_1) 和 (x_1, x_2) 上的正负情况, 可以得到:

引理 3. 函数 $\xi(x) = 2 \cos x + x \sin x$ 在区间 $[0, x_0]$ 上严格下降, 在 $[x_0, x_1]$ 上严格上升, 在 $[x_1, x_2]$ 上严格下降.

利用式 (11) 和 $\xi(x)$ 的表达式, 容易计算式 (13) (见下页上方).

$$H_0(u, v) = H_2(t, \alpha) = \frac{\frac{4}{3}t\alpha \cos(\frac{4}{3}t\alpha) + (2t - \frac{2}{3}t\alpha) \cos(2t - \frac{2}{3}t\alpha) - (2t + \frac{2}{3}t\alpha) \cos(2t + \frac{2}{3}t\alpha)}{\frac{4}{3}t\alpha(2t + \frac{2}{3}t\alpha)(2t - \frac{2}{3}t\alpha)} = \quad (11)$$

$$\frac{1}{3(t + \frac{1}{3}t\alpha)} \left(\frac{\sin(2t) \sin(\frac{2}{3}t\alpha)}{\frac{2}{3}t\alpha} + \frac{\sin(t + t\alpha) \sin(t - \frac{1}{3}t\alpha)}{t - \frac{1}{3}t\alpha} \right) \quad (12)$$

$$\frac{\partial H_2(t, \alpha)}{\partial t} = \frac{\frac{4}{3}\alpha(\xi(2t + \frac{2}{3}t\alpha) - \xi(\frac{4}{3}t\alpha)) + (2 - \frac{2}{3}\alpha)(\xi(2t + \frac{2}{3}t\alpha) - \xi(2t - \frac{2}{3}t\alpha))}{t^3(2 + \frac{2}{3}\alpha)(2 - \frac{2}{3}\alpha)\frac{4}{3}\alpha} \quad (13)$$

引理 4. 当 $\alpha \in [0, 1], t \in (0, \frac{2}{3}\pi]$ 时,

$$\xi(2t + \frac{2}{3}t\alpha) - \xi(\frac{4}{3}t\alpha) < 0$$

证明. 容易看出, 此时 $\frac{4}{3}t\alpha \in [0, \frac{8}{9}\pi], 2t + \frac{2}{3}t\alpha \in [0, \frac{16}{9}\pi]$, 由 $2t + \frac{2}{3}t\alpha > \frac{4}{3}t\alpha$ 和 $\xi(x)$ 的单调性, 当 $2t + \frac{2}{3}t\alpha \in (0, x_0]$ 时,

$$\xi(2t + \frac{2}{3}t\alpha) - \xi(\frac{4}{3}t\alpha) < 0 \quad (14)$$

而当 $2t + \frac{2}{3}t\alpha \in (x_0, \frac{16}{9}\pi]$ 时, $\xi(2t + \frac{2}{3}t\alpha) \leq \xi(\frac{16}{9}\pi) \leq -2, \xi(\frac{4}{3}t\alpha) \geq \xi(\frac{8}{9}\pi) > 1$, 故式 (14) 成立. \square

引理 5. 当 $\alpha \in [0, 1], t \in (0, \frac{2}{3}\pi]$ 时,

$$\xi(2t + \frac{2}{3}t\alpha) - \xi(2t - \frac{2}{3}t\alpha) < 0$$

证明. 当 $t \in (0, \frac{1}{2}\pi]$ 时, $2t + \frac{2}{3}t\alpha \in [0, \frac{4}{3}\pi] \subset [0, x_0]$, 由 $\xi(x)$ 单调性, 知

$$\xi(2t + \frac{2}{3}t\alpha) - \xi(2t - \frac{2}{3}t\alpha) < 0$$

当 $t \in (\frac{1}{2}\pi, \frac{2}{3}\pi]$ 时,

$$\begin{aligned} \xi\left(2t + \frac{2}{3}t\alpha\right) - \xi\left(2t - \frac{2}{3}t\alpha\right) &= \\ &- 4 \sin(2t) \sin\left(\frac{2}{3}t\alpha\right) + 4t \cos(2t) \sin\left(\frac{2}{3}t\alpha\right) + \\ &\frac{4}{3}t\alpha \sin(2t) \cos\left(\frac{2}{3}t\alpha\right) = \\ &- 4 \sin\left(\frac{2}{3}t\alpha\right) (\sin(2t) - t \cos(2t)) + \\ &\frac{4}{3}t\alpha \sin(2t) \cos\left(\frac{2}{3}t\alpha\right) < \\ &- 4 \sin\left(\frac{2}{3}t\alpha\right) \cos(2t) (\tan(2t) - t) + \\ &\frac{4}{3}t\alpha \sin(2t) \cos\left(\frac{2}{3}t\alpha\right) < 0 \end{aligned}$$

其中用到: 当 $t \in (\frac{1}{2}\pi, \frac{2}{3}\pi]$ 时, $\sin(2t) < 0, \cos(\frac{2}{3}t\alpha) > 0, \sin(\frac{2}{3}t\alpha) > 0, \cos(2t) < 0$ 和 $\tan(2t) - t < 0$, 最后一个不等式可如下证明: 因为 $(\tan(2t) - t)' =$

$\frac{2}{\cos^2(2t)} - 1 > 0$, 而有 $\tan(2t) - t \leq \tan \frac{4}{3}\pi - \frac{2}{3}\pi = \sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi < 0$.

综上, 在 $t \in (\frac{1}{2}\pi, \frac{2}{3}\pi]$ 时, $\xi(2t + \frac{2}{3}t\alpha) - \xi(2t - \frac{2}{3}t\alpha) < 0$. \square

由引理 4、引理 5 和式 (13) 不难看出: $\frac{\partial H_2(t, \alpha)}{\partial t} < 0, t \in (0, \frac{2}{3}\pi], \alpha \in [0, 1]$, 于是有:

引理 6. 对任意给定的 $\alpha \in [0, 1], H_2(t, \alpha)$ 在区间 $[0, \frac{2}{3}\pi]$ 上严格下降.

引理 7. $H_2(t, \alpha) \leq 0, t \in [\frac{2}{3}\pi, \pi], \alpha \in [0, 1]$.

证明. 当 $t + t\alpha \geq \pi$ 时, 因为 $2t \geq t + t\alpha \geq \pi, \sin 2t \leq 0, \sin(t + t\alpha) \leq 0$, 由式 (11) 可直接看出 $H_2(t, \alpha) \leq 0$. 当 $t + t\alpha < \pi$ 时, 因为 $\sin 2t \leq 0, \sin(t + t\alpha) > 0$,

$$\begin{aligned} H_2(t, \alpha) &= \frac{1}{3(\frac{1}{3}t\alpha + t)} \left(\sin(2t) \frac{\sin(\frac{2}{3}t\alpha)}{\frac{2}{3}t\alpha} + \right. \\ &\left. \sin(t + t\alpha) \frac{\sin(t - \frac{1}{3}t\alpha)}{t - \frac{1}{3}t\alpha} \right) \leq \frac{1}{3(\frac{1}{3}t\alpha + t)} \times \\ &\left(\sin(2t) \frac{\sin(\frac{2}{3}t)}{\frac{2}{3}t} + \sin(t + t\alpha) \frac{\sin(\frac{2}{3}t)}{\frac{2}{3}t} \right) = \\ &\frac{1}{3(\frac{1}{3}t\alpha + t)} \frac{\sin(\frac{2}{3}t)}{\frac{2}{3}t} 2 \sin\left(\frac{3}{2}t + \frac{1}{2}t\alpha\right) \times \\ &\cos\left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{2}t\alpha\right) \leq 0 \end{aligned}$$

\square

至此, 把引理 2、引理 6 和引理 7 联系起来, 就可以给出如下的零点定理.

定理 1. 对任意给定的 $\alpha \in [0, 1], H_2(t, \alpha)$ 在 $t \in (0, \frac{2}{3}\pi]$ 区间有且仅有一个零点.

返回到变换之前的 $H_1(r, \theta)$, 由于对称和旋转的性质 (见式 (9)), 我们在理论上证明了 $H_0(u, v) = H_1(r, \theta)$ 在频域中心附近确实存在第一圈零点. 这些零点的实际计算是简便的, 至少可如下施行:

1) 对任意固定的 $\alpha \in [0, 1]$, 用二分法计算出 $H_2(t, \alpha)$ 在区间 $[0, \frac{2}{3}\pi]$ 上的零点.

2) 在 1) 中求出的所有零点 (当然只是其中的有限个) 便是 $H_1(r, \theta)$ 在 $\theta \in [0, \frac{1}{6}\pi]$ 的零点. 按式 (9) 施行对称和旋转, 便可得到 $\theta \in [0, 2\pi]$ 上的全部零点. 其集合记为 L_1 , 这便是 $H_0(u, v)$ 的第一圈零点. 本文作者就是用上述二分法得到第一圈零点集合 L_1 .

类似地, 可以证明第二圈零点的存在和唯一性, 并用二分法得到第二圈零点集合 L_2 .

定理 2. 对任意给定的 $\alpha \in [0, 1]$, $H_2(t, \alpha)$ 在 $[\pi, \frac{9}{8}\pi]$ 区间有且仅有一个零点.

其证明与定理 1 类似, 不再赘述, 只列出要点:

- 1) 由引理 7 已证 $H_2(\pi, \alpha) \leq 0, \alpha \in [0, 1]$;
- 2) 证 $H_2(\frac{9}{8}\pi, \alpha) > 0, \alpha \in [0, 1]$;
- 3) 证对任意 $\alpha \in [0, 1]$, $H_2(t, \alpha)$ 在 $t \in [\pi, \frac{9}{8}\pi]$ 严格上升.

3 图像复原算法

第 2 节中得到的零点集合 L_1 是 $H_0(u, v)$ 的第一圈零点, 此时 $a = 1, \varphi = 0$. 而对于一般情况, 根据引理 1, $H(u, v)$ 的第一圈零点应为

$$L_1(a, \varphi) = \left\{ \frac{1}{a}(u, v)R_\varphi^{-1} \mid (u, v) \in L_1 \right\} \quad (15)$$

我们的目的是要解这样的一个反问题: 利用离焦图像 $g(x, y)$ 的傅里叶变换 $G(u, v)$ 和集合 L_1 , 辨识出产生离焦现象时的正六边形边长 a 和转角 φ . 然后对式 (2) 使用经典逆滤波方法.

为此, 根据式 (15) 调节 a, φ 的变化, 求出满足

$$\min_{a, \varphi} \sum_{(u, v) \in L_1} \left| G\left(\frac{1}{a}(u, v)R_\varphi^{-1}\right) \right|^2 \quad (16)$$

的 a_0 和 φ_0 .

a_0, φ_0 确定后, 便得到相应的

$$H(u, v) = H_0((u, v)a_0R_{\varphi_0}) \quad (17)$$

然后利用式 (18) 计算 $F(u, v)$. 式 (18) 中 “*” 是共轭运算, 此时因为 $H(u, v)$ 是实函数, 所以 $H^*(u, v) = H(u, v)$, $\delta > 0$ 是阈值, $\lambda > 0$ 是参数, 它们都需

实际应用中经验选取. 最后对 $F(u, v)$ 施行傅里叶逆变换得到 $f(x, y)$. 具体的算法流程见图 8.



图 8 算法流程

Fig. 8 Flow chart of the algorithm

可以看出, 该算法具有良好的执行效率, 因为 L_1 可以事先一次性算出, 算法的主要运算量来自正逆傅里叶变换, 因此算法的复杂度为 $O(MN \log_2 M \log_2 N)$, 其中 M, N 分别代表虹膜图像在水平和垂直方向上的像素个数.

4 实验结果与分析

在本文的虹膜识别系统中使用了 16 mm 的 KOWA 百万像素机器视觉专用镜头, 这种镜头的光圈是正六边形, 光学分辨率可达到 120 lpm/mm, 光学畸变率为 -0.05% , 可以满足经典逆滤波方法对于图像的高信噪比的要求.

我们对同一光学系统采集的离焦虹膜图像使用本文的复原算法进行了实验. 选取同一虹膜的多幅不同程度的离焦图像, 利用本节的图像复原算法得到相应的复原图像, 通过与该虹膜的准确对焦图像对比, 验证了该算法得到的复原图像与准确对焦图像非常接近, 能够满足虹膜识别系统的精度要求. 实

$$F(u, v) = \begin{cases} \frac{G(u, v)H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2} = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}, & |H(u, v)| > \delta \\ \frac{G(u, v)H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \lambda} = \frac{G(u, v)H(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \lambda}, & |H(u, v)| \leq \delta \end{cases} \quad (18)$$

实验采用目前主流配置的单核计算机 (CPU 主频 2.6 GHz, 2G 内存), 在 Windows 系统下使用 C 语言编程, 完成 256 像素 × 256 像素的单幅离焦虹膜灰度图像的复原仅需 16 ms, 可以满足虹膜采集系统的实时性要求. 实验中所采用的参数 λ, δ 的值凭经验取为: $\delta = 0.009, \lambda = 10.9$. 复原效果见图 9.

我们也和已有的方法进行了对比, 图 10 显示了对正六边形光圈的光学系统采集到的同一离焦虹膜

图像 (图 9 中的离焦虹膜图像 1) 使用不同的复原方法所得到的结果. 由图中可以看出, 本文的方法恢复效果明显好于其他方法. 应该指出, 这些文献中的方法效果差一些, 其原因在于这些方法假设光圈是圆形, 而本文实验中所采用的图像是正六边形光圈所得到的. 表 1 中还给出了这几种方法的运行时间、相关参数以及与清晰虹膜图像的峰值信噪比 (Peak signal to noise ratio, PSNR).

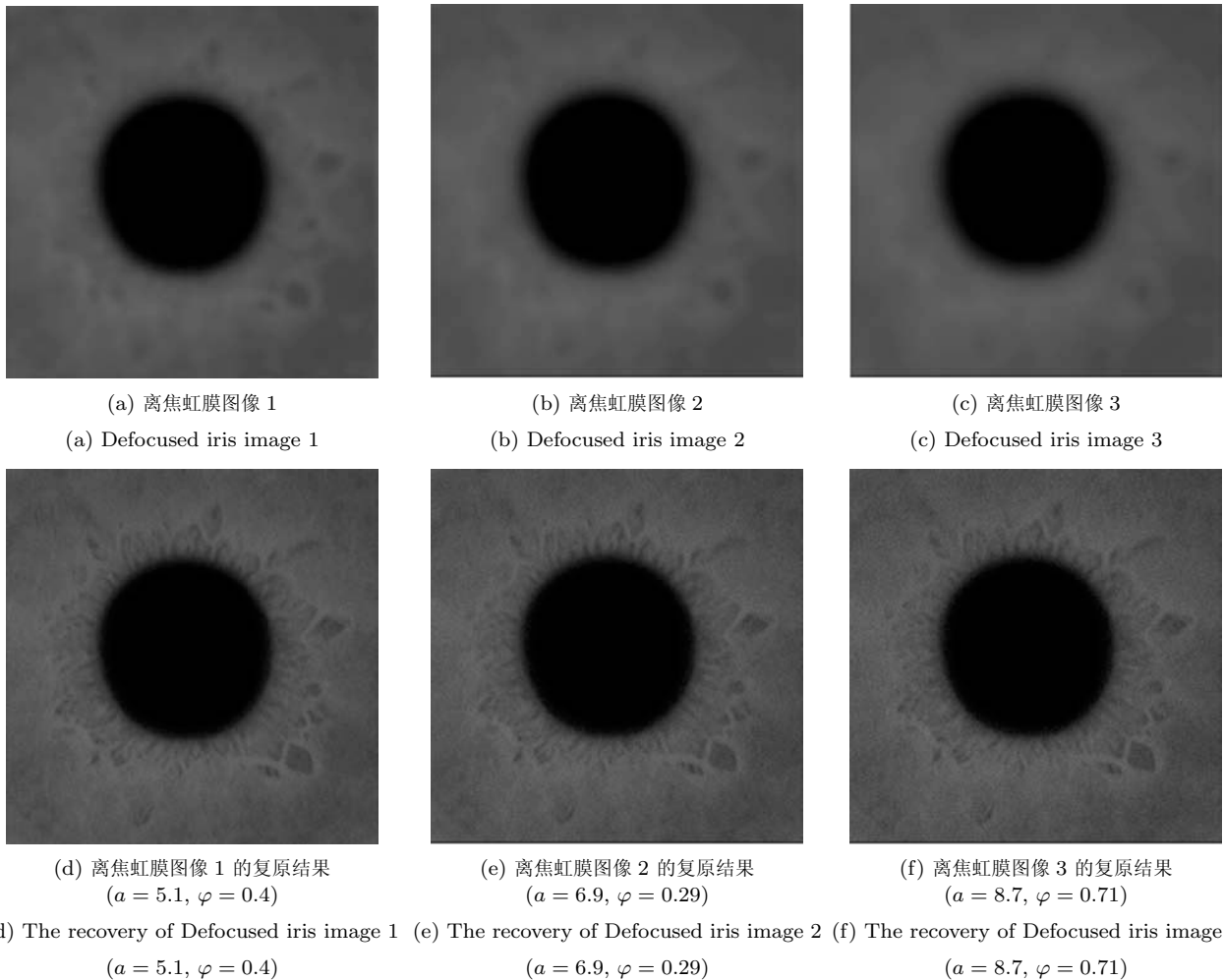


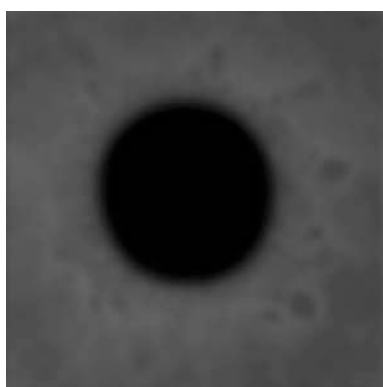
图 9 离焦虹膜图像的复原结果

Fig. 9 The recovery of defocused iris images

表 1 几种不同方法的运行时间及 PSNR 比较

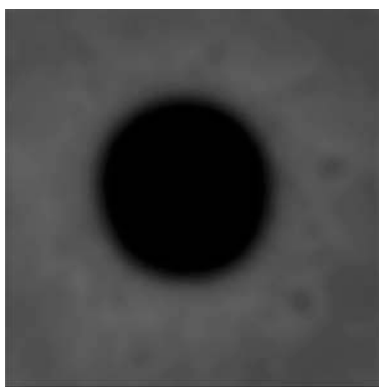
Table 1 The comparison of run time and PSNR of several iris image restoration methods

	文献 [15] 的方法	文献 [5] 的方法	文献 [6] 的方法	文献 [13] 的方法	本文方法
PSNR	32.48	35.69	36.22	35.72	38.35
运行时间 (ms)	16	22	24	16	16
参数	$\delta = 0.009$	$c = 600$	$k = \frac{1}{7\sqrt{3}}$	$\delta = 0.009$	$\delta = 0.009$



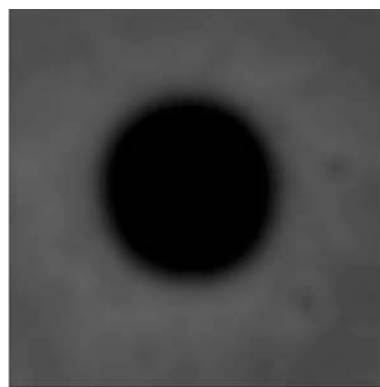
(a) 文献 [15] 方法的复原结果

(a) The restored result of method in [15]



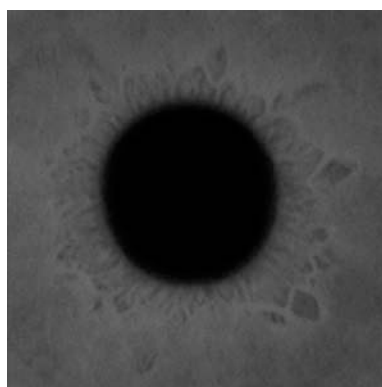
(b) 文献 [5] 方法的复原结果

(b) The restored result of method in [5]



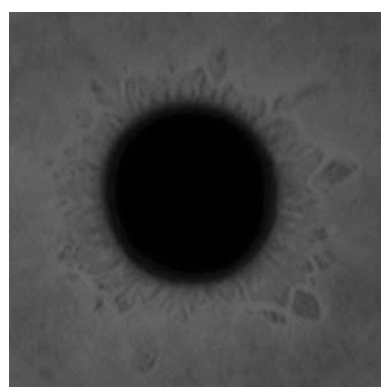
(c) 文献 [6] 方法的复原结果

(c) The restored result of method in [6]



(d) 文献 [13] 方法的复原结果

(d) The restored result of method in [13]



(e) 本文方法的复原结果

(e) The restored result of the proposed method

图 10 几种不同方法的离焦虹膜图像复原结果比较

Fig. 10 Comparison of results of several iris image restoration methods

5 总结与展望

本文的主要研究成果在于, 给出了光圈为正六边形光学系统离焦的点扩散函数的零点定理, 严格证明了此类离焦图像的零点分布, 从而给出了一种精确估计点扩散函数的快速方法. 这种点扩散函数的精确估计方法并不局限于虹膜识别. 其次, 根据虹膜采集系统具有高信噪比的特点以及虹膜识别应用的实时性要求, 采用了经典的逆滤波方法进行图像复原, 取得了良好的效果.

在以后的工作中, 我们准备在以下两方面进行深入的研究:

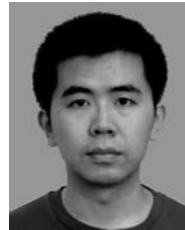
1) 目前的工作只利用了与原点接近的第一圈零点, 如果能够结合第二圈零点的零点分布, 对 PSF 的估计精度可能会进一步提高;

2) 本文的工作针对于具有正六边形光圈的光学系统. 未来的研究将着眼于其他正多边形光圈的光学系统的 PSF 估计.

References

- 1 Daugman J G. High confidence visual recognition of persons by a test of statistical independence. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1993, **15**(11): 1148–1161
- 2 Daugman J G. Demodulation by complex-valued wavelets for stochastic pattern recognition. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, 2003, **1**(1): 1–17
- 3 Daugman J G. How iris recognition works. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2004, **14**(1): 21–30
- 4 Wildes R P. Iris recognition: an emerging biometric technology. *Proceedings of the IEEE*, 1997, **85**(9): 1348–1363
- 5 Kang B J, Park K R. A study on iris image restoration. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Audio- and Video-Based Biometric Person Authentication*. Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 2005. 31–40

- 6 Kang B J, Park K R. Real-time image restoration for iris recognition systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 2007, **37**(6): 1555–1566
- 7 Wang Yun-Hong, Zhu Yong, Tan Tie-Niu. Biometrics personal identification based on iris pattern. *Acta Automatica Sinica*, 2002, **28**(1): 1–10
(王蕴红, 朱勇, 谭铁牛. 基于虹膜识别的身份鉴别. 自动化学报, 2002, **28**(1): 1–10)
- 8 Ma L, Tan T N, Wang Y H, Zhang D X. Efficient iris recognition by characterizing key local variations. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, **13**(6): 739–750
- 9 Lim S, Lee K, Byeon O, Kim T. Efficient iris recognition through improvement of feature vector and classifier. *ETRI Journal*, 2001, **23**(2): 61–70
- 10 Zhu Y, Tan T N, Wang Y H. Biometric personal identification based on iris patterns. *International Conference on Pattern Recognition*, Barcelona, Spain: IEEE Computer Society, 2000. **15**(2): 801–804
- 11 Daugman J. New methods in iris recognition. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 2007, **37**(5): 1167–1175
- 12 Kang B J, Park K R. A study on restoration of iris images with motion-and-optical blur on mobile iris recognition devices. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 2009, **19**(4): 323–331
- 13 He Z F, Sun Z N, Tan T N, Qiu X C. Enhanced usability of iris recognition via efficient user interface and iris image restoration. In: *Proceedings of the 15th IEEE International Conference on Image Processing*. San Diego, CA: IEEE, 2008. 261–264
- 14 Pavlovic G, Tekalp A M. Maximum likelihood parametric blur identification based on a continuous spatial domain model. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1992, **1**(4): 496–504
- 15 Zou Mou-Yan. *Deconvolution and Signal Recovery*. Beijing: Defence Industry Press, 2001. 184–214
(邹谋炎. 反卷积和信号复原. 北京: 国防工业出版社, 2001. 184–214)
- 16 Liu Ke, Yang Jing-Yu, Quan Jun, Cheng Yong-Qing. Blur identification and restoration of images with out-of-focus blur. *Acta Automatica Sinica*, 1994, **20**(1): 58–65
(刘克, 杨静宇, 权军, 程永清. 离焦图像模糊辨识及复原方法研究. 自动化学报, 1994, **20**(1): 58–65)
- 17 He Zhi-Biao, Zhang Xin-Fang, Zhu Guang-Xi. Image enhancement technology for out-of-focus blurred image. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2001, **20**(6): 447–450
(何志彪, 张新访, 朱光喜. 离焦模糊图像增强技术的研究. 红外与毫米波学报, 2001, **20**(6): 447–450)



马捷 吉林大学计算机科学与技术学院博士研究生. 主要研究方向为模式识别与图像处理. E-mail: jma@fsu.edu
(MA Jie Ph.D. candidate at the College of Computer Science and Technology, Jilin University. His research interest covers pattern recognition and image processing.)



张忠波 吉林大学数学学院副教授. 主要研究方向为模式识别, 图像处理与多分辨分析. 本文通信作者.
E-mail: zhongbozhang@jlu.edu.cn
(ZHANG Zhong-Bo Associate professor at the Mathematics School and Institute, Jilin University. His research interest covers pattern recognition, image processing and multi-resolution analysis. Corresponding author of this paper.)



杨航 吉林大学数学学院博士研究生. 主要研究方向为图像复原与多尺度几何分析.
E-mail: yanghang09@mails.jlu.edu.cn
(YANG Hang Ph.D. candidate at the Mathematics School and Institute, Jilin University. His research interest covers image restoration and multi-scale geometric analysis.)



周春光 吉林大学计算机科学与技术学院教授. 主要研究方向为计算智能, 模式识别与图像处理.
E-mail: cgzhou@jlu.edu.cn
(ZHOU Chun-Guang Professor at the College of Computer Science and Technology, Jilin University. His research interest covers computational intelligence, pattern recognition and image processing.)