欠驱动两杆机器人的统一控制策略和全局稳定性分析

赖旭芝 [1] 吴 敏 [1] 佘锦华 [2] YANG Simon X.[3]

摘 要 针对包括 Acrobot 和 Pendubot 在内的欠驱动两杆机器人, 提出了一种统一的运动控制策略. 欠驱动两杆机器人的整个运动空间分为两个区域: 摇起区和平衡区, 并对这两个区域分别设计控制律. 首先, 在摇起区, 应用一种基于弱控制 Lyapunov 函数 (Weak-control Lyapunov function, WCLF) 的控制方法, 来增加系统能量和控制驱动杆的姿势. 其次, 为了避免奇异值的出现, 选择弱控制 Lyapunov 函数中的一个参数为系统状态空间的非线性函数. 然后, 通过系统状态调节基于弱控制 Lyapunov 函数的控制律中的另一个设计参数, 来改进系统控制效果. 使用弱控制 Lyapunov 设计的摇起区控制律, 可基于最大不变集原理保证其稳定性; 而机器人离开摇起区后, 利用非光滑 Lyapunov 函数 (Non-smooth Lyapunov function, NSLF) 来保证其稳定. 最后, 结合 WCLF 和 NSLF 保证了控制系统的全局稳定.

关键词 非光滑 Lyapunov 函数, 稳定性, 欠驱动机器人, 全局稳定
中图分类号 TP24

Comprehensive Unified Control Strategy and Global Stability Analysis for Underactuated Two-link Manipulators

LAI Xu-Zhi[1] WU Min[1] SHE Jin-Hua[2] YANG Simon X.[3]

Abstract This paper presents a unified treatment of the motion control of underactuated two-link manipulators, including Acrobot and Pendubot. The motion space is divided into two areas: swing-up and attractive, and control laws are designed for each. First, a control law based on a weak-control Lyapunov function (WCLF) is employed to increase the energy of the system and control the posture of the actuated link in the swing-up area. Next, a parameter in the WCLF is chosen to be a nonlinear function of the state so as to avoid any singularities. Then, another design parameter in the control law based on WCLF is adjusted based on the state to improve the control performance. The stability of the swing-up area is guaranteed by the use of a WCLF based on the largest invariant set theorem. And a non-smooth Lyapunov function (NSLF) is employed to guarantee stability after the manipulator leaves the swing-up area. Finally, the global stability of the control system is guaranteed by the combination of a weak-control Lyapunov function and a non-smooth Lyapunov function.

Key words Non-smooth Lyapunov function, stabilization, underactuated manipulator, global stability

最近十几年来, 包括 Acrobot 和 Pendubot 在内的欠驱动两杆机器人已经广为人知, 并且被越来越多的人们所关注. Acrobot 和 Pendubot 都是在一个垂直平面内运动的两杆机器人. 对 Pendubot 来说, 其肩关节是驱动的, 而肘关节是非驱动的[1]. 相反, Acrobot 的肩关节是非驱动的, 肘关节是驱动的[2]. 鉴于 Acrobot 和 Pendubot 的复杂性, 采用单一的控制方式难于实现控制目标. 因此, 一般的控制方法是把它们的运动空间分为摇起区和平衡区, 并针对这两个区间, 分别采用不同的控制策略进行摇起控制和平衡控制. 对于欠驱动机器人 Acrobot 和 Pendubot 的控制, 在摇起区的主要控制方法有基于部分反馈线性化的控制、基于能量的控制、状态反馈控制、智能控制、滑模变结构控制和李雅普诺夫方法等[2−5]; 在吸引区的主要控制方法有线性化方法、线性二次调节器 (LQR) 控制、模糊控制、自适应模糊控制和极点配置法等[6−7].

由于 Acrobot 和 Pendubot 是非常复杂的非线性系统, 它们两杆可能呈现出各种各样的姿态, 因而很难从摇起区进入到不稳定平衡点附近的平衡区. 针对这个问题, 采用同时考虑能量和姿态的摇起控制方法是一种有效途径[8−12]. Fantoni 提出了一种考虑能量和姿态的控制方法来实现 Pendubot 的控制[10], 文献 [10−12] 也提出了 Acrobot 考虑能量和姿态的控制策略. 虽然这些控制策略在一定程度上解决了从摇起区进入到平衡区的问题, 但这些控制律

收稿日期 2006-11-14 收修改稿日期 2007-05-08
Received November 14, 2006; in revised form May 8, 2007
国家自然科学基金 (60674044) 和国家杰出青年科学基金 (60425310) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60674044), National Science Fund for Distinguished Youth Scholars of China (60425310)
1. 中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083 2. 东京工科大学仿生学院 东京 192-0982 3. 奎尔夫大学工程系 奎尔夫 N1G 2W1
1. School of Information Science & Engineering, Central South University, Changsha 410083, P. R. China 2. School of Bionics, Tokyo University of Technology, Tokyo 192-0982, Japan 3. School of Engineering, University of Guelph, Guelph N1G 2W1, Canada
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00055

会出现奇异现象.

针对控制中存在的奇异现象, Fantoni 提出的解决方法是通过在控制器中引入一个小参数, 约束 Pendubot 的能量使之在摇起区内接近但达不到垂直向上不稳定平衡点的势能, 然而这种约束又对进入平衡区产生不利影响[9]. 在文献 [10] 中, 通过选择控制器中的一个参数为一个较大的正常数, 使控制器的分母不为零, 避免了奇异现象, 但这种控制策略由于分母过大, 使系统控制力矩过小而导致不易进入平衡区, 因此实现控制目标所需的时间相当长.

尽管在欠驱动两杆机器人的控制领域方面有很多研究, 但很少有人考虑这类系统的整个运动区域的全局稳定问题, 而且在欠驱动两杆机器人上也没有一体化的理论. 文献 [12] 提出了一种可以保证 Acrobot 全局稳定性的控制方法, 该方法将摇起区再分解成为两个子区来避免奇异值. 这种策略可有效避免奇异值, 但进一步分解摇起区增加了设计控制律的复杂性.

虽然 Acrobot 和 Pendubot 之间有很多不同, 但本文关注的是它们的相似点, 并使两者在统一的框架下, 提出一种基于多类 Lyapunov 函数的控制策略, 来保证欠驱动两杆机器人在整个运动空间中的全局稳定. 首先, 通过选取适当坐标系, 得到 Acorbot 和 Pendubot 的统一数学模型, 并把整个运动空间分为摇起区和平衡区. 其次, 在摇起区设计一个基于弱控制 Lyapunov 函数 (Weak-control Lyapunov function, WCLF) 来控制系统能量和驱动关节的姿态, 使机器人的能量不断增大, 直到达到垂直向上不稳定平衡点所具有的势能; 同时, 使驱动关节的角度和角速度朝着收敛为零的方向运动. 在 WCLF 里面设计一个可变参数, 使系统避开在能量和姿态集成控制时出现的奇异问题, 并利用状态空间的一个非线性函数来调节基于 WCLF 设计的控制律中的一个设计参数, 以提高整个系统的控制效果. 基于 WCLF 设计的控制律利用最大不变集原理保证了控制系统在摇起区的稳定性. 然后, 在平衡区, 设计一个最优控制律, 最终实现欠驱动两杆机器人的控制目标, 并基于非光滑 Lyapunov 函数 (Non-smooth Lyapunov function, NSLF) 来确保从摇起区结束开始到整个平衡区运动过程中系统的稳定. 最后, 仿真和实验结果也证明综合 WCLF 和 NSLF 设计的控制律能够实现欠驱动两杆机器人的控制目标, 并保证系统在整个运动空间中的全局稳定性.

1 欠驱动两杆机器人的动力学模型

图 1 是 Acrobot 和 Pendubot 的模型, 下标 $(j=1,2)$ 分别表示了非驱动及驱动关节, 其中, q_j 为第 j 杆的角度, 分别是第 j 杆相对于坐标 y 轴或其前一杆的延长线所构成的角度; $\dot{q}_j$ 为第 j 杆的角速度; m_j 为第 j 杆的质量; L_j 为第 j 杆的长度; L_{gj} 为从 j 关节到 j 杆质心的距离; I_j 为第 j 杆相对于质心的惯性; τ_j 为作用于 j 关节上的转矩 (当为非驱动关节时, 转矩为零); g 为重力加速度.

系统满足下列拉格朗日动力学方程

$$M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})+\boldsymbol{P}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{\tau} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{\tau}=[\tau_1\ \tau_2]^{\mathrm{T}}=[0\ \tau_2]^{\mathrm{T}}$, $M(\boldsymbol{q})$ 是惯性矩阵, $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ 是利里奥利力和离心力的结合, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{q})$ 是重力, 它们分别被定义为

$$M(\boldsymbol{q})=\begin{bmatrix} m_{11}(\boldsymbol{q}) & m_{12}(\boldsymbol{q}) \\ m_{21}(\boldsymbol{q}) & m_{22}(\boldsymbol{q}) \end{bmatrix} \tag{2}$$

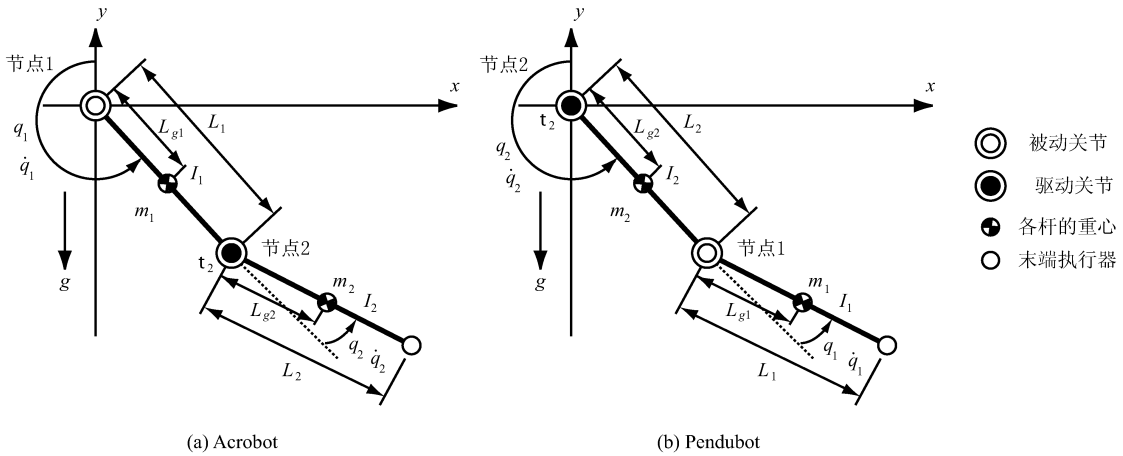

图 1 Acrobot 和 Pendubot 的模型

Fig. 1 Models of Acrobot and Pendubot

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = [d_1(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\ d_2(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{q}) = [g_1(\boldsymbol{q})\ g_2(\boldsymbol{q})]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

其动能, 势能以及总机械能分别为

$$T(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{5}$$

$$U(\boldsymbol{q}) = \sum_{j=1}^{2}U_j(\boldsymbol{q}) = \sum_{j=1}^{2}m_j g l_j(\boldsymbol{q}) \tag{6}$$

$$E(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = T(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + U(\boldsymbol{q}) \tag{7}$$

这里 $l_j(\boldsymbol{q})$ 是第 j 杆 $(j=1,2)$ 的质心相对于势能参考零点的长度, 上述公式中的参数如表 1 所示.

假设 $\boldsymbol{x} = [x_1\ x_2\ x_3\ x_4]^{\mathrm{T}} = [q_1\ q_2\ \dot{q}_1\ \dot{q}_2]^{\mathrm{T}}$, 则动力学方程式 (1) 可改写为

$$\dot{x}_1 = x_3 \tag{8}$$

$$\dot{x}_2 = x_4 \tag{9}$$

$$\dot{x}_3 = f_1(\boldsymbol{x}) + b_1(\boldsymbol{x})\tau_2 \tag{10}$$

$$\dot{x}_4 = f_2(\boldsymbol{x}) + b_2(\boldsymbol{x})\tau_2 \tag{11}$$

有

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{b}(\boldsymbol{x})\tau_2 = F(\boldsymbol{x},\tau_2) \tag{12}$$

其中

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = [x_3 \quad x_4 \quad f_1(\boldsymbol{x}) \quad f_2(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{x}) = [0 \quad 0 \quad b_1(\boldsymbol{x}) \quad b_2(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} f_1(\boldsymbol{x}) \\ f_2(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} = -M^{-1}(\boldsymbol{x})\left[\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\right] \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} b_1(\boldsymbol{x}) \\ b_2(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} = M^{-1}(\boldsymbol{x})\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{16}$$

$\det(M)$ 是惯性矩阵 M 的模.

欠驱动两杆机器人是一个复杂的非线性系统, 为了简化控制律的设计, 运动空间被分为两个部分. 把整个运动空间定义为 Σ, 平衡区 Σ_2 定义为

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \left|\mathrm{mod}\left(\dfrac{x_1}{2\pi}\right)\right| \le \beta_1 \\ \left|\mathrm{mod}\left(\dfrac{x_1+x_2}{2\pi}\right)\right| \le \beta_2 \\ \left\|\begin{bmatrix} \beta_3 x_3 \\ \beta_4 x_4 \end{bmatrix}\right\| \le \beta_5 \end{cases} \tag{17}$$

其中

$$|E(\boldsymbol{x}) - E_0| \le \epsilon \tag{18}$$

$\mathrm{mod}(x/y)$ 是 x 除以 y 的余数; E_0 为欠驱动两杆机器人在垂直向上不稳定平衡点所具有的势能; $\|\boldsymbol{x}\|$ 是向量 $\boldsymbol{x}$ 的欧几里得范数; β_1 和 β_2 是正实数, β_3, β_4 和 β_5 是非负实数; ϵ 是任意小的正实数. 摇起区 Σ_1 定义为

$$\Sigma_1 = \Sigma - \Sigma_2 \tag{19}$$

表 1　式 (2), 式 (4) 和式 (6) 中的参数

Table 1　Parameters in (2), (4), and (6)

	Acrobot	Pendubot
$l_1(\boldsymbol{q})$	$L_{g1}\cos q_1$	$L_2\cos q_2 + L_{g1}\cos(q_1+q_2)$
$l_2(\boldsymbol{q})$	$L_1\cos q_1 + L_{g2}\cos(q_1+q_2)$	$L_{g2}\cos q_2$
θ_1	$m_1L_{g1}^2 + I_1 + m_2L_1^2$	$m_2L_{g2}^2 + I_2 + m_1L_2^2$
θ_2	$m_2L_{g2}^2 + I_2$	$m_1L_{g1}^2 + I_1$
θ_3	$m_2L_1L_{g2}$	$m_1L_2L_{g1}$
θ_4	$m_1L_{g1} + m_2L_1$	$m_2L_{g2} + m_1L_2$
θ_5	m_2L_{g2}	m_1L_{g1}
$m_{11}(\boldsymbol{q})$	$\theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3\cos q_2$	θ_2
$m_{12}(\boldsymbol{q})$, $m_{21}(\boldsymbol{q})$	$\theta_2 + \theta_3\cos q_2$	$\theta_2 + \theta_3\cos q_1$
$m_{22}(\boldsymbol{q})$	θ_2	$\theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3\cos q_1$
$h_1(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$	$-\theta_3\,(2\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_2^2)\sin q_2$	$\theta_3\dot{q}_2^2\sin q_1$
$h_2(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$	$\theta_3\dot{q}_1^2\sin q_2$	$-\theta_3\,(2\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_1^2)\sin q_1$
$p_1(\boldsymbol{q})$	$-\theta_4 g\sin q_1 - \theta_5 g\sin(q_1+q_2)$	$-\theta_5 g\sin(q_1+q_2)$
$p_2(\boldsymbol{q})$	$-\theta_5 g\sin(q_1+q_2)$	$-\theta_4 g\sin q_2 - \theta_5 g\sin(q_1+q_2)$

2 子空间的控制策略

将欠驱动两杆机器人能量和姿态集成控制, 可以比较容易地将它们从摇起区过渡到平衡区, 而比较有效的控制方法就是在摇起区让能量达到 E_0, 同时使驱动杆的状态趋向于零.

2.1 摇起区的控制方式

为了从摇起区迅速过渡到平衡区, 选择如下 Lyapunov 函数, 来设计摇起区控制律

$$V_1(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}\left\{\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}}^2 + \alpha_2 x_2^2 + \beta(\boldsymbol{x}) x_4^2\right\} + \Delta \tag{20}$$

$$E_{\boldsymbol{x}} = E(\boldsymbol{x}) - E_0 \tag{21}$$

其中 α_1, α_2, 和 Δ 是正常数, $\beta(\boldsymbol{x})$ 是一个可变参数. Δ 值的选择对保证控制系统的全局稳定有很重要的作用, 这将在第 3 节讨论. 从式 (5) ~ (7), 可得系统总机械能的导数为[8]

$$\dot{E}(\boldsymbol{x}) = x_4 \tau_2 \tag{22}$$

因此, Lyapunov 函数 $V_1(\boldsymbol{x})$ 的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = {} & [\alpha_2 x_2 + \beta(\boldsymbol{x}) f_2(\boldsymbol{x}) + 0.5\dot{\beta}(\boldsymbol{x}) x_4] x_4 + \\ & [\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}} + \beta(\boldsymbol{x}) b_2(\boldsymbol{x})]\, x_4 \tau_2\end{aligned} \tag{23}$$

当

$$\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}} + \beta(\boldsymbol{x}) b_2(\boldsymbol{x}) \neq 0 \tag{24}$$

时, 可将摇起区的控制律设计为

$$\tau_2 = \frac{-\alpha_2 x_2 - \beta(\boldsymbol{x}) f_2(\boldsymbol{x}) - 0.5\dot{\beta}(\boldsymbol{x}) x_4 - \gamma x_4}{\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}} + \beta(\boldsymbol{x}) b_2(\boldsymbol{x})} \tag{25}$$

其中 $\gamma > 0$, 它是一个设计参数. 至此, 控制律 (25) 可以保证下列条件成立

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = -\gamma x_4^2 < 0, \quad \forall x_4 \neq 0 \tag{26}$$

2.2 奇异值

由于无法保证式 (24) 在整个运动过程中始终成立, 所以, 当

$$\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}} + \beta(\boldsymbol{x}) b_2(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{27}$$

时, 控制律 τ_2 的分母就变成了零, 使系统控制产生了奇异值.

事实上, 很难避免式 (27) 不成立, 有以下几点原因. 首先由式 (21) 知, 当能量达到 E_0 之前, $-2E_0 \leq E_{\boldsymbol{x}} < 0$, 又 $\alpha_1 > 0$, 则 τ_2 分母中的 $\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}}$ 项为负. 而 $b_2(\boldsymbol{x})$ 满足

$$b_2(\boldsymbol{x}) = \frac{m_{11}(\boldsymbol{x})}{m_{11}(\boldsymbol{x}) m_{22}(\boldsymbol{x}) - m_{12}^2(\boldsymbol{x})} \tag{28}$$

将表 1 的参数带入式 (28), 得 $b_2(\boldsymbol{x})$ 最小值为

$$b_{2m} = \begin{cases} \dfrac{\theta_1 + \theta_2 - 2\theta_3}{\theta_1\theta_2 - \theta_3^2} & \text{Acrobot} \\ \dfrac{1}{\theta_1} & \text{Pendubot} \end{cases} \tag{29}$$

则

$$b_{2m} > 0 \tag{30}$$

$b_2(\boldsymbol{x})$ 最大值为

$$b_{2M} = \begin{cases} \dfrac{\theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3}{\theta_1\theta_2 - \theta_3^2} & \text{Acrobot} \\ \dfrac{\theta_2}{\theta_1\theta_2 - \theta_3^2} & \text{Pendubot} \end{cases} \tag{31}$$

所以

$$0 < b_{2m} \leq b_2(\boldsymbol{x}) \leq b_{2M} \tag{32}$$

在式 (25) 中, $b_2(\boldsymbol{x}) > 0$, 而在能量达 E_0 之前, $\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}} < 0$, 因此, 如果变量 α_1 和 $\beta(\boldsymbol{x})$ 不取适当的值, 控制律就会出现奇异值.

2.3 避免奇异值

根据式 (25) 得, 若参数 $\beta(\boldsymbol{x})$ 选择为

$$\beta(\boldsymbol{x}) > \frac{\alpha_1 |E_{\boldsymbol{x}}|}{b_{2m}} \tag{33}$$

则可避免奇异值的出现.

选择 $\beta(\boldsymbol{x})$ 为一个满足式 (33) 的恒定参数 β, 则 β 越大, τ_2 的分母在摇起过程中越大. 另外, 在摇起运动刚开始的瞬间, $b_2(\boldsymbol{x})|_{t=0}$ 是 b_{2M}. 而一个大 β 会使得控制力矩非常小, 这样会延缓反应速度. 因此, 为了加快系统速度, 将 $\beta(\boldsymbol{x})$ 定义为一个可变的非线性函数

$$\beta(\boldsymbol{x}) = \frac{\eta}{b_2(\boldsymbol{x})} \tag{34}$$

这里 η 是一个正常数, 且 $\eta > 2\alpha_1 E_0$. 因此有

$$\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}} + \beta(\boldsymbol{x}) b_2(\boldsymbol{x}) > 0 \tag{35}$$

这样就能保证没有奇异值出现. 同时, 变量 $\beta(\boldsymbol{x})$ 是 $b_2(\boldsymbol{x})$ 的一个函数, 它可以调节式 (25) 控制律中的分母, 保证控制律在摇起区的一个适当的范围内变化, 从而可以使系统的控制速度加快.

2.4 摇起区控制性能的改进

虽然控制策略 (25) 避免了奇异值的出现, 并且有很好的控制速度, 但是仍有改进的余地. 将式 (25) 代入式 (22) 得

$$\dot{E}(\boldsymbol{x}) = \varsigma_1(\boldsymbol{x}) + \gamma \varsigma_2(\boldsymbol{x}) \tag{36}$$

其中,

$$\varsigma_1(\boldsymbol{x}) = \frac{-\alpha_2 x_2 - \beta(\boldsymbol{x}) f_2(\boldsymbol{x}) - 0.5 x_4 \dot{\beta}(\boldsymbol{x})}{\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}} + \beta(\boldsymbol{x}) b_2(\boldsymbol{x})} x_4 \tag{37}$$

$$\varsigma_2(\boldsymbol{x}) = \frac{-\gamma x_4^2}{\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}} + \beta(\boldsymbol{x}) b_2(\boldsymbol{x})} \tag{38}$$

$\varsigma_1(\boldsymbol{x})$ 的值和符号会随着系统状态、变量 $\beta(\boldsymbol{x})$ 及其导数 $\dot{\beta}(\boldsymbol{x})$ 的变化而改变; $\varsigma_2(\boldsymbol{x})$ 的值会随着系统状态、变量 $\beta(\boldsymbol{x})$ 和参数变量 γ 的变化而改变. 从式 (35)、式 (38) 和 $\gamma > 0$ 可以看出, $\varsigma_2(\boldsymbol{x})$ 的符号是负号. 因此, 当 $\varsigma_1(\boldsymbol{x}) < 0$ 时, 不管 γ 值是多少, 摇起区的控制律 (25) 总会一直使系统能量减少. 为了减缓能量消减的速度, γ 应尽量取小值. 另一方面, 当 $\varsigma_1(\boldsymbol{x}) > 0$ 时, 一个小的 γ 会得出一个小的 $\varsigma_2(\boldsymbol{x})$. 这样, 当 $\varsigma_1(\boldsymbol{x})$ 较大时, 会快速增加系统的能量, 且可能导致能量超过 E_0. 因此, γ 取值不适当, 就不可避免地会使控制力矩和系统能量剧烈地波动; 而一个适当的 γ 可有效地提高系统的控制性能. 综合上述分析, 选择 γ 为

$$\gamma(\boldsymbol{x}) = \gamma_0 E_\varepsilon(\boldsymbol{x}) \tag{39}$$

其中 $\gamma_0 > 0$ 是一个常数, $E_\varepsilon(\boldsymbol{x})$ 为

$$E_\varepsilon(\boldsymbol{x}) = E(\boldsymbol{x}) + E_0 + \rho \tag{40}$$

这里 ρ 是一个任意小正数, 确保 $\gamma(\boldsymbol{x}) > 0$. 这种方法使 $\gamma(\boldsymbol{x})$ 的值和能量一起单调递增, 用来阻止系统的控制力矩和能量的剧烈震荡.

2.5　平衡区的控制策略

在平衡区, 利用垂直向上平衡点的线性近似模型和线性系统的最优控制, 来设计其平衡控制律. 垂直向上平衡点的近似线性模型为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\tau_2 \tag{41}$$

选择系统的第二个 Lyapunov 函数 $V_2(\boldsymbol{x})$ 为

$$V_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} P \boldsymbol{x} \tag{42}$$

其中, $P = P^{\mathrm{T}} > 0$ 是下面黎卡提方程的解.

$$A^{\mathrm{T}} P + PA - PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P + Q = 0 \tag{43}$$

上式中 $Q \geq 0$, $R > 0$, 且 $(Q^{1/2}, A)$ 是可观测的. 从而基于 $V_2(\boldsymbol{x})$ 的最优控制律为

$$C_2:\ \tau_2 = -\boldsymbol{F}\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{F} = R^{-1}B^{\mathrm{T}}P \tag{44}$$

式 (44) 保证了在平衡区内 $\dot{V}_2(\boldsymbol{x}) < 0, \forall \boldsymbol{x} \neq 0$, 因此, 它能快速实现欠驱动两杆机器人的控制目标.

3　局部和全局的稳定性分析

许多实际系统是通过在不同的子系统之间转换控制, 来取得系统的整体控制目标 [13−14]. 因非完整系统难以用光滑反馈控制律实现系统控制目标, 本文利用转换控制, 基于多个 Lyapunov 函数, 来保证转换控制的欠驱动两杆机器人的全局稳定.

3.1　摇起区的稳定性分析

在摇起区, 当 $x_4 = 0$ 时, 由式 (26) 可知, $V_1(\boldsymbol{x})$ 和 x_2 可能保持某不等于零的常数, 所以, 需分析系统在此区的稳定性. 下面利用 WCLF 进行分析[15−16].

定义 1. (WCLF) 假设 Lyapunov 函数 $V_1(\boldsymbol{x})$: $\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ 是连续可微, 半正定和无界的, 对每一个 $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n, \boldsymbol{x} \neq 0)$, 总存在这样的 τ_2, 使下式成立

$$L_{F(\boldsymbol{x},\tau_2)} V_1(\boldsymbol{x}) = \frac{\partial V_1(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} F(\boldsymbol{x}, \tau_2) \leq 0 \tag{45}$$

则 $V_1(\boldsymbol{x})$ 是一个 WCLF.

显然, 控制律 (25) 所对应的 $V_1(\boldsymbol{x})$ 是一个 WCLF, 将式 (25) 代入式 (12), 系统可描述为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \tag{46}$$

为了分析式 (46) 在摇起区的稳定性, 我们引入最大不变集 (LIS) 的概念.

定义 2. (LIS) 对于系统 (46), 令 $\Psi = \left\{\boldsymbol{x} \mid \dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = 0\right\}$. 假如存在 M, 满足 $M \subset \Psi$, 且当 $t \to \infty$ 时, $\boldsymbol{x}(t) \to M$. 我们就称 M 为系统 (46) 的最大不变集 (LIS).

对集合 Ψ, 当 $V_1(\boldsymbol{x})$ 和 x_2 为常数时, 即 $\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = 0$, $\dot{x}_2 = 0$ 时, 由式 (22) 可知, 能量 $E(\boldsymbol{x})$ 是一常数, 因此, 式 (21) 中的 $E_{\boldsymbol{x}}$ 也是一常数. 而 $E_{\boldsymbol{x}}$ 为常数, 有 $E_{\boldsymbol{x}} = 0$ 和 $E_{\boldsymbol{x}} \neq 0$ 两种情况, 下面我们分别考虑这两种情况.

当 $\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = 0$ 和 $\dot{x}_2 = 0$, 同时 $E_{\boldsymbol{x}} = 0$ 成立时, 那么根据式 (11) 和式 (25) 可得, $x_2 = 0$, 故有 $(x_2,\ x_4) = (0, 0)$ 和 $E(\boldsymbol{x}) = E_0$. 在这种情况下, 驱动杆的状态都收敛为零, 而非驱动杆做圆周轨迹运动. 对 Pendubot, 圆周轨迹运动为

$$\theta_2 x_3^2 = 2\theta_5 g(1 - \cos x_1) \tag{47}$$

对 Acrobot, 圆周轨迹为

$$(\theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3) x_3^2 = 2(\theta_4 + \theta_5) g(1 - \cos x_1) \tag{48}$$

当 $\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = 0$ 和 $\dot{x}_2 = 0$ 而 $E_{\boldsymbol{x}} \neq 0$, 但 $E_{\boldsymbol{x}}$ 等于一个常数, 这种情况不是系统的一种稳定状态, 这个结论可用反证法来证明.

首先证明在摇起区非驱动关节的角速度为零, 即 $\dot{x}_1 = 0$, 或 $x_3(\boldsymbol{x}) = 0$. 对 Acrobot 来说, 因 $\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = 0$ 和 $\dot{x}_2 = 0$, $E_{\boldsymbol{x}}$ 等于一个常数, 则能量表达式 (21) 可以简化为

$$S_1 x_3^2 + T_1 \sin x_1 + U_1 \cos x_1 = V_1 \tag{49}$$

式中 S_1, T_1, U_1, 和 V_1 都是常数. 又因为 $\dot{x}_2 = 0$, 由式 (11) 和式 (25) 可得

$$\tau_2 = -\frac{f_2(\boldsymbol{x})}{b_2(\boldsymbol{x})} = -\frac{\alpha_2 x_2 + \beta(\boldsymbol{x}) f_2(\boldsymbol{x})}{\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}} + \beta(\boldsymbol{x}) b_2(\boldsymbol{x})} \tag{50}$$

化简式 (50), 有

$$\tau_2 = -\frac{f_2(\boldsymbol{x})}{b_2(\boldsymbol{x})} = -\frac{\alpha_2 x_2}{\alpha_1 E_{\boldsymbol{x}}} = ct \tag{51}$$

把表 1 中的参数代入式 (51), 可得

$$S_2 x_3^2 + T_2 \sin x_1 + U_2 \cos x_1 = V_2 \tag{52}$$

式中 S_2, T_2, U_2, 和 V_2 都是常数. 联合式 (49) 和式 (52), 有

$$T_3 \sin x_1 + U_3 \cos x_1 = V_3 \tag{53}$$

式中 T_3, U_3, 和 V_3 都是常数. 从式 (53) 可以看出, 变量 x_1 是常数, 故 $x_3 = 0$ 成立.

而对 Pendubot, 由于 $x_1 \neq 0$, 在 $m_{22}(\boldsymbol{x})$, $m_{12}(\boldsymbol{x})$, $m_{21}(\boldsymbol{x})$, $h_1(\boldsymbol{x})$, 和 $h_2(\boldsymbol{x})$ 中 x_1 的正弦和余弦都不再是恒定常数.

因 $\dot{x}_2 = 0$, 根据式 (10) 和式 (11), 推出

$$\frac{f_2(\boldsymbol{x})}{b_2(\boldsymbol{x})} = \frac{f_1(\boldsymbol{x})}{b_1(\boldsymbol{x})} - \frac{\dot{x}_3}{b_1(\boldsymbol{x})} \tag{54}$$

又因为 $\dot{x}_2 = 0$, $h_1(\boldsymbol{x}) = 0$, 从式 (15)、(16) 和 (54), 可以推出

$$\dot{x}_3 = \frac{-p_1(\boldsymbol{x})}{m_{11}(\boldsymbol{x})} \tag{55}$$

把 $p_1(\boldsymbol{x})$ 和 $m_{11}(\boldsymbol{x})$ 参数带入上式, 可得

$$x_3 = \delta_1 \cos(x_1 + x_2) + \delta_2 \tag{56}$$

式中 δ_1 和 δ_2 都是常数. 因 $\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = 0$ 和 $\dot{x}_2 = 0$, 则 $E(\boldsymbol{x})$ 是一常数, 能量表达式 (21) 可以简化为

$$\tilde{S}_1 x_3^2 + \tilde{T}_1 \cos(x_1 + x_2) = \tilde{V}_1 \tag{57}$$

式中 $\tilde{S}_1$, $\tilde{T}_1$, 和 $\tilde{V}_1$ 都是固定的常数. 将式 (56) 代入式 (57), 可得

$$\cos^2(x_1 + x_2) + M_1 \cos(x_1 + x_2) + M_2 = 0 \tag{58}$$

式中 M_1, M_2 是常数, 故 $\cos(x_1 + x_2)$ 也是常数. 而 x_2 本身是常数, 所以对 Pendubot, $\dot{x}_1 = 0$ 同样成立.

对于 Acrobot 和 Pendubot, 当 $\dot{x}_1 = 0$ 和 $\dot{x}_2 = 0$ 同时成立时, 状态方程式 (10) 和式 (11) 可以改写为

$$f_1(\boldsymbol{x}) + b_1(\boldsymbol{x})\tau_2 = 0 \tag{59}$$

$$f_2(\boldsymbol{x}) + b_2(\boldsymbol{x})\tau_2 = 0 \tag{60}$$

因为 $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $h_1(\boldsymbol{x}) = 0$ 和 $h_2(\boldsymbol{x}) = 0$, 则根据式 (15)、(16)、(59) 和 (60), 可得

$$\det M(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{61}$$

此结论与欠驱动两杆机器人的系数矩阵特性相矛盾, 即在 $\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = 0$ 和 $\dot{x}_2 = 0$ 时, 使 $E(\boldsymbol{x}_\delta)$ 是一个非零常数的解 x_δ, 不可能是 Ψ 内的一个连续长时间存在的稳定状态. 因此, 在摇起区, 当基于 $V_1(\boldsymbol{x})$ 设计的控制律为式 (25) 时, 系统对 Pendubot 和 Acrobot 的 LIS 分别如式 (47) 和式 (48) 所示.

基于上述证明, 可得摇起区的收敛性定理如下.

定理 1. 假设 $\boldsymbol{x}_\delta = M$ 是系统 (46) 的 LIS, $V_1(\boldsymbol{x})$ 是一个 WCLF, $\Im$ 是系统 (46) 中包含系统所有初始状态的一个紧闭有界集, Ψ 是在 $\Im$ 内满足 $\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = 0$ 的集合. 在第一次转换前, 基于第一个 Lyapunov 函数 (20) 所得出的控制律 (25), 可以使系统 (46) 即系统 (12) 收敛到最大不变集.

3.2 全局稳定的分析

假设欠驱动两杆机器人从摇起区的控制律转换为平衡区控制律的转换时刻为 t_α, 也就是说, 在 $t < t_\alpha$ 时, 控制律 (25) 作用; 在 $t \geq t_\alpha$ 时, 控制律 (44) 作用, 假设摇起区最后时刻的瞬时时间为 t_α^-, 这样, 定理 1 可以保证在 $0 \leq t < t_\alpha^-$ 控制系统的稳定性, 而 $t \geq t_\alpha^-$ 后, 控制系统的稳定性可以由非光滑 Lyapunov 函数来保证.

假设 1. Σ_j 是第 j 个子状态空间, C_j 是子状态空间的第 j 个控制器 $(j = 1, 2)$.

假设 2. 对每一对 (C_j, Σ_j) $(j = 1, 2)$ 都存在一个 Lyapunov 函数 $J_j(\boldsymbol{x})(j = 1, 2)$.

假设 3. Σ_1, Σ_2 包含了 $t \geq t_\alpha^-$ 时的运动空间, (C_1, Σ_1) 仅在 $t = t_\alpha^-$ 时使用, 而 (C_2, Σ_2) 在 $t > t_\alpha^-$ 时使用.

定义 3. (NSLF) NSLF 是一个 Lyapunov 函数, 定义为

$$J(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} J_1(\boldsymbol{x}), & t = t_\alpha^- \\ J_2(\boldsymbol{x}), & t > t_\alpha^- \end{cases} \tag{62}$$

其中 $J_1(\boldsymbol{x}) = V_1(\boldsymbol{x}_{t_\alpha^-})$, $J_2(\boldsymbol{x}) = V_2(\boldsymbol{x})$, 并满足

$$J(\boldsymbol{x}(t_2)) < J(\boldsymbol{x}(t_1)),\ t_\alpha^- \le t_1 < t_2 \tag{63}$$

下面给出保证控制系统在整个运动空间的稳定性的定理.

定理 2. 在摇起区 ($t < t_\alpha^-$), 应用基于 $V_1(\boldsymbol{x})$ (WCLF) 设计的控制律 C_1; 当 $t \ge t_\alpha^-$ 时, 满足进入平衡区的条件 (17), 同时, $\boldsymbol{x} \in J(\boldsymbol{x})$(NSLF), 此时控制律 C_2 作用, 则欠驱动两杆机器人转换控制系统是全局稳定的.

式 (20) 中的 Δ 定义为

$$\Delta = J_{2\max}(\boldsymbol{x}) = V_{2\max}(\boldsymbol{x}) \tag{64}$$

其中

$$V_2(\boldsymbol{x}) \le V_{2\max}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{4} x_{ii\max} P_{iid}(\boldsymbol{x} \in \Sigma_2)$$

$P_{iid}(i = 1,2,3,4)$ 是黎卡提方程 (43) 的解所对应的对角阵中对角线上的参数. $x_{ii\max}(i = 1,2,3,4)$ 是系统状态在平衡区的最大值, 根据式 (17), 可得 $x_{ii\max} = \beta_i(i = 1,2)$; 根据式 (5) 和式 (17), 可得 $x_{ii\max} = 2(E_0 + \varepsilon)/m_{ii}(i = 3,4)$.

摇起区稳定性根据 WCLF 来实现; 为了确保定义 3 中 $J(\boldsymbol{x}(t_2)) < J(\boldsymbol{x}(t_1))$($t_\alpha^- \le t_1 < t_2$) 成立, Δ 按式 (64) 取值; 因此, 从 $t = t_\alpha^-$ 时开始, $J(\boldsymbol{x})$ 是单调递减, 这样转换控制就避免了在转换表面出现控制律来回切换[17−18]. 第二个控制律 (44) 保证了欠驱动两杆机器人收敛到垂直向上不稳定平衡点.

4　数值实例

无论是 Acrobot 还是 Pendubot, 它们在平衡区内的参数都被定义为 $\beta_1 = \beta_2 = \dfrac{\pi}{6}$, $\beta_3 = \beta_4 = 10^{-3}$, $\beta_5 = 10^3$, $\epsilon = 1.0\,\mathrm{J}$.

4.1　Pendubot 的仿真结果

在仿真试验中, Pendubot 的参数为[19]: $\theta_1 = 0.0761\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $\theta_2 = 0.0662\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $\theta_3 = 0.0316\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $\theta_4 = 0.9790\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $\theta_5 = 0.3830\,\mathrm{kg\cdot m^2}$. 其初始化状态为 $\boldsymbol{x}(0) = [0\ \pi\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$.

控制律 (25)、(34)、(39) 和 (40) 中的参数被选择为 $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 30$, $\eta = 15$, $\gamma_0 = 0.13$, $\rho = 0.5$, $E_{01} = 13.35\,\mathrm{J}$. 在线性二次调节器设计时, 选择权矩阵 Q 为单位矩阵, $R = 0.5$, 利用系统参数和设计参数, 则其状态反馈控制律为 $\boldsymbol{F} = [-109.544\ \ -109.690\ \ -14.311\ \ -18.558]$.

图 2 显示了仿真结果, 其中能量函数为 $E_{\boldsymbol{x}}$ ($E_{\boldsymbol{x}} = E(\boldsymbol{x}) - E_{01}$). 在 $t = 1.400\,\mathrm{s}$ 时, 控制律从摇起控制转换到平衡控制. 整个系统在 3 s 之内达到稳定, 相比于文献 [1, 6−7] 中的控制方法, 控制时间要小, 且确保了控制系统 Pendubot 的全局稳定性.

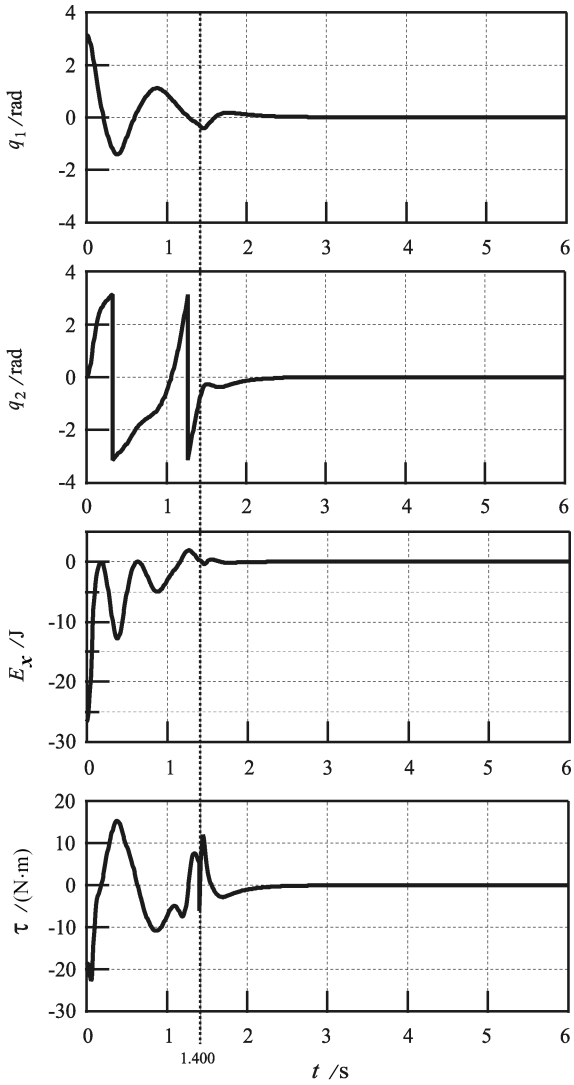

图 2　Pendubot 的仿真结果

Fig. 2　Simulation results for Pendubot

4.2　Acrobot 的仿真结果

在仿真试验中, Acrobot 的参数为: $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$, $I_1 = 0.083\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $L_1 = 1\,\mathrm{m}$, $L_{g1} = 0.5\,\mathrm{m}$, $m_2 = 1\,\mathrm{kg}$, $I_2 = 0.33\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $L_2 = 2\,\mathrm{m}$, $L_{g2} = 1\,\mathrm{m}$, 且其初始化状态为 $\boldsymbol{x}(0) = [\pi\ 0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$.

控制律 (25)、(34)、(39) 和 (40) 中的参数被选择为 $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 30$, $\eta = 25$, $\gamma_0 = 1.6$, $\rho = 0.5$, $E_0 = 24.5\,\mathrm{J}$. 在线性二次调节器设计时, 选择权矩阵 Q 为单位矩阵, $R = 0.5$, 则其状态反馈控制律为 $\boldsymbol{F} = [-260.559\ \ -104.448\ \ -112.604\ \ -52.944]$.

图 3 显示了 Acrobot 的仿真结果, 其中能量函

数为 $E_{\boldsymbol{x}}$ ($E_{\boldsymbol{x}} = E(\boldsymbol{x}) - E_{02}$). 在 $t = 7.664$ s 时转换控制律. 整个系统在 10 s 之内达到稳定, 相比于文献 [2−3, 14] 中的控制策略, 控制时间要少, 而相比于文献 [6, 11, 15] 具有较好的控制结果, 并且本文提出的综合 WCLF 和 NSLF 设计的控制律保证了整个欠驱动两杆机器人系统的全局稳定性.

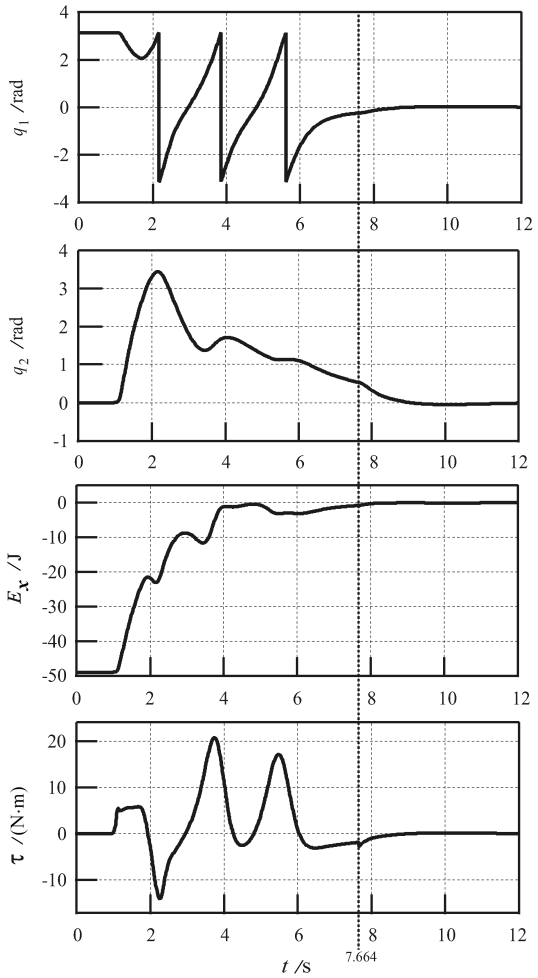

图 3 Acrobot 的仿真结果

Fig. 3 Simulation results for Acrobot

4.3 Pendubot 的实际控制

Pendubot 实验装置是由美国 Mechanics Control Kit Model M-1 构建[20], 是一套控制工程教学与研究的工具, Pendubot 仿真实验的参数与它的参数相同.

图 4 是 Pendubot 的实际控制曲线. 从图 2 和图 4 可看出, 由于实际中的一些干扰因素, Pendubot 系统达到稳定的时间比仿真慢一些, 并且在实际运行当中, 由于外界干扰, Pendubot 的两杆在平衡后有一定的晃动, 因此 Pendubot 的实际力矩在平衡点附近总是在一定范围内波动, 以使 Pendubot 系统保持在垂直向上的不稳定平衡点上.

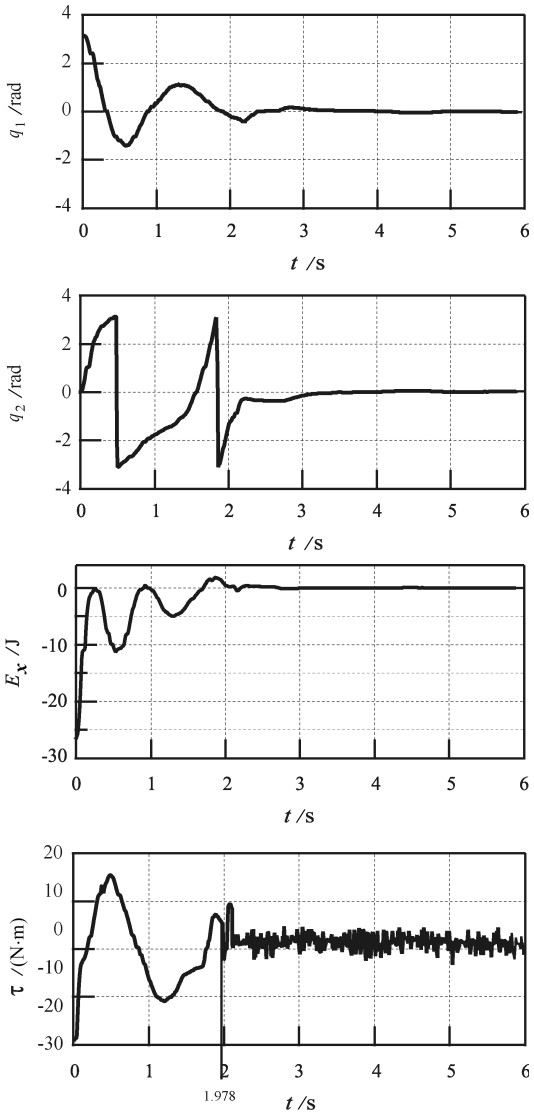

图 4 Pendubot 的实际结果

Fig. 4 Actual results for Pendubot

5 结论

本文描述了一种欠驱动两杆机器人的全局控制策略. 在摇起区的运动中, 应用了基于 WCLF 的控制方法, 使驱动杆收敛于垂直向上的位置, 非驱动杆收敛于做包含垂直向上不稳定平衡点在内的圆轨迹运动. 而 WCLF 中的一个设计参数为系统状态的非线性函数, 这样就能使系统避免奇异现象, 并能够加快系统的响应速度. 为了更进一步改进控制效果, 选择了摇起控制律中的另一个设计参数为系统状态的非线性函数. 基于 WCLF, 可确保摇起区的稳定, 从转换开始瞬间到整个平衡区的稳定, 利用了 NSLF

来实现. 综合 WCLF 和 NSLF 设计的控制律, 保证了整个欠驱动两杆机器人系统的全局稳定性. 最后, Pendubot 和 Acrobot 的仿真和实际结果说明了此方法的正确性和有效性.

References

1 Spong M W, Block D J. The pendubot: a mechatronic system for control research and education. In: Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, USA: IEEE, 1995. 555−556

2 Spong M W. The swing up control problem for the Acrobot. *IEEE Control Systems Magazine*, 1995, **15**(1): 49−55

3 Kawada K, Fujisawa S, Obika M, Yamamoto T. Creating swing-up patterns of an acrobot using evolutionary computation. In: Proceedings of IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation. Kagawa, Japan: IEEE, 2005. 261−266

4 Mahindrakar A D, Astolfi A, Ortega R, Viola G. Further constructive results on interconnection and damping assignment control of mechanical systems: the Acrobot example. In: Proceedings of American Control Conference. USA: 2006. 6

5 Astrom K J, Furuta K. Swing up a pendulum by energy control. *Automatica*, 2000, **36**(2): 287−295

6 Berkemeier M D, Fearing R S. Tracking fast inverted trajectories of the underactuated Acrobot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1999, **15**(4): 740−750

7 Lai X Z, She J H, Ohyama Y, Cai Z X. Fuzzy control strategy for Acrobot combining modelfree and model-based control. *IEE Proceedings of Control Theory and Application*, 1999, **146**(6): 505−510

8 Lai Xu-Zhi, Cai Zi-Xing, Wu Min. Fuzzy and variable structure control of a class of underactuated mechanical systems. *Acta Automatica Sinica*, 2001, **27**(6): 850−854
(赖旭芝, 蔡自兴, 吴敏. 一类欠驱动机械系统的模糊与变结构控制. 自动化学报, 2001, **27**(6): 850−854)

9 Fantoni I, Lozano R, Spong M W. Energy based control of the Pendubot. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(4): 725−729

10 Xin X, Kaneda M. The swing up control for the Acrobot based on energy control approach. In: Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas, USA: IEEE, 2002. 3261−3266

11 Lai Xu-Zhi, Wu Min, She Jin-Hua. Control of Acrobot based on Lyapunov function. *Journal of Central South University of Technology*, 2007, **11**(2): 210−215

12 Lai X Z, She J H, Yang S X, Wu M. Stability analysis and control law design for Acrobots. In: Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. Florida, USA: IEEE, 2006. 745−750

13 Dayawansa W P, Martin C F. A converse Lyapunov theorem for a class of dynamical systems which undergo switching. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, **44**(4): 751−760

14 Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 1999, **19**(5): 59−70

15 Sontag E D. A Lyapunov-like characterization of asymptotic controllability. *SIAM Journal on Control Optimization*, 1983, **21**(3): 462−471

16 Freeman R A, Primbs J A. Control Lyapunov functions: new ideas from an old source. In: Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control. Kobe, Japan: IEEE, 1996. 3926−3931

17 Malmborg J, Bernhardsson B, Astron J. A stabilizing switching scheme for multi-controller systems. In: Proceedings of IFAC the 13th World Congress. San Fransisco, USA: 1996. 229−234

18 Leonessa A, Haddad W M, Chellabonia V. Nonlinear sytem stabilization via hierarchical switching control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(1): 17−28

19 Lai Xu-Zhi, Huang Can, She Jin-Hua. Parameter measure and controller design for an underactuated Pendubot. *Robtics*, 2003, **25**(7), 707−710
(赖旭芝, 黄灿, 佘锦华. 欠驱动系统 Pendubot 的参数认证及其控制器设计. 机器人, 2003, **25**(7): 707−710)

20 Mechatronic Systems, Incorporated. Mechanics Control Kit Model M-1 User′s Manual, 2001

赖旭芝 中南大学教授. 主要研究方向为非线性控制、机器人、智能系统和传感器网络. E-mail: xuzhi@csu.edu.cn
(**LAI Xu-Zhi** Professor at School of Information Science and Engineering, Central South University. Her research interest covers nonlinear systems, robotics, intelligent systems, and sensor networks.)

吴 敏 中南大学教授. 主要研究方向为先进控制理论及应用, 过程控制和智能系统. 本文通信作者.
E-mail: min@csu.edu.cn
(**WU Min** Professor at School of Information Science and Engineering, Central South University. His research interest covers advanced control theory and its application, process control, and intelligent systems. Corresponding author of this paper.)

佘锦华 东京工科大学仿生学部副教授. 主要研究方向为控制理论应用, 重复控制, 机器人. E-mail: she@cc.teu.ac.jp
(**SHE Jin-Hua** Associate professor at School of Bionics, Tokyo University of Technology. His research interest covers application of control theory, repetitive control, and robotics.)

YANG Simon X. 奎尔夫大学工程系教授. 主要研究方向为机器人, 智能系统和传感器技术.
E-mail: syang@uoguelph.ca
(**YANG Simon X.** Professor at School of Engineering, University of Guelph. His research interest covers robotics, intelligent systems, and sensor technology.)