

多星接管目标的分布式近似最优姿态跟踪控制

王孟磊^{1,2} 吴宝林^{1,2} 耿云海^{1,2}

摘要 在多服务星对失效航天器进行姿态接管控制的在轨服务任务中,考虑惯量矩阵未知和执行机构饱和的情况,基于自适应动态规划(ADP)方法提出一种分布式姿态跟踪接管控制策略.首先,通过对姿态系统的建模分析,设计一种含有力矩饱和和约束和期望力矩补偿的值函数,在ADP框架下,用一组基函数逼近最优值函数,并得到分布式近似最优姿态跟踪控制策略;然后,为避免使用角加速度信息,分别构建关于惯量参数和权重参数的滤波形式的线性回归模型,根据并行学习方法、参数一致性算法和离线策略轨迹,设计惯量参数自适应辨识律和权重更新律;接着,使用李雅普诺夫方法证明姿态跟踪误差、惯量矩阵辨识误差和权重参数估计误差的一致最终有界;最后,仿真结果验证了分布式姿态跟踪控制方法在力矩饱和和约束下对姿态跟踪和惯量矩阵辨识的有效性.

关键词 姿态接管控制, 姿态跟踪控制, 惯量矩阵辨识, 控制力矩饱和, 自适应动态规划

引用格式 王孟磊, 吴宝林, 耿云海. 多星接管目标的分布式近似最优姿态跟踪控制. 自动化学报, 2025, 51(11): 2441-2453

DOI 10.16383/j.aas.c240765 **CSTR** 32138.14.j.aas.c240765

Distributed Approximate Optimal Attitude Tracking Control for Taking Over the Target by Multiple Satellites

WANG Meng-Lei^{1,2} WU Bao-Lin^{1,2} GENG Yun-Hai^{1,2}

Abstract In the on-orbit service missions of attitude takeover control of the failed spacecraft by multiple service satellites, a distributed attitude tracking takeover control policy is proposed based on the method of adaptive dynamic programming (ADP) with unknown inertia matrix and actuator saturation. Firstly, by modeling and analyzing the attitude system, a value function with torque saturation constraint and desired torque compensation is designed. Under the ADP framework, a set of basis functions is used to approximate the optimal value function, and the distributed approximate optimal attitude tracking control strategy is obtained; Then, the filtered linear regression models relevant to inertia parameters and weight parameters are respectively established with angular acceleration information free and according to concurrent learning method, parameter consensus algorithm and off-policy trajectories, the adaptive inertia parameter identification law and the weight update law are designed; Furthermore, the uniformly ultimate boundedness of the attitude tracking errors, the inertia matrix identification errors and weight parameter estimation errors are proved by Lyapunov method; Finally, the simulation results verify the effectiveness of the distributed attitude tracking control method for attitude tracking and inertia matrix identification under the constraint of torque saturation.

Key words Attitude takeover control, attitude tracking control, inertia matrix identification, control torque saturation, adaptive dynamic programming

Citation Wang Meng-Lei, Wu Bao-Lin, Geng Yun-Hai. Distributed approximate optimal attitude tracking control for taking over the target by multiple satellites. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(11): 2441-2453

在空间任务中,一些航天器受到空间中各类电

磁辐射、空间碎片、敌对目标的破坏等因素的影响,可能会产生姿态控制系统故障的问题,无法完成相应姿态控制任务.根据在轨服务^[1-2]的概念,多颗拥有完备姿态控制系统的服务卫星能够在轨捕获并接管失效目标,使用服务卫星的姿态系统辅助目标航天器执行姿态控制任务^[3].

多服务卫星对失效目标进行姿态接管控制任务的实施过程如图1所示,该过程可以概括为以下四个阶段:第一阶段,服务卫星的母星携带足够数量服务卫星,快速接近目标航天器并在其附近释放一批服务卫星;第二阶段,这些服务卫星对目标进行

收稿日期 2024-12-02 录用日期 2025-09-02
Manuscript received December 2, 2024; accepted September 2, 2025

国家自然科学基金(62188101)资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (62188101)

本文责任编辑 刘华平
Recommended by Associate Editor LIU Hua-Ping

1. 哈尔滨工业大学航天学院 哈尔滨 150001 2. 哈尔滨工业大学微小航天器快速设计与智能集群全国重点实验室 哈尔滨 150001

1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001 2. State Key Laboratory of Micro-Spacecraft Rapid Design and Intelligent Cluster, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001

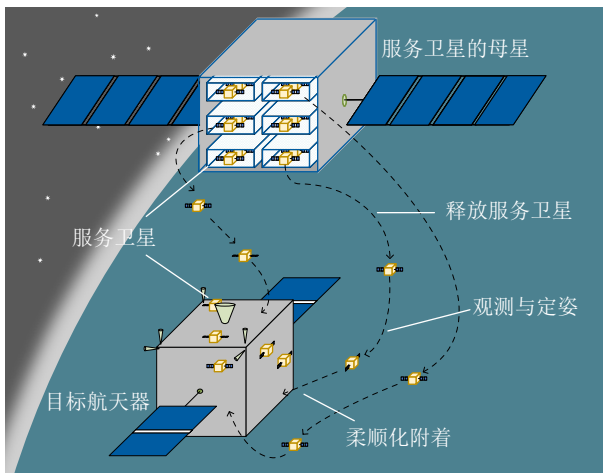


图 1 目标接管过程的示意图

Fig.1 The schematic diagram of the target takeover processes

观测和定姿^[4],快速机动并柔顺化附着在目标表面的合适位置,服务卫星和目标构成新的卫星组合体;第三阶段,服务卫星之间迅速构建稳定的通信链路,并获取任务需求;第四阶段,将服务卫星的姿态控制系统作为组合体的控制系统,在服务卫星协同工作下,完成相应的姿态控制任务.本文旨在为第四阶段中的姿态跟踪控制任务提供一种理论方案.

空间控制技术是空间任务的重要保障^[5],为解决大型航天器姿态系统失效而造成无法执行任务的问题,还有一些学者逐渐将服务卫星对目标航天器进行姿态接管控制作为研究重点^[6-11].文献[6-8]使用细胞化卫星、微纳卫星等对目标进行姿态接管控制,分别设计相应的控制力矩分配策略;吕跃勇等^[9]针对具有对抗能力的非合作目标的接管问题,基于输入-状态稳定理论给出组合体的姿态接管控制方案.此外,在姿态接管控制任务中,组合体的转动惯量未知会影响控制算法设计和姿态控制效果.在转动惯量和干扰力矩未知的情况下,文献[10-11]考虑组合体航天器惯量参数未知等问题,分别给出相应的姿态接管控制策略.在多星接管控制的研究中,也可通过多服务卫星联合辨识惯量参数.在文献[12]中,在多细胞机器人附着到目标航天器后,在每颗细胞上分析力矩和姿态信息并得到输出向量和惯性参数辨识所需的回归矩阵,同时在相邻细胞机器人对惯性参数辨识结果补偿下,设计一种分布式的递推最小二乘的惯性参数辨识方法,实现惯性参数的分布式辨识,进而可将得到的组合体航天器的惯性参数用于设计航天器的控制律;文献[13]设计一种综合性辨识方法,根据姿态动力学模型得到关于惯量参数的线性回归模型,然后分别根据姿态稳定和姿态跟踪过程中的预设轨迹,收集一系列回归模

型数据,使用最小二乘算法对惯量参数进行估计,然后将惯量参数用于姿态接管控制.

在姿态接管任务中,常见的服务卫星为小、微、纳卫星,这些卫星自身能力和资源有限,面对接管大型航天器任务,需要在姿态控制效果和能源消耗方面做出权衡,可以通过设计相应的性能指标,得到合适的控制策略.考虑到航天器姿态模型具有较强的非线性,一些文献根据自适应动态规划(Adaptive dynamic programming, ADP)算法在强非线性系统中的优势^[14],提出用于航天器姿态控制的近似最优控制律.比如,文献[15-16]分别在系统存在不确定参数的情况下,基于强化学习等方法,在ADP框架下设计近似最优姿态控制策略;文献[17]针对最优稳定控制问题,通过Actor-critic网络实现最优姿态控制;在编队控制方面,文献[18]使用ADP算法和微分图型博弈理论,给出一种多星编队容错控制策略,实现姿轨一体化的分布式近似最优姿态控制.在姿态接管控制任务中,一些文献也在ADP框架下设计控制算法,尤其在多星姿态接管控制方面,通常将每颗服务卫星都当作独立的智能体,通过多服务卫星之间的信息交互,协同完成姿态接管控制任务.文献[19]针对模型完全未知情况下的姿态接管控制问题进行研究,在ADP的框架下,设计基于策略迭代的Q学习控制算法,仅根据系统的输入输出完成姿态控制任务.文献[20]设计一个基于微分博弈的多星姿态接管控制律,并给出力矩饱和情况下的值函数设计方案;文献[21]根据组合体的姿态、姿态角速度、各微小卫星的力矩设计全局的性能指标,使各个微小卫星独立优化性能指标,在ADP框架下,获得一种用于姿态接管控制的Nash均衡策略;文献[22]在多颗微卫星中设置一颗领导星,跟随星通过一个复合自适应律估计领导星的反馈增益矩阵,最终实现帕累托最优控制.

当组合体航天器上的服务卫星数量较多时,如果仅在一颗中心服务卫星上通过全局信息设计所有服务卫星指令力矩再分配给各个服务卫星,中心服务卫星会承担很大的计算压力和通信压力,考虑到每颗服务卫星都是独立的智能体,可令每颗服务卫星与部分相邻服务卫星通信,根据局部信息计算自身的指令力矩,进行分布式姿态控制,避免单颗卫星承担过多任务.

本文针对多星接管失效目标的分布式姿态跟踪控制问题进行研究,在组合体惯量矩阵未知和服务卫星执行机构输出饱和情况下,提出一种基于ADP的分布式近似最优姿态跟踪控制算法.首先,构建用于姿态跟踪控制的值函数,使用一组基函数

逼近最优值函数, 得到分布式近似最优姿态跟踪控制律; 然后, 分别基于姿态动力学模型和 HJB (Hamilton-Jacobi-Bellman, HJB) 方程, 基于并行学习算法^[23-24]、参数一致性算法^[25]和离线策略轨迹^[26], 设计惯量矩阵辨识律和权重更新律; 最后, 分析姿态控制系统的稳定性, 并进行数值仿真验证。

本文主要创新点为: 1) 建立用于分布式姿态跟踪的值函数, 相比于常规二次型性能指标, 该指标根据力矩饱和值对控制力矩进行约束, 同时对稳态跟踪下期望力矩进行补偿, 避免持续的跟踪力矩对指标评估的影响; 2) 在通过 HJB 方程估计权重参数时, 考虑权重估计值与最优权重存在差别, 将瞬时值函数在权重估计值处进行泰勒展开, 得到一种含有补偿项的权重参数估计的回归模型; 3) 同时考虑惯量矩阵和权重参数未知问题, 在参数范围约束映射的作用下, 设计相应的无需持续激励的参数估计方法, 一致性补偿能够维持所有服务卫星的惯量参数辨识结果趋于一致。

1 组合体航天器姿态建模

如图 2 所示, 有 N 颗服务卫星捕获目标航天器, 构成刚性组合体航天器, 每颗服务卫星能够提供三轴正交力矩并测量姿态和姿态角速度, 通过服务卫星之间的合作协同, 完成姿态控制任务。为方便对服务卫星编号和对星间信息交互方式进行描述, 用点集 $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ 表示 N 颗服务卫星构成的集合, $k \in \mathcal{N}$ 表示 k 号服务卫星, 简称 k 号星。

根据组合体的构成, 给出相关坐标系的定义: 空间参考坐标系 \mathcal{F}_I 为地心惯性坐标系; 目标航天器的本体坐标系 $\mathcal{F}_{B,T}$ 和 k 号星的本体坐标系 $\mathcal{F}_{B,k}$ 的原点分别位于各自的质心, 三轴分别沿着

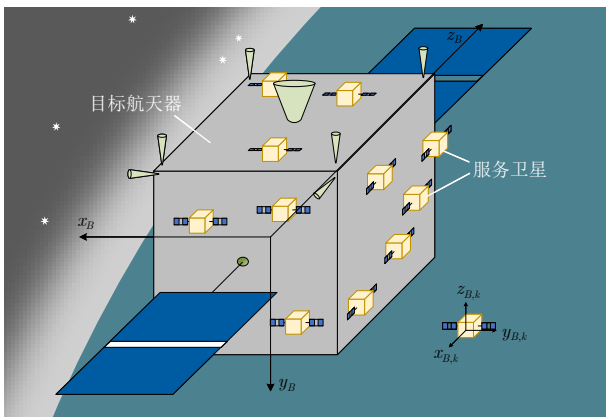


图 2 组合体航天器示意图

Fig.2 The schematic diagram of the combined spacecraft

各自的惯量主轴方向; 组合体本体坐标系 \mathcal{F}_B 与 $\mathcal{F}_{B,T}$ 平行, \mathcal{F}_B 原点位于组合体质心; 此外, 为方便描述航天器的期望姿态, 用 \mathcal{F}_D 表示组合体期望姿态坐标系, $\mathcal{F}_{D,k}$ 表示服务卫星期望姿态坐标系, 期望姿态坐标系为虚拟坐标系, 是各星在期望姿态下对应的本体坐标系指向。

在 $\mathcal{F}_{B,k}$ 坐标系下, 组合体航天器的姿态动力学和运动学模型^[27] 分别为:

$$\mathbf{J}_k \dot{\boldsymbol{\omega}}_k = -\boldsymbol{\omega}_k^\times \mathbf{J}_k \boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{u}_k \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{q}_{0,k} = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_{v,k}^\top \boldsymbol{\omega}_k \\ \dot{\mathbf{q}}_{v,k} = \frac{1}{2} (\mathbf{q}_{0,k} \mathbf{I}_3 + \mathbf{q}_{v,k}^\times) \boldsymbol{\omega}_k \end{cases} \quad (2)$$

其中, \mathbf{J}_k 是组合体的惯量矩阵; $\boldsymbol{\omega}_k$ 是姿态角速度; $\mathbf{q}_k = [q_{0,k} \ \mathbf{q}_{v,k}^\top]^\top$ 是姿态四元数; \boldsymbol{v}^\times 是矢量 $\boldsymbol{v} \in \mathbf{R}^3$ 对应的叉乘矩阵; \mathbf{I}_3 是三阶单位矩阵; \mathbf{u}_k 是组合体受到的控制力矩, 是所有服务卫星提供的力矩的总和。

$$\mathbf{u}_k = \sum_{k_1=1}^N \mathbf{C}_{k_1}^k \boldsymbol{\tau}_{k_1} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{C}_{k_1}^k$ 是 \mathcal{F}_{B,k_1} 到 $\mathcal{F}_{B,k}$ 的姿态转换矩阵; $\boldsymbol{\tau}_{k_1} = [\tau_{x,k_1}, \tau_{y,k_1}, \tau_{z,k_1}]^\top$ 是 k_1 号星提供的力矩。

误差姿态动力学模型和运动学模型^[18] 分别为:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_k \dot{\boldsymbol{\omega}}_{e,k} &= -\boldsymbol{\omega}_k^\times \mathbf{J}_k \boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{J}_k \boldsymbol{\omega}_{e,k}^\times \mathbf{C}_{e,k} \boldsymbol{\omega}_{d,k} - \\ &\quad \mathbf{J}_k \mathbf{C}_{e,k} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{d,k} + \mathbf{u}_k \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \dot{q}_{e0,k} = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_{ev,k}^\top \boldsymbol{\omega}_{e,k} \\ \dot{\mathbf{q}}_{ev,k} = \frac{1}{2} (\mathbf{q}_{e0,k} \mathbf{I}_3 + \mathbf{q}_{ev,k}^\times) \boldsymbol{\omega}_{e,k} \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\boldsymbol{\omega}_{d,k}$ 是期望姿态角速度; $\boldsymbol{\omega}_{e,k}$ 是误差姿态角速度; $\mathbf{q}_{e,k} = [q_{e0,k} \ \mathbf{q}_{ev,k}^\top]^\top$ 是由姿态四元数 \mathbf{q}_k 和期望姿态四元数 $\mathbf{q}_{d,k}$ 得到的误差姿态四元数; $\mathbf{C}_{e,k}$ 是 $\mathbf{q}_{e,k}$ 对应的转换矩阵, $\mathbf{C}_{e,k} = (\mathbf{q}_{e0,k}^2 - \mathbf{q}_{ev,k}^\top \mathbf{q}_{ev,k}) \times \mathbf{I}_3 + 2\mathbf{q}_{ev,k} \mathbf{q}_{ev,k}^\top - 2q_{e0,k} \mathbf{q}_{ev,k}^\times$ 。

当组合体航天器跟踪上期望状态以后, 组合体动力学模型可以表示为:

$$\mathbf{J}_k \dot{\boldsymbol{\omega}}_{d,k} + \boldsymbol{\omega}_{d,k}^\times \mathbf{J}_k \boldsymbol{\omega}_{d,k} = \mathbf{u}_k \quad (6)$$

如果使用的是型号相同、控制律相同的服务卫星, 不妨定义各星的期望控制力矩为:

$$\boldsymbol{\tau}_{d,k} = \frac{1}{N} (\mathbf{J}_k \dot{\boldsymbol{\omega}}_{d,k} + \boldsymbol{\omega}_{d,k}^\times \mathbf{J}_k \boldsymbol{\omega}_{d,k}) \quad (7)$$

\mathbf{J}_k 、 \mathbf{q}_k 、 $\boldsymbol{\omega}_k$ 、 $\mathbf{q}_{e,k}$ 、 $\boldsymbol{\omega}_{e,k}$ 在 \mathcal{F}_B 坐标系下的表示分别写作 \mathbf{J} 、 \mathbf{q} 、 $\boldsymbol{\omega}$ 、 \mathbf{q}_e 、 $\boldsymbol{\omega}_e$, $\mathbf{q}_{d,k}$ 、 $\boldsymbol{\omega}_{d,k}$ 在 \mathcal{F}_D 坐标系下的表示分别写作 \mathbf{q}_d 、 $\boldsymbol{\omega}_d$ 。

假设 1. 期望姿态角速度 ω_d 和角加速度 $\dot{\omega}_d$ 连续有界, $\omega_e = \mathbf{0}_{3 \times 1}$ 对应的期望控制力矩在服务卫星执行机构的能力范围内并保留一定裕度.

假设 2. 用连接无向图^[25] 描述服务卫星之间的通信方式, $L_p \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 为图的拉普拉斯矩阵.

2 分布式近似最优姿态跟踪控制策略

本节考虑服务卫星力矩饱和的问题, 使用 ADP 算法设计分布式姿态跟踪控制策略.

2.1 值函数与最优控制策略

根据航天器误差姿态、误差姿态角速度、饱和力矩值和期望跟踪力矩, 设计值函数:

$$V_k = \int_t^\infty r_k(\omega_{e,k}, q_{ev,k}, \tau_k, \tau_{k_1}, \tau_{d,k}) d\xi_t \quad (8)$$

其中, ξ_t 是一个积分变量; $k_1 \in \mathcal{N}_k$, \mathcal{N}_k 是 k 号服务卫星的邻居卫星编号构成的集合; r_k 是瞬时值函数, 由五部分组成, 具体表示为 $r_k = r_{1,k} + r_{2,k} + r_{3,k} + r_{4,k} + r_{5,k}$; $r_{1,k} = \omega_{e,k}^T Q_\omega \omega_{e,k}$ 是与姿态角速度误差相关的瞬时值函数, $Q_\omega = Q_\omega I_3$; $r_{2,k} = q_{ev,k}^T Q_q q_{ev,k}$ 是与姿态误差相关的瞬时值函数, $Q_q = Q_q I_3$; $r_{3,k}$ 是与饱和力矩相关的瞬时值函数:

$$r_{3,k} = \sum_{i=x,y,z} \int_0^{\tau_{i,k}} Q_\tau \tau_{\max} \operatorname{arctanh} \left(\frac{\xi_\tau}{\tau_{\max}} \right) d\xi_\tau \quad (9)$$

$r_{4,k}$ 是与期望力矩相关的瞬时值函数:

$$r_{4,k} = -Q_\tau \tau_{\max} \sum_{i=x,y,z} \tau_{i,k} \operatorname{arctanh} \left(\frac{\tau_{di,k}}{\tau_{\max}} \right) - Q_\tau \tau_{\max}^2 \sum_{i=x,y,z} \ln \left(1 - \frac{\tau_{di,k}^2}{\tau_{\max}^2} \right) \quad (10)$$

$r_{5,k}$ 是与邻星力矩相关的瞬时值函数:

$$r_{5,k} = \frac{1}{2} Q_\tau \sum_{k_1 \in \mathcal{N}_k} (\tau_{k_1} - \tau_{d,k_1})^T (\tau_{k_1} - \tau_{d,k_1}) \quad (11)$$

其中, ξ_τ 是一个积分变量; τ_{\max} 是服务卫星单轴饱和力矩; Q_ω 、 Q_q 和 Q_τ 是相应值函数的因子, 均为正实数.

定义 1. (容许的分布式控制策略) 若分布式控制策略 $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N\}$ 能够在初值 $(t_0, \omega_{e,k}(t_0), q_{e,k}(t_0))$ 下控制系统稳定并得到唯一有界状态轨迹和有界值函数, 那么该分布式策略是容许的, 其中, t_0 是初始时刻.

定义所有容许的分布式控制策略的集合为 \mathcal{U} , 将分布式策略 $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N\} \in \mathcal{U}$ 简化为 $\{\tau_k\} \in \mathcal{U}$.

最优控制策略表示为 τ_k^* , 对应的瞬时值函数和值函数分别表示为 r_k^* 、 V_k^* .

无限时域的值函数 (8) 对应的贝尔曼方程为:

$$\nabla V_k \dot{\mathbf{x}}_k + r_k = 0 \quad (12)$$

其中, $\mathbf{x}_k^T := [\omega_{e,k}^T, q_{ev,k}^T]$ 是系统的状态量; $\nabla V_k \in \mathbf{R}^{1 \times 6}$ 是值函数对状态量的偏导数, $\nabla V_k := \frac{\partial V_k}{\partial \mathbf{x}_k}$, 当值函数为最优值函数时, 该偏导数表示为 ∇V_k^* . 定义哈密顿函数:

$$H_k = \nabla V_k \dot{\mathbf{x}}_k + r_k \quad (13)$$

哈密顿函数对控制量 τ_k 的偏导数为:

$$\frac{\partial H_k}{\partial \tau_k} = \nabla V_k \mathbf{G}_k^T + Q_\tau \tau_{\max} \operatorname{arctanh} \frac{\tau_k^T}{\tau_{\max}} - Q_\tau \tau_{\max} \operatorname{arctanh} \frac{\tau_{d,k}^T}{\tau_{\max}} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{G}_k = [\mathbf{J}_k^{-1} \mathbf{0}_{3 \times 3}]$. 哈密顿函数对控制量的导数为零时, 得到对应的最优控制策略:

$$\tau_k^* = \tau_{\max} \tanh \left(-\frac{\mathbf{G}_k (\nabla V_k^*)^T}{Q_\tau \tau_{\max}} + \operatorname{arctanh} \frac{\tau_{d,k}}{\tau_{\max}} \right) \quad (15)$$

最优控制策略对应的 HJB 方程为:

$$\min_{\{\tau_k\} \in \mathcal{U}} (\nabla V_k^* \dot{\mathbf{x}}_k + r_k^*) = 0 \quad (16)$$

其中, r_k^* 中的 τ_k 是最优控制力矩 τ_k^* , 所有服务卫星的最优控制力矩的总和在 $\mathcal{F}_{B,k}$ 系下的表示为 \mathbf{u}_k^* .

2.2 近似最优姿态跟踪控制策略

由于航天器系统的非线性, 求解最优策略 (15) 和 HJB 方程 (16) 的显式表达式非常困难, 本文将根据 ADP 理论进一步分析近似最优控制策略.

根据 Weierstrass 逼近定理, 在紧集 $\mathbf{x}_k \in \mathcal{X}$ 上, 使用一组基函数将最优值函数表示为:

$$V_k^*(\mathbf{x}_k) = \mathbf{W}_k^T \boldsymbol{\sigma}_k + \varepsilon_k \quad (17)$$

其中, $\boldsymbol{\sigma}_k = [\sigma_1(\mathbf{x}_k), \sigma_2(\mathbf{x}_k), \dots, \sigma_m(\mathbf{x}_k)]^T$ 是由 m 个基函数构成的向量; $\mathbf{W}_k = [W_{1,k}, W_{2,k}, \dots, W_{m,k}]^T$ 是基函数对应的最优权值; $\varepsilon_k \in \mathbf{R}$ 是近似误差. 最优值函数对状态 \mathbf{x}_k 的偏导数为:

$$\nabla V_k^* = \mathbf{W}_k^T \nabla \boldsymbol{\sigma}_k + \nabla \varepsilon_k \quad (18)$$

其中, $\nabla \boldsymbol{\sigma}_k = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_k}{\partial \mathbf{x}_k}$; $\nabla \varepsilon_k = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \mathbf{x}_k}$.

假设 3. 对于 $\mathbf{x}_k \in \mathcal{X}$, 存在 $b_w, b_\sigma, b_\varepsilon, b_{\sigma_\nabla}, b_{\varepsilon_\nabla} > 0$, 使得权重参数、基函数和逼近误差满足 $\|\mathbf{W}_k\| \leq b_w$ 、 $\|\boldsymbol{\sigma}_k\| \leq b_\sigma$ 、 $\|\varepsilon_k\| \leq b_\varepsilon$ 、 $\|\nabla \boldsymbol{\sigma}_k\| \leq b_{\sigma_\nabla}$ 、 $\|\nabla \varepsilon_k\| \leq b_{\varepsilon_\nabla}$ ^[13].

注 1. 在力矩饱和和限制下进行姿态控制时, 要求

初始姿态和姿态角速度在一定范围内, 否则可能在最大力矩下也无法控制航天器稳定, 即不存在容许的控制策略. 在能够获得容许控制策略的基础上, 寻找最优策略, 相应最优值函数有界, 模拟最优值函数的基函数及其最优权重的相关量也有界, 因此假设 3 具有合理性.

将式 (18) 代入式 (15), 能得到用基函数表示的最优控制策略. 考虑到惯量矩阵未知、权重参数最优值不易直接获得, 后续将进行惯量矩阵的辨识和权重参数的估计. 定义惯量参数的辨识结果为 $\hat{\mathbf{J}}_k$, 估计误差为 $\tilde{\mathbf{J}}_k = \mathbf{J}_k - \hat{\mathbf{J}}_k$, 定义权重的估计值为 $\hat{\mathbf{W}}_k$, 估计误差为 $\tilde{\mathbf{W}}_k = \mathbf{W}_k - \hat{\mathbf{W}}_k$. 根据最优控制策略 (15), 结合惯量矩阵和权重的估计值, 得到系统的近似最优控制律为:

$$\tau_{c,k} = \tau_{\max} \tanh \left(\operatorname{arctanh} \frac{\hat{\tau}_{d,k}}{\tau_{\max}} - \frac{\hat{\mathbf{G}}_k \nabla \sigma_k^T \hat{\mathbf{W}}_k}{Q_\tau \tau_{\max}} \right) \quad (19)$$

其中, $\hat{\tau}_{d,k}$ 和 $\hat{\mathbf{G}}_k$ 是在使用 $\hat{\mathbf{J}}_k$ 时 $\tau_{d,k}$ 和 \mathbf{G}_k 的估计值.

从式 (19) 可以看出, 在双曲正切函数的作用下, 指令力矩能够被限制在饱和值以内.

本文分布式姿态接管控制系统如图 3 所示.

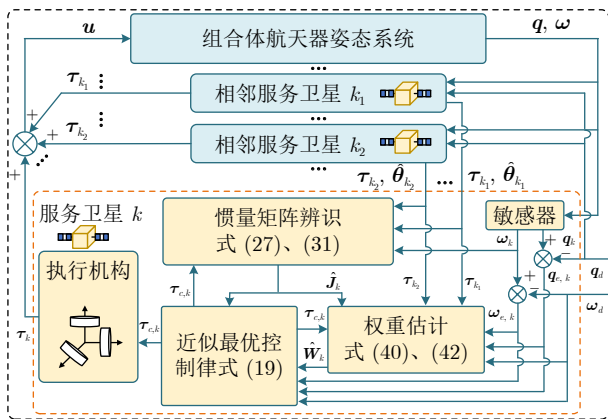


图 3 分布式姿态接管控制系统框图

Fig.3 The diagram of the distributed attitude takeover control system

每颗服务卫星使用姿态角速度、邻星的惯量矩阵估计值、力矩等信息辨识惯量矩阵; 使用误差姿态四元数、姿态角速度、邻星力矩、期望姿态等信息估计基函数权重; 最后使用惯量矩阵和权重的估计值、误差姿态四元数、误差姿态角速度、期望姿态等信息得到当前服务卫星的姿态控制力矩.

3 姿态控制相关参数估计

本节通过推导用于参数估计相关的线性回归矩阵, 设计相应的参数更新律, 实现对惯量矩阵的辨

识和权重参数的估计.

3.1 组合体惯量矩阵辨识

虽然服务卫星能受控并捕获目标航天器, 但是它们在目标表面的附着位置、姿态都存在误差, 组合体的质量特性未知, 需要辨识. 为便于构建关于惯量矩阵各元素的线性回归模型并对其辨识, 定义惯量参数:

$$\boldsymbol{\theta}_k = [J_{xx,k} \quad J_{yy,k} \quad J_{zz,k} \quad J_{xy,k} \quad J_{xz,k} \quad J_{yz,k}]^T \quad (20)$$

其中, $J_{i,k}$ 是惯量矩阵 \mathbf{J}_k 对应位置的元素, $i = xx, yy, zz, xy, xz, yz$, 根据惯量参数的定义, 也可将 $J_{i,k}$ 表示为 $\theta_{i,k}$. 考虑到目标航天器较大、服务卫星数量有限, 存在合理已知的 $\underline{J}_{i,k}$ 、 $\bar{J}_{i,k}$ 使得 $J_{i,k}$ 满足 $\underline{J}_{i,k} < J_{i,k} < \bar{J}_{i,k}$, 并且在该范围内的任意惯量矩阵估计, 参考式 (20) 的形式, 可用 $\bar{\boldsymbol{\theta}}_k$ 和 $\underline{\boldsymbol{\theta}}_k$ 表示惯量参数各元素的上限值、下限值构成的向量.

根据航天器的动力学模型 (1), 得到与 $\boldsymbol{\theta}_k$ 相关的线性回归方程:

$$(\mathbf{L}(\dot{\boldsymbol{\omega}}_k) + \boldsymbol{\omega}_k^{\times} \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_k)) \boldsymbol{\theta}_k = \mathbf{u}_k \quad (21)$$

其中, $\mathbf{L}: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^{3 \times 6}$ 是一个线性算子, 对于任意矢量 $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, 有 $\mathbf{J}_k \mathbf{v} = \mathbf{L}(\mathbf{v}) \boldsymbol{\theta}_k$.

鉴于线性回归方程 (21) 中的姿态角加速度无法直接测量, 该回归方程不能直接用于惯量参数辨识. 考虑构造如下滤波器:

$$\begin{cases} l_\theta \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{Df,k} + \boldsymbol{\varphi}_{Df,k} = \boldsymbol{\varphi}_{D,k}, & \boldsymbol{\varphi}_{Df,k}(0) = \boldsymbol{\varphi}_{D,k}(0) \\ l_\theta \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{Hf,k} + \boldsymbol{\varphi}_{Hf,k} = \boldsymbol{\varphi}_{H,k}, & \boldsymbol{\varphi}_{Hf,k}(0) = \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ l_\theta \dot{\mathbf{u}}_{f,k} + \mathbf{u}_{f,k} = \mathbf{u}_k, & \mathbf{u}_{f,k}(0) = \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{cases} \quad (22)$$

其中, $l_\theta > 0$; $\boldsymbol{\varphi}_{D,k} = \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_k)$; $\boldsymbol{\varphi}_{H,k} = \boldsymbol{\omega}_k^{\times} \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_k)$.

从 $\boldsymbol{\varphi}_{D,k}$ 相关的表达式上, 进一步可推得:

$$l_\theta \ddot{\boldsymbol{\varphi}}_{Df,k} + \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{Df,k} = \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{D,k}, \quad \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{Df,k}(0) = \mathbf{0}_{3 \times 6} \quad (23)$$

根据微分方程 (22) 和 (23), 能够得到:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{Df,k} = \int_0^t \exp\left(-\frac{t-\xi_t}{l_\theta}\right) \frac{\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{D,k}}{l_\theta} d\xi_t \\ \boldsymbol{\varphi}_{Hf,k} = \int_0^t \exp\left(-\frac{t-\xi_t}{l_\theta}\right) \frac{\boldsymbol{\varphi}_{H,k}}{l_\theta} d\xi_t \\ \mathbf{u}_{f,k} = \int_0^t \exp\left(-\frac{t-\xi_t}{l_\theta}\right) \frac{\mathbf{u}_k}{l_\theta} d\xi_t \end{cases} \quad (24)$$

结合式 (21), 获得与 $\boldsymbol{\theta}_k$ 相关的新的回归方程:

$$(\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{Df,k} + \boldsymbol{\varphi}_{Hf,k}) \boldsymbol{\theta}_k = \mathbf{u}_{f,k} \quad (25)$$

该方程中所有参数的值都是可获得的滤波值.

定义惯量参数的估计值为 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 、估计误差为 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k = \boldsymbol{\theta}_k - \hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ ，由式 (25) 定义关于 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 的回归误差：

$$\boldsymbol{\delta}_{\theta, k} = \mathbf{u}_{f, k} - (\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{Df, k} + \boldsymbol{\varphi}_{Hf, k}) \hat{\boldsymbol{\theta}}_k = \boldsymbol{\varphi}_{f, k} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k \quad (26)$$

其中， $\boldsymbol{\varphi}_{f, k} = \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{Df, k} + \boldsymbol{\varphi}_{Hf, k}$ 。根据并行学习理论和一致性算法构建如下参数自适应律：

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_k = & \frac{K_{\theta 1} \sum_{i=1}^{p_{\theta}} \left(\left(\boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(i)} \right)^{\text{T}} \boldsymbol{\delta}_{\theta, k}^{(i)} \right)}{\gamma_{\theta 1} + \text{tr} \left(\sum_{i=1}^{p_{\theta}} \left(\left(\boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(i)} \right)^{\text{T}} \boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(i)} \right) \right)} + \\ & \frac{K_{\theta 2} \boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{\text{T}} \boldsymbol{\delta}_{\theta, k}}{\gamma_{\theta 2} + \text{tr} \left(\boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{\text{T}} \boldsymbol{\varphi}_{f, k} \right)} + K_{\theta 3} \boldsymbol{\theta}_{c, k} \end{aligned} \quad (27)$$

其中， $K_{\theta 1}$ 、 $K_{\theta 2}$ 、 $K_{\theta 3}$ 、 $\gamma_{\theta 1}$ 、 $\gamma_{\theta 2} > 0$ 是自适应律参数； $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k \in \mathbf{R}^6$ 是一个惯量中间变量的估计值， $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 各元素的下标与 $\boldsymbol{\theta}_k$ 对应位置元素的下标相同， $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k$ 是相应的估计误差，后文会描述 $\boldsymbol{\theta}_k$ 的具体含义； $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹； $\boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(i)}$ 、 $\boldsymbol{\delta}_{\theta, k}^{(i)}$ 是根据并行算法收集的第 i 组数据，最多收集 \bar{p}_{θ} 组，即 $p_{\theta} \leq \bar{p}_{\theta}$ ； $\boldsymbol{\theta}_{c, k}$ 是参数辨识的一致性补偿项：

$$\boldsymbol{\theta}_{c, k} = \sum_{k_1 \in \mathcal{N}_k} \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k_1}^k - \hat{\boldsymbol{\theta}}_k \right) \quad (28)$$

其中， $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k_1}^k = \mathbf{T}(\mathbf{C}_{k_1}^k) \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k_1}$ ， $\mathbf{T}(\mathbf{C}_{k_1}^k) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 是旋转矩阵 $\mathbf{C}_{k_1}^k$ 对应的可逆变换矩阵，能够将 k_1 号卫星辨识的 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k_1}$ 变换到 k 号卫星的坐标系下^[27]。

为保证收集的数据有足够丰富的信息而用于参数辨识，使用文献 [28] 的奇异值最大化方法收集数据，同时要求新收集的数据满足：

$$\underline{\kappa}_{\theta} \leq \frac{\left\| \boldsymbol{\varphi}_{f, k} - \boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(p_{\theta})} \right\|}{\left\| \boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(p_{\theta})} \right\|} \leq \bar{\kappa}_{\theta} \quad (29)$$

其中， $\bar{\kappa}_{\theta} > \underline{\kappa}_{\theta} > 0$ 。

假设 4. 能够收集足够的的数据，存在 $\varphi_k > 0$ 使得 $\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Phi}_k) > \varphi_k$ ，其中， $\lambda_{\min}(\cdot)$ 表示矩阵最小特征值， $\boldsymbol{\Phi}_k \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 为：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Phi}_k = & \frac{K_{\theta 1} \boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{\text{T}} \boldsymbol{\varphi}_{f, k}}{\lambda_{\theta 1} + \text{tr} \left(\boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{\text{T}} \boldsymbol{\varphi}_{f, k} \right)} + \\ & \frac{K_{\theta 2} \sum_{i=1}^{p_{\theta}} \left(\left(\boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(i)} \right)^{\text{T}} \boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(i)} \right)}{\lambda_{\theta 2} + \text{tr} \left(\sum_{i=1}^{p_{\theta}} \left(\left(\boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(i)} \right)^{\text{T}} \boldsymbol{\varphi}_{f, k}^{(i)} \right) \right)} \end{aligned} \quad (30)$$

其中， $\lambda_{\theta 1}$ 、 $\lambda_{\theta 2} > 0$ 。

考虑惯量参数的范围限制，设计参数范围约束映射，得到惯量参数各元素的估计值：

$$\hat{\theta}_{i, k} = \frac{1}{2} (\bar{J}_{i, k} - \underline{J}_{i, k}) \tanh \hat{\vartheta}_{i, k} + \frac{1}{2} (\bar{J}_{i, k} + \underline{J}_{i, k}) \quad (31)$$

其中， $\hat{\vartheta}_{i, k}$ 是 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 的元素， $i = xx, yy, zz, xy, xz, yz$ 。

根据该范围约束映射，惯量参数真实值 $\boldsymbol{\theta}_k$ 对应惯量中间变量的真实值 $\boldsymbol{\vartheta}_k$ ，定义惯量中间变量的估计误差为 $\tilde{\boldsymbol{\vartheta}}_k = \boldsymbol{\vartheta}_k - \hat{\boldsymbol{\vartheta}}_k$ 。

在这个方法中，通过收集姿态运动过程中的数据，能够获得更加丰富的用于惯量参数辨识的激励信息，结合当前姿态数据，可以完成对惯量参数的实时估计，此外，使用邻居卫星对惯量参数估计的结果对本星的结果进行补偿，可避免这些服务卫星获得的惯量参数估计值之间存在较大偏差，从而实现惯量参数的一致性辨识。

3.2 基函数权重估计

将最优值函数对状态 \mathbf{x}_k 的偏导数 (18) 代入 HJB 方程 (16)，得到关于权重参数的线性回归方程：

$$\mathbf{W}_k^{\text{T}} \nabla \sigma_k \dot{\mathbf{x}}_k + \nabla \varepsilon_k \dot{\mathbf{x}}_k + r_k^* = 0 \quad (32)$$

如果方程式 (32) 使用权重估计值 $\hat{\mathbf{W}}_k$ ，方程会存在误差，该误差被称作贝尔曼误差。

注 2. 文献 [29] 指出，直接最小化贝尔曼误差不一定能保证权重参数收敛到理想权值。文献 [30] 表示，基函数准确性和权重估计方法也会影响逼近效果。为使得权重估计值能够尽可能收敛至最优值，需要选择合适的权值初始值和参数更新策略。

在回归方程 (32) 中， r_k^* 无法准确得到，如果直接用 $\tau_{c, k}$ 代替其中的 τ_k^* ，会存在较大的模型误差。考虑使用 r_k^* 在 $\hat{\mathbf{W}}_k$ 和 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 处的一阶泰勒展开式，利用可获知的参数对模型进行改进，以减小模型误差对权重估计的影响。

$r_{3, k}^*$ 在 $\hat{\mathbf{W}}_k$ 和 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 附近的一阶泰勒展开为：

$$r_{3, k}^* = r_{3, k} + \frac{\partial r_{3, k}}{\partial \hat{\mathbf{W}}_k} \tilde{\mathbf{W}}_k + \frac{\partial r_{3, k}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_k} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + o_{3, k} \quad (33)$$

其中， $\frac{\partial r_{3, k}}{\partial \hat{\mathbf{W}}_k}$ 是 $r_{3, k}$ 对权重参数的一阶偏导在估计值 $\hat{\mathbf{W}}_k$ 处的取值； $\frac{\partial r_{3, k}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_k}$ 是 $r_{3, k}$ 对惯量参数的一阶偏导在估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 处的取值； $o_{3, k}$ 是高级近似误差。

同理， $r_{4, k}^*$ 在 $\hat{\mathbf{W}}_k$ 和 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 附近的一阶泰勒展开为：

$$r_{4, k}^* = r_{4, k} + \frac{\partial r_{4, k}}{\partial \hat{\mathbf{W}}_k} \tilde{\mathbf{W}}_k + \frac{\partial r_{4, k}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}_k} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + o_{4, k} \quad (34)$$

根据式 (29)、(30) 和 (31)，存在：

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}_{D, k} \mathbf{W}_k + \boldsymbol{\psi}_{H, k} \mathbf{W}_k = y_k + \varepsilon_{r, k} \quad (35)$$

其中， $\boldsymbol{\psi}_{D, k} = \boldsymbol{\sigma}_k$ ； $\boldsymbol{\psi}_{H, k} = \frac{\partial (r_{3, k} + r_{4, k})}{\partial \hat{\mathbf{W}}_k}$ ； $y_k = -r_k - \boldsymbol{\psi}_{H, k} \hat{\mathbf{W}}_k$ ； $\varepsilon_{r, k}$ 是与 $o_{3, k}$ 、 $o_{4, k}$ 、 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k$ 、 $\nabla \varepsilon_k$ 相关的误

差量.

式 (35) 中的 $\dot{\psi}_{D,k}$ 包含不可直接测量的 $\dot{\omega}_{e,k}$, 与惯量参数辨识方案类似, 考虑构造如下滤波器:

$$\begin{cases} l_w \dot{\psi}_{Df,k} = -\psi_{Df,k} + \psi_{D,k}, & \psi_{Df,k}(0) = \psi_{D,k}(0) \\ l_w \dot{\psi}_{Hf,k} = -\psi_{Hf,k} + \psi_{H,k}, & \psi_{Hf,k}(0) = \mathbf{0}_{1 \times m} \\ l_w \dot{y}_{f,k} = -y_{f,k} + y_k, & y_{f,k}(0) = 0 \end{cases} \quad (36)$$

其中, $l_w > 0$. 根据该滤波器, 进一步可推得:

$$l_w \ddot{\psi}_{Df,k} = -\dot{\psi}_{Df,k} + \dot{\psi}_{D,k}, \quad \dot{\psi}_{Df,k}(0) = \mathbf{0}_{3 \times 6} \quad (37)$$

根据微分方程 (33) 和 (34), 结合式 (29), 构建与 \mathbf{W}_k 相关的新的回归方程:

$$\left(\dot{\psi}_{Df,k} + \psi_{Hf,k} \right) \mathbf{W}_k = y_{f,k} + \varepsilon_{rf,k} \quad (38)$$

其中, $\varepsilon_{rf,k}$ 是由 $\varepsilon_{r,k}$ 产生的模型误差.

根据 (38) 定义关于 $\hat{\mathbf{W}}_k$ 的回归误差为:

$$\delta_{w,k} = y_{f,k} - \psi_{f,k} \hat{\mathbf{W}}_k = \psi_{f,k} \tilde{\mathbf{W}}_k - \varepsilon_{rf,k} \quad (39)$$

其中, $\psi_{f,k} = \dot{\psi}_{Df,k} + \psi_{Hf,k}$.

使用文献 [26] 中的方法, 在当前状态的邻域内生成的离线策略轨迹, 能够获得一簇的离线回归误差. 根据离线轨迹和实际状态设计自适应律:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{w}}}_k &= \frac{K_{w1} \sum_{i=1}^{p_w} \left(\left(\psi_{f,k}^{(i)} \right)^T \delta_{w,k} \right)}{\gamma_{w1} + \text{tr} \left(\sum_{i=1}^{p_w} \left(\left(\psi_{f,k}^{(i)} \right)^T \psi_{f,k}^{(i)} \right) \right)} + \\ &\quad \frac{K_{w2} \psi_{f,k}^T \delta_{w,k}}{\gamma_{w2} + \text{tr} \left(\psi_{f,k}^T \psi_{f,k} \right)} \end{aligned} \quad (40)$$

其中, K_{w1} 、 K_{w2} 、 γ_{w1} 、 $\gamma_{w2} > 0$ 是自适应律的参数; $\mathbf{w}_k = [w_{1,k}, w_{2,k}, \dots, w_{m,k}]^T$ 是用于估计权重的中间变量, $\hat{\mathbf{w}}_k$ 为其估计值; $\psi_{f,k}^{(i)}$ 、 $\delta_{w,k}^{(i)}$ 是离线策略轨迹的数据, 共生成 $p_w \leq \bar{p}_w$ 组离线数据.

假设 5. 生成足够丰富的离线数据, 存在 $\psi_k > 0$ 使得 $\lambda_{\min}(\Psi_k) > \psi_k$, 其中,

$$\begin{aligned} \Psi_k &= \frac{K_{w1} \psi_{f,k}^T \psi_{f,k}}{\gamma_{w1} + \text{tr} \left(\psi_{f,k}^T \psi_{f,k} \right)} + \\ &\quad \frac{K_{w2} \sum_{i=1}^{p_w} \left(\left(\psi_{f,k}^{(i)} \right)^T \psi_{f,k}^{(i)} \right)}{\gamma_{w2} + \text{tr} \left(\sum_{i=1}^{p_w} \left(\left(\psi_{f,k}^{(i)} \right)^T \psi_{f,k}^{(i)} \right) \right)} \end{aligned} \quad (41)$$

考虑权重参数有界, 设计参数范围约束映射, 得到权重参数的估计值为:

$$\hat{W}_{i,k} = \frac{1}{2} \left(\bar{W}_{i,k} - \underline{W}_{i,k} \right) \tanh \hat{w}_{i,k} + \frac{1}{2} \left(\bar{W}_{i,k} + \underline{W}_{i,k} \right) \quad (42)$$

其中, $\hat{w}_{i,k}$ 是 $\hat{\mathbf{w}}_k$ 的第 i 个元素, $i = 1, 2, \dots, m$; $\bar{W}_{i,k}$ 和 $\underline{W}_{i,k}$ 分别是相应权重的最大值和最小值. 权重真实值 \mathbf{w}_k 对应中间变量的真实值 \mathbf{w}_k , 定义权重中间变量的估计误差为 $\tilde{\mathbf{w}}_k = \mathbf{w}_k - \hat{\mathbf{w}}_k$.

4 系统稳定性分析

定理 1. 考虑式 (4) 和 (5) 表示的航天器误差姿态系统, 使用自适应控制律 (19)、(27)、(31)、(40) 和 (42) 进行姿态跟踪控制, 当假设 1 ~ 假设 5 成立时, 能够实现误差姿态角速度 $\omega_{e,k}$ 、误差姿态四元数 $\mathbf{q}_{e,k}$ 、惯量参数辨识误差 $\tilde{\theta}_k$ 和权重估计误差 $\tilde{\mathbf{W}}_k$ 一致最终有界.

证明. 借鉴文献 [13, 30] 中使用值函数构建李雅普诺夫函数的方式, 构建候选李雅普诺夫函数:

$$V_L = \sum_{k=1}^N (V_{r,k} + V_{\theta,k} + V_{W,k}) \quad (43)$$

其中, $V_{r,k} = \int_t^\infty (r_{1,k} + r_{2,k} + r_{5,k}) d\xi_t$; $V_{\theta,k}$ 与惯量参数相关, $V_{\theta,k} = \sum_i V_{\theta i,k}$, 其中 $i = xx, yy, zz, xy, xz, yz$.

$$\begin{aligned} V_{\theta i,k} &= \left(\theta_{i,k} - \frac{\bar{J}_{i,k} + \underline{J}_{i,k}}{2} \right) \tilde{\vartheta}_{i,k} + \\ &\quad \frac{\bar{J}_{i,k} - \underline{J}_{i,k}}{2} \ln \left(\cosh \left(\vartheta_{i,k} - \tilde{\vartheta}_{i,k} \right) \right) - \\ &\quad \frac{\bar{J}_{i,k} - \underline{J}_{i,k}}{2} \ln \left(\cosh \vartheta_{i,k} \right) \end{aligned} \quad (44)$$

$V_{W,k}$ 与权重参数相关, $V_{W,k} = \sum_i V_{W i,k}$, 其中, $i = 1, 2, \dots, m$.

$$\begin{aligned} V_{W i,k} &= \left(W_{i,k} - \frac{\bar{W}_{i,k} + \underline{W}_{i,k}}{2} \right) \tilde{w}_{i,k} + \\ &\quad \frac{\bar{W}_{i,k} - \underline{W}_{i,k}}{2} \ln \left(\cosh \left(w_{i,k} - \tilde{w}_{i,k} \right) \right) - \\ &\quad \frac{\bar{W}_{i,k} - \underline{W}_{i,k}}{2} \ln \left(\cosh w_{i,k} \right) \end{aligned} \quad (45)$$

下面分别推导 $\dot{V}_{r,k}$ 、 $\dot{V}_{\theta,k}$ 和 $\dot{V}_{W,k}$, 其中包含 $V_{\theta,k}$ 和 $V_{W,k}$ 作为候选李雅普诺夫函数的合理性分析.

对于函数 $V_{r,k}$, 根据值函数 (8) 的表达形式, 通过增减 $r_{3,k}$ 和 $r_{4,k}$, 函数 $V_{r,k}$ 对时间的导数为:

$$\dot{V}_{r,k} = \nabla V_k^* \dot{\mathbf{x}}_k + r_{3,k} + r_{4,k} \quad (46)$$

根据误差姿态动力学方程 (4) 与 HJB 方程 (16), 可以进一步得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{r,k} = & -r_k^* + \frac{\partial V_k^*}{\partial \omega_{e,k}} \mathbf{J}_k^{-1} (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_k^*) + r_{3,k} + r_{4,k} = \\ & \frac{\partial V_k^*}{\partial \omega_{e,k}} \mathbf{J}_k^{-1} (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_k^*) - (r_{1,k} + r_{2,k} + r_{5,k}) + \\ & \sum_{i=x,y,z} \int_{\tau_{i,k}^*}^{\tau_{i,k}} Q_\tau \tau_{\max} \operatorname{arctanh} \left(\frac{\xi_\tau}{\tau_{\max}} \right) d\xi_\tau + \\ & \sum_{i=x,y,z} \int_{\tau_{i,k}^*}^{\tau_{i,k}} Q_\tau \tau_{\max} \operatorname{arctanh} \left(\frac{\tau_{di,k}}{\tau_{\max}} \right) d\xi_\tau \end{aligned} \quad (47)$$

对于基函数表示的最优控制策略 τ_k^* , 可写作:

$$\begin{aligned} \tau_k^* = & \tau_{\max} \tanh \left(\operatorname{arctanh} \frac{\tau_{d,k}}{\tau_{\max}} - \frac{\mathbf{G}_k \nabla \sigma_k^T \mathbf{W}_k}{Q_\tau \tau_{\max}} \right) - \varepsilon_{\tau,k} \end{aligned} \quad (48)$$

其中, $\varepsilon_{\tau,k} = \mathbf{G}_k (\mathbf{I}_{12} - \operatorname{diag}\{\tanh^2(\eta_k)\}) \nabla \varepsilon_k / Q_\tau$, $\eta_k \in \mathbf{R}^6$ 是位于 $\nabla \sigma_k^T \mathbf{W}_k / (Q_\tau \tau_{\max})$ 和 $1 / (Q_\tau \tau_{\max}) \times (\nabla V_k^*)^T$ 之间的一个向量.

将近似最优控制律 τ_k 在权重真值和惯量参数真值处进行一阶泰勒展开可以得到:

$$\begin{aligned} \tau_k = & \tau_{\max} \tanh \left(\operatorname{arctanh} \frac{\tau_{d,k}}{\tau_{\max}} - \frac{\mathbf{G}_k \nabla \sigma_k^T \mathbf{W}_k}{Q_\tau \tau_{\max}} \right) - \\ & \tau_{\max} \nabla_{W,k} \tilde{\mathbf{W}}_k - \tau_{\max} \nabla_{\theta,k} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + \mathbf{o}_{\tau,k} \end{aligned} \quad (49)$$

其中, $\nabla_{W,k} \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ 是 τ_k 在 \mathbf{W}_k 处的一阶偏导数; $\nabla_{\theta,k} \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ 是 τ_k 在 $\boldsymbol{\theta}_k$ 处的一阶偏导数; $\mathbf{o}_{\tau,k} \in \mathbf{R}^3$ 是高级误差.

根据式 (48) 和 (49) 的结果, 可以得到:

$$\tau_k - \tau_k^* = -\tau_{\max} \nabla_{W,k} \tilde{\mathbf{W}}_k - \tau_{\max} \nabla_{\theta,k} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + \mathbf{o}_{\tau,k} + \varepsilon_{\tau,k} \quad (50)$$

结合 (47) 可以得到:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \dot{V}_{r,k} = & -\sum_{k=1}^N (r_{1,k} + r_{2,k} + r_{5,k}) - \\ & \tau_{\max} \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial V_k^*}{\partial \omega_{e,k}} \mathbf{J}_k^{-1} \sum_{k_1=1}^N \mathbf{C}_{k_1}^k \nabla_{W,k_1} \tilde{\mathbf{W}}_{k_1} \right) - \\ & \tau_{\max} \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial V_k^*}{\partial \omega_{e,k}} \mathbf{J}_k^{-1} \sum_{k_1=1}^N \mathbf{C}_{k_1}^k \nabla_{\theta,k_1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{k_1} \right) + \\ & \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial V_k^*}{\partial \omega_{e,k}} \mathbf{J}_k^{-1} \sum_{k_1=1}^N \mathbf{C}_{k_1}^k (\mathbf{o}_{\tau,k_1} + \varepsilon_{\tau,k_1}) \right) - \\ & Q_\tau \tau_{\max}^2 \sum_{k=1}^N \left(\operatorname{arctanh} \left(\frac{\tau_{\xi,k}^T}{\tau_{\max}} \right) \nabla_{\theta,k} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & Q_\tau \tau_{\max} \sum_{k=1}^N \left(\operatorname{arctanh} \left(\frac{\tau_{\xi,k}^T}{\tau_{\max}} \right) \mathbf{o}_{\tau,k} \right) + \\ & Q_\tau \tau_{\max} \sum_{k=1}^N \left(\operatorname{arctanh} \left(\frac{\tau_{\xi,k}^T}{\tau_{\max}} \right) \varepsilon_{\tau,k} \right) - \\ & Q_\tau \tau_{\max}^2 \sum_{k=1}^N \left(\operatorname{arctanh} \left(\frac{\tau_{d,k}^T}{\tau_{\max}} \right) \nabla_{W,k} \tilde{\mathbf{W}}_k \right) - \\ & Q_\tau \tau_{\max}^2 \sum_{k=1}^N \left(\operatorname{arctanh} \left(\frac{\tau_{d,k}^T}{\tau_{\max}} \right) \nabla_{\theta,k} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k \right) + \\ & Q_\tau \tau_{\max} \sum_{k=1}^N \left(\operatorname{arctanh} \left(\frac{\tau_{d,k}^T}{\tau_{\max}} \right) \mathbf{o}_{\tau,k} \right) + \\ & Q_\tau \tau_{\max} \sum_{k=1}^N \left(\operatorname{arctanh} \left(\frac{\tau_{d,k}^T}{\tau_{\max}} \right) \varepsilon_{\tau,k} \right) \end{aligned} \quad (51)$$

其中, $\tau_{\xi,k}$ 是根据积分中值定理存在的介于 τ_k^* 和 τ_k 之间的量. 通过合并同类项, 可得:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \dot{V}_{r,k} = & -\sum_{k=1}^N (r_{1,k} + r_{2,k} + r_{5,k}) + \\ & \sum_{k=1}^N \mathbf{B}_{W_{r,k}} \tilde{\mathbf{W}}_k + \sum_{k=1}^N \mathbf{B}_{\theta_{r,k}} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + \sum_{k=1}^N C_k \end{aligned} \quad (52)$$

其中, $\mathbf{B}_{W_{r,k}} \in \mathbf{R}^{1 \times m}$ 和 $\mathbf{B}_{\theta_{r,k}} \in \mathbf{R}^{1 \times 6}$ 分别是 $\tilde{\mathbf{W}}_k$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k$ 对应的系数; $C_k \in \mathbf{R}$ 是有界误差 $\mathbf{o}_{\tau,k}$ 、 $\varepsilon_{\tau,k}$ 相关项合并后的误差项.

对于正则函数 (44), 当 $|\tilde{\vartheta}_{i,k}| \rightarrow \infty$ 时, $V_{\theta_{i,k}} \rightarrow \infty$, $V_{\theta_{i,k}}$ 对 $\tilde{\vartheta}_{i,k}$ 的偏导数为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{\theta_{i,k}}}{\partial \tilde{\vartheta}_{i,k}} = & \theta_{i,k} - \frac{\bar{J}_{i,k} + \underline{J}_{i,k}}{2} - \\ & \frac{\bar{J}_{i,k} - \underline{J}_{i,k}}{2} \tanh \hat{\vartheta}_{i,k} = \tilde{\theta}_{i,k} \end{aligned} \quad (53)$$

那么, 当 $\tilde{\theta}_{i,k} > 0$ 即 $\tilde{\vartheta}_{i,k} > 0$ 时, 有 $\frac{\partial V_{\theta_{i,k}}}{\partial \tilde{\vartheta}_{i,k}} > 0$, 反之亦然, 所以 $V_{\theta,k}$ 可以作为 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k$ 对应的候选李雅普诺夫函数. 同理, $V_{W,k}$ 可以作为 $\tilde{\mathbf{w}}_k$ 对应的候选李雅普诺夫函数.

$V_{\theta,k}$ 对时间的导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\theta,k} = & \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_k = \\ & -\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \boldsymbol{\Phi}_k \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T K_{\theta 3} \sum_{k_1 \in \mathcal{N}_k} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k_1}^k - \hat{\boldsymbol{\theta}}_k) = \\ & -\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \boldsymbol{\Phi}_k \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T K_{\theta 3} \sum_{k_1 \in \mathcal{N}_k} (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{k_1}^k) \end{aligned} \quad (54)$$

结合图的拉普拉斯矩阵 \mathbf{L}_p , 进一步可以得到:

$$\sum_{k=1}^N \dot{V}_{\theta, k} = - \sum_{k=1}^N \tilde{\theta}_k^T \Phi_k \tilde{\theta}_k - K_{\theta 3} \tilde{\Theta}^T L_{\theta} \tilde{\Theta} \quad (55)$$

其中, $\tilde{\Theta}^T = [(\tilde{\theta}_1^B)^T, (\tilde{\theta}_2^B)^T, \dots, (\tilde{\theta}_N^B)^T]$ 是惯量辨识误差在 \mathcal{F}_B 系下整合后的向量; $L_{\theta} = L_p \otimes I_{6 \times 6}$ 是非负定矩阵; \otimes 是 Kronecker 乘子.

$V_{W, k}$ 对时间的偏导数为:

$$\dot{V}_{W, k} = \tilde{W}_k^T \dot{\tilde{w}}_k = -\tilde{W}_k^T \Psi_k \tilde{W}_k + \tilde{W}_k^T \varepsilon_{w, k} \quad (56)$$

其中,

$$\varepsilon_{w, k} = K_{w1} \psi_{f, k}^T \varepsilon_{rf, k} + K_{w2} \sum_{i=1}^{p_w} \left((\psi_{f, k}^{(i)})^T \varepsilon_{rf, k}^{(i)} \right)$$

进一步可以得到:

$$\sum_{k=1}^N \dot{V}_{W, k} = - \sum_{k=1}^N \tilde{W}_k^T \Psi_k \tilde{W}_k + \sum_{k=1}^N \tilde{W}_k^T \varepsilon_{w, k} \quad (57)$$

结合式 (52)、(55) 和 (57), 可得 V_L 对时间的导数:

$$\begin{aligned} \dot{V}_L \leq & - \sum_{k=1}^N (r_{1, k} + r_{2, k} + r_{5, k}) - \\ & \sum_{k=1}^N A_k \|\tilde{\zeta}_k\|^2 + \sum_{k=1}^N B_k \|\tilde{\zeta}_k\| + \sum_{k=1}^N C_k \end{aligned} \quad (58)$$

其中, $\tilde{\zeta}_k^T = [\tilde{\theta}_k^T \tilde{W}_k^T]$ 是整合的参数误差; $A_k = \min(\varphi_k, \psi_k)$; $B_k = \|[B_{\theta r, k} \ B_{W r, k} + \varepsilon_{w, k}^T]\|$.

根据式 (58), 在参数辨识误差

$$\|\tilde{\zeta}_k\| > \frac{B_k + \sqrt{B_k^2 + 4A_k C_k}}{2A_k} \quad (59)$$

时, 有 $\dot{V}_L < 0$. 因此, 能够实现误差姿态角速度 $\omega_{e, k}$ 、误差姿态四元数 $q_{e, k}$ 、惯量参数辨识误差 $\tilde{\theta}_k$ 和权重估计误差 \tilde{W}_k 一致最终有界. \square

5 姿态接管控制数值仿真

本节针对姿态跟踪接管控制任务, 进行数值仿真并分析, 验证由式 (19)、(27)、(31)、(40) 和 (42) 构成的近似最优控制律的有效性.

5.1 仿真参数设置

有 20 颗服务卫星捕获目标航天器, 在 \mathcal{F}_B 系下, 组合体航天器的实际惯量矩阵的值为:

$$J = \begin{bmatrix} 2 & 500 & -50 & 180 \\ -50 & 2 & 300 & -160 \\ 180 & -160 & 2 & 200 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

仿真中考虑服务卫星姿态测量系统的测量噪声

和组合体受到的干扰力矩. 姿态角和角速度测量噪声为高斯白噪声, 对应的标准差分别为 $1 \times 10^{-3^\circ}$ 和 $5 \times 10^{-4^\circ}/\text{s}$. 组合体受到的干扰力矩为:

$$d = \begin{bmatrix} 0.94 + 1.21 \sin(\omega_o t) + 1.12 \cos(\omega_o t) \\ -1.03 + 1.06 \sin(\omega_o t) + 1.31 \cos(\omega_o t) \\ 0.94 + 1.10 \sin(\omega_o t) + 1.07 \cos(\omega_o t) \end{bmatrix} \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$$

其中, $\omega_o = 0.12 \text{ rad/s}$.

服务卫星本体系相对于组合体本体系的姿态变换矩阵可以用三个相对姿态角定义相对姿态角向量 $\alpha_B^k = [\alpha_{x, k} \ \alpha_{y, k} \ \alpha_{z, k}]^T$, 相对姿态角向量的真值如表 1 所示.

选择 6 组基函数近似最优值函数:

$$\sigma_1 = \beta \text{sgn}(q_{e0, k}) \omega_{ex, k} q_{ev1, k}$$

$$\sigma_2 = \beta \text{sgn}(q_{e0, k}) \omega_{ey, k} q_{ev2, k}$$

$$\sigma_3 = \beta \text{sgn}(q_{e0, k}) \omega_{ez, k} q_{ev3, k}$$

$$\sigma_4 = \frac{1}{2} \omega_{ex, k}^2$$

$$\sigma_5 = \frac{1}{2} \omega_{ey, k}^2$$

$$\sigma_6 = \frac{1}{2} \omega_{ez, k}^2$$

其中, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数; $\beta > 0$, 仿真中该参数取值为 $\beta = 0.1$. 根据基函数形式, 获得的近似最优控制律的形式相当于 PD (Proportional derivative) 控制律, 通过设置其权重参数范围约束, 能够保证获得容许的控制策略.

姿态控制仿真的其他参数设置如表 2 所示.

服务卫星之间的通信过程如图 4 所示, 直线连接的两颗星为相邻服务卫星, 相邻的服务卫星能够

表 1 服务卫星相对姿态角的真值
Table 1 True values of relative attitude angles of service satellites

k	相对姿态角 α_B^k ($^\circ$)	k	相对姿态角 α_B^k ($^\circ$)
1	[0, 0, 0]	11	[53, 10, 11]
2	[-20, 35, 160]	12	[63, 15, 80]
3	[75, 16, 93]	13	[-83, -77, 168]
4	[-108, 61, -5]	14	[-84, -48, 16]
5	[-173, 8, 15]	15	[37, -3, -101]
6	[117, 83, 163]	16	[137, 83, -173]
7	[23, 46, 12]	17	[118, 3, -157]
8	[60, 73, 166]	18	[-86, 78, -169]
9	[133, -16, 84]	19	[43, 78, 11]
10	[162, 54, 13]	20	[77, 12, 180]

表 2 姿态控制仿真参数

Table 2 Parameters of attitude control simulation

参数	数值
姿态初值	$\mathbf{q}(0) = [0.953 \ 3 \ -0.202 \ 3 \ 0.188 \ 1 \ -0.122 \ 5]^T$
角速度初值	$\boldsymbol{\omega}(0) = [0.1 \ -1.5 \ -0.14]^T / \text{s}$
期望姿态初值	$\mathbf{q}_d(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
期望姿态角速度	$\boldsymbol{\omega}_d(t) = \begin{bmatrix} 0.40 \sin(0.048t) \\ 0.35 \cos(0.048t) \\ 0.30 \sin(0.048t) \end{bmatrix} / \text{s}$
执行机构最大力矩	$\tau_{\max} = 0.1 \text{ N} \cdot \text{m}$
值函数因子	$Q_\omega = 100, Q_q = 100, Q_\tau = 1$
惯量辨识初值	$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k(0) = [4 \ 059 \times \mathbf{1}_{1 \times 3} \ \mathbf{0}_{1 \times 3}]^T$
惯量参数上限	$\bar{\boldsymbol{\theta}}_k = [5 \ 000 \ 5 \ 000 \ 5 \ 000 \ 400 \ 400 \ 400]^T$
惯量参数下限	$\underline{\boldsymbol{\theta}}_k = [1 \ 500 \ 1 \ 500 \ 1 \ 500 \ -400 \ -400 \ -400]^T$
式 (27)、(29) 的参数	$\bar{p}_\theta = 30, \bar{r}_\theta = 10, \bar{\kappa}_\theta = 0.4, K_{\theta 1} = 20, K_{\theta 2} = 1, K_{\theta 3} = 0.004, \gamma_{\theta 1} = 0.1, \gamma_{\theta 2} = 0.1$
权重估计初值	$\hat{\mathbf{W}}_k(0) = 5 \times 10^4 \times \mathbf{1}_{6 \times 1}$
权重参数上限	$\bar{\mathbf{W}}_k = [6 \times \mathbf{1}_{1 \times 3} \ 8 \times \mathbf{1}_{1 \times 3}]^T \times 10^4$
权重参数下限	$\underline{\mathbf{W}}_k = [1 \times \mathbf{1}_{1 \times 3} \ 2 \times \mathbf{1}_{1 \times 3}]^T \times 10^4$
式 (40) 的参数	$\bar{p}_w = 20, K_{w1} = 50, K_{w2} = 200, \gamma_{w1} = 1, \gamma_{w2} = 1$

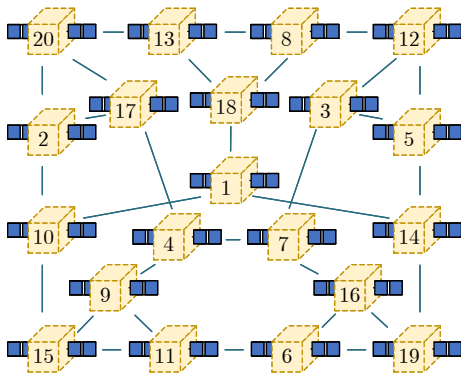


图 4 服务卫星之间的通信链路

Fig. 4 The communication links among the service satellites

互相传输各自指令力矩、惯量参数辨识结果等信息,完成信息交互。

5.2 仿真结果与分析

组合体航天器在连续姿态跟踪过程中的姿态角变化曲线和姿态角误差如图 5 所示,姿态角速度变化曲线和角速度误差如图 6 所示,受到的总力矩变化曲线如图 7 所示。此外,以 7 号星为例,图 7 中也给出服务卫星提供的力矩的曲线。

从图 5 ~ 图 7 中可以看出,在姿态跟踪控制的大约前 20 s,组合体进行姿态机动所需的力矩较大,受限于服务卫星的能力,力矩曲线出现饱和现象,姿态角速度逐渐增大,姿态角误差呈现减小趋势;在 20 s ~ 70 s,所需力矩逐渐趋于期望姿态力矩,

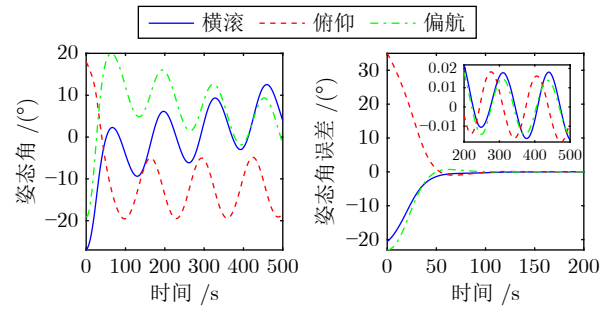


图 5 姿态角及其误差曲线

Fig. 5 Curves of attitude angles and their errors

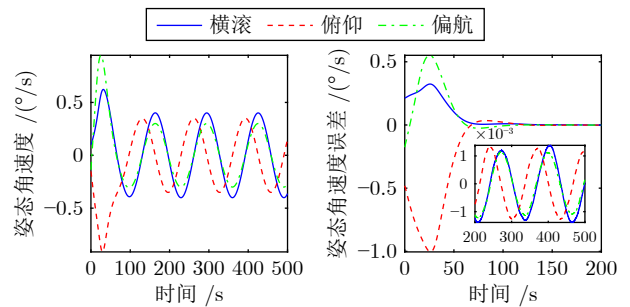


图 6 姿态角速度及其误差曲线

Fig. 6 Curves of attitude angular velocity and their errors

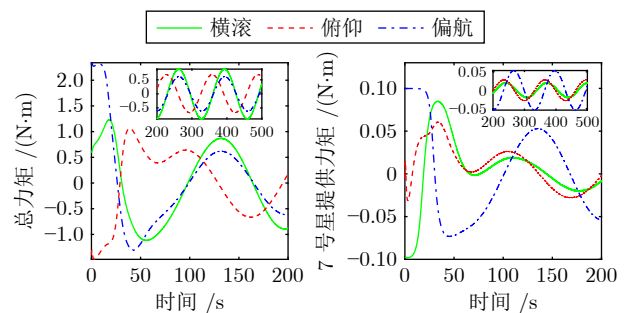


图 7 总力矩及 7 号服务卫星提供的分力矩曲线

Fig. 7 Curves of total torques and divided torques provided by service satellite 7

姿态角速度和姿态角逐渐跟上期望轨迹,姿态角速度误差和姿态角误差逐渐收敛;70 s 之后,服务卫星提供的力矩能够满足期望姿态跟踪需要,姿态角和姿态角速度误差变化稳定,最大误差分别约为 0.020° 和 $0.0014^\circ / \text{s}$,满足连续姿态跟踪的需要。

在惯量辨识方面,以 J_{xx} 和 J_{xy} 的辨识结果为例,在图 8 中给出 20 颗服务卫星对惯量矩阵的估计值及其误差变化曲线,左图为含有一致性补偿 ($K_{\theta 3} = 0.004$) 时的辨识结果,右图为无一致性补偿 ($K_{\theta 3} = 0$) 时的辨识结果。

从图 8 中可以看出,所有卫星惯量矩阵的估计

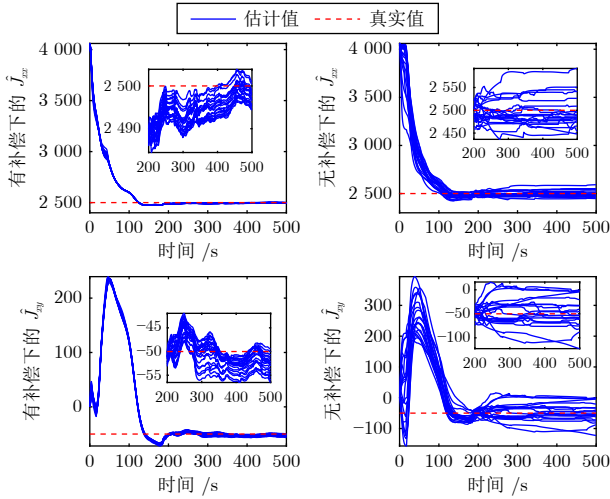


图 8 惯量参数估计值及其误差曲线

Fig.8 Curves of the inertia parameter estimates and their errors

值都收敛到真值附近, 通过取平均值, 得到一致性补偿下惯量矩阵的估计值在 \mathcal{F}_B 系下的表示约为:

$$\hat{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} 2\,496.9 & -53.0 & 180.1 \\ -53.0 & 2\,282.6 & -158.7 \\ 180.1 & -158.7 & 2\,204.9 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

对比估计值和真实值, 惯量参数 J_{yy} 的误差最大, 约为 17.4, 与对应的真值的相对误差约为 0.75%. 惯量参数辨识结果存在的误差主要源于干扰力矩, 也会受到滤波误差和测量噪声的影响.

为便于评估各个服务卫星之间辨识误差一致性结果, 给出以下参数估计的一致性误差公式:

$$\Delta J_i = \sqrt{\sum_{k=1}^N (\hat{J}_{i,k}^B - \hat{J}_{i,1}^B)^2} \quad (60)$$

其中, $i = xx, yy, zz, xy, xz, yz$; $\hat{J}_{i,k}^B$ 是 k 号卫星辨识结果在 \mathcal{F}_B 系下的值. 惯量参数辨识结果的一致性误差曲线如图 9 所示.

在一致性误差补偿的情况下, 每颗服务卫星对惯量参数辨识的结果相近, 一致性误差很小, 稳态时一致性误差值能够稳定在 14 以内; 而在没有一致性误差补偿的情况下, 稳态时一致性误差的最大值约为 250、最小值将近 100, 说明一致性误差项 $\theta_{c,k}$ 的补偿作用明显.

在权重参数估计方面, 由于每颗服务卫星相对于本体坐标系的姿态不同、饱和方向存在差别, 即使在相同的初始条件下, 最优权重也不能保证相同, 因此未设计关于权重的一致性补偿项. 对于权重参数的估计来说, 每颗星单独估计各自的权重参数. 不失一般性, 给出 7 号服务卫星和 11 号服务卫星

的权重的中间变量变化曲线和权重估计曲线, 如图 10 所示, 随着系统的运行, 权重参数估计值也逐渐收敛.

20 颗服务卫星值函数的变化曲线如图 11 所示. 随着姿态、力矩逐渐跟踪上期望轨迹, 每颗卫星的指标函数都逐渐收敛, 但是由于每颗星姿态存在差

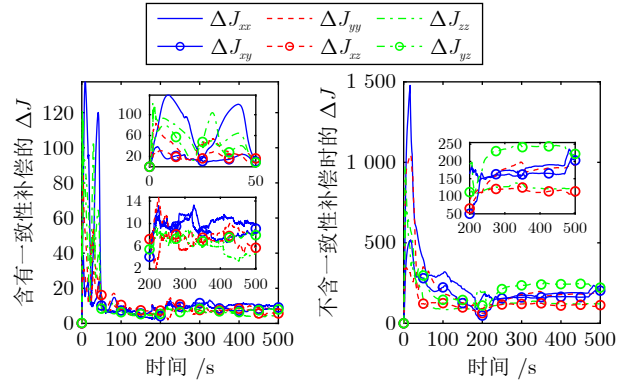


图 9 惯量参数估计值的一致性误差

Fig.9 Consensus errors of inertia parameter estimates

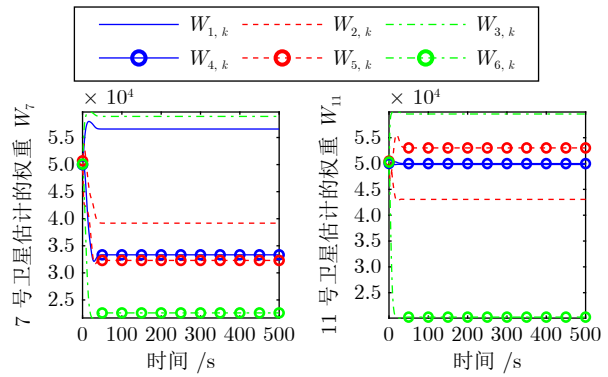


图 10 权重估计值变化曲线

Fig.10 Change curves of the weights estimates

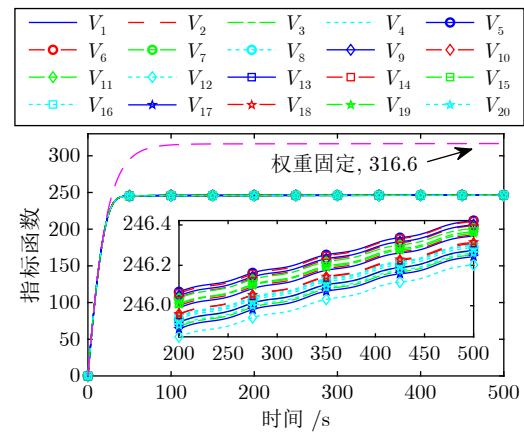


图 11 服务卫星的值函数曲线

Fig.11 Curves of the value function of service satellites

别、力矩饱和方向存在差异,每颗卫星的指标函数存在一定差别.此外,因为存在干扰力矩、测量噪声、值函数局部最优问题等因素,值函数也表现出持续上升的趋势,但是上升幅度较小,最终约为 246.3,如果将权重固定为初值,指标值约为 316.6,更新权重情况下的指标值比固定权重情况下的指标值小了约 70.3,相对减小约 22.2%,说明更新权重能够使得指标值向最优指标接近.

6 结论

本文对多服务卫星接管失效航天器的分布式姿态跟踪控制算法进行研究,主要结论为:

1) 在本文设计的分布式近似最优控制律的作用下,组合体航天器的姿态跟踪误差和姿态角速度跟踪误差的最大值分别约为 0.020° 和 $0.0014^\circ/\text{s}$,使用本文方法能够实现姿态跟踪控制;

2) 含有期望力矩补偿的性能指标也逐渐平缓,避免了连续跟踪状态下不断变化的控制力矩对性能指标的影响;

3) 根据设计惯量矩阵辨识方案,完成了惯量参数辨识,最大误差值约为 17.4,与其真值的相对误差约为 0.75%,并且在一致性补偿项的约束下,所有服务卫星对惯量参数的辨识结果都能更好地趋于一致,一致性误差能够稳定在 14 以内,远小于没有一致性补偿时的误差;

4) 在 ADP 框架下,使用本文设计的权重估计方案,权重参数能够随着系统运行,逐渐收敛并完成姿态控制任务.

References

- Flores-Abad A, Ma O, Pham K, Ulrich S. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing. *Progress in Aerospace Sciences*, 2014, **68**: 1–26
- Li W J, Cheng D Y, Liu X G, Wang Y B, Shi W H, Tang Z X, et al. On-orbit service (OOS) of spacecraft: A review of engineering developments. *Progress in Aerospace Sciences*, 2019, **108**: 32–120
- Huang Pan-Feng, Lu Ying-Bo, Zhang Fan, Liu Ya. Overview of takeover control technology for failed spacecraft. *Aerospace Shanghai (Chinese & English)*, 2024, **41**(3): 47–62 (黄攀峰, 鲁迎波, 张帆, 刘亚. 失效航天器接管控制技术发展综述. 上海航天 (中英文), 2024, **41**(3): 47–62)
- Lin Z J, Wu B L, Wang D W. Specific tracking control of rotating target spacecraft under safe motion constraints. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, **59**(3): 2422–2438
- Yuan Li, Jiang Tian-Tian, Wei Chun-Ling, Yang Meng-Fei. Advances and perspectives of space control technology. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(3): 476–493 (袁利, 姜甜甜, 魏春岭, 杨孟飞. 空间控制技术发展展望. 自动化学报, 2023, **49**(3): 476–493)
- Chang H T, Huang P F, Zhang Y Z, Meng Z J, Liu Z X. Distributed control allocation for spacecraft attitude takeover control via cellular space robot. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2018, **41**(11): 2499–2506
- Lang X Y, de Ruiter A. A control allocation scheme for spacecraft attitude stabilization based on distributed average consensus. *Aerospace Science and Technology*, 2020, **106**: Article No. 106173
- Han N, Luo J J, Zheng Z X, Sun J. Distributed cooperative game method for attitude takeover of failed satellites using nanosatellites. *Aerospace Science and Technology*, 2020, **106**: Article No. 106151
- Lyu Yue-Yong, Fang Hui, Qin Tang-Hao, Guo Yan-Ning. Input-to-state stable attitude takeover control for combined spacecraft. *Journal of Astronautics*, 2021, **42**(7): 873–880 (吕跃勇, 方慧, 秦堂皓, 郭延宁. 组合体航天器输入-状态稳定姿态接管控制. 宇航学报, 2021, **42**(7): 873–880)
- Meng Z J, Li Q W. Optimal attitude takeover control for failed spacecraft based on multi-nanosatellites. *Journal of the Franklin Institute*, 2023, **360**(7): 4947–4972
- Zhao Q, Duan G R. Exponential position and attitude tracking control of spacecraft with unbiased parameter identification. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, **60**(1): 1113–1128
- Chang Hai-Tao, Huang Pan-Feng, Lu Zhen-Yu, Meng Zhong-Jie, Zhang Yi-Zhai. Interactive parameter identification of cellular space robots for non-cooperative spacecraft takeover control. *Robot*, 2017, **39**(2): 129–138 (常海涛, 黄攀峰, 鹿振宇, 孟中杰, 张夷斋. 空间细胞机器人接管非合作目标时的交互式参数辨识方法. 机器人, 2017, **39**(2): 129–138)
- Han N, Luo J J, Ma W H, Yuan J P. Integrated identification and control for nanosatellites reclaiming failed satellite. *Acta Astronautica*, 2018, **146**: 387–398
- Zhang Hua-Guang, Zhang Xin, Luo Yan-Hong, Yang Jun. An overview of research on adaptive dynamic programming. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(4): 303–311 (张化光, 张欣, 罗艳红, 杨珺. 自适应动态规划综述. 自动化学报, 2013, **39**(4): 303–311)
- Dong H Y, Zhao X W, Hu Q L, Yang H Y, Qi P Y. Learning-based attitude tracking control with high-performance parameter estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, **58**(3): 2218–2230
- Wei C S, Luo J J, Daio H H, Duan G R. Learning-based adaptive attitude control of spacecraft formation with guaranteed prescribed performance. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, **49**(11): 4004–4016
- Xiao Bing, Zhang Hai-Chao. Reinforcement learning robust optimal control for spacecraft attitude stabilization. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2024, **45**(1): Article No. 628890 (肖冰, 张海朝. 航天器姿态稳定强化学习鲁棒最优控制方法. 航空学报, 2024, **45**(1): Article No. 628890)
- Ni Y, Yang H, Jiang B. Fault-tolerant coverage control of multiple satellites: A differential graphical game approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, **59**(5): 5516–5529
- Liu Y H, Ma G F, Lyu Y Y, Wang P Y. Neural network-based reinforcement learning control for combined spacecraft attitude tracking maneuvers. *Neurocomputing*, 2022, **484**: 67–78
- Han Nan, Luo Jian-Jun, Ma Wei-Hua. Concurrent learning cooperative game control for attitude takeover of failed satellites. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, **42**(3): Article No. 324307 (韩楠, 罗建军, 马卫华. 失效卫星姿态接管的并行学习合作博弈控制. 航空学报, 2021, **42**(3): Article No. 324307)
- Han N, Luo J J, Zong L J. Cooperative game method for on-orbit substructure transportation using modular robots. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, **58**(2): 1161–1175
- Wu H N, Wang M. Attitude takeover control of failed spacecraft via leader-followers adaptive cooperative game. *Journal of Aerospace Information Systems*, 2023, **20**(11): 773–784
- Chowdhary G. Concurrent Learning for Convergence in Adaptive Control Without Persistency of Excitation [Ph.D. dissertation]

- tion], Georgia Institute of Technology, USA, 2010.
- 24 Zhao Qin. Integrated Position and Attitude Control for Spacecraft With Inertia Parameter Identification [Ph.D. dissertation], Harbin Institute of Technology, China, 2022.
(赵琴. 具有惯量参数辨识的组合体航天器位姿联合控制 [博士学位论文], 哈尔滨工业大学, 中国, 2022.)
 - 25 Olfati-Sarber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, **95**(1): 215–233
 - 26 Deptula P, Bell Z I, Doucette E A, Curtis J W, Dixon W E. Data-based reinforcement learning approximate optimal control for an uncertain nonlinear system with control effectiveness faults. *Automatica*, 2020, **116**: Article No. 108922
 - 27 Wang M L, Geng Y H, Wu B L, Wang D W. Distributed adaptive attitude takeover control of failed spacecraft with parameters identification. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2023, **31**(2): 897–904
 - 28 Chowdhary G, Johnson E. A singular value maximizing data recording algorithm for concurrent learning. In: Proceedings of the 2011 American Control Conference. San Francisco, CA, USA: IEEE, 2011. 3547–3552
 - 29 Kamalapurkar R, Dinh H, Bhasin S, Dixon W E. Approximate optimal trajectory tracking for continuous-time nonlinear systems. *Automatica*, 2015, **51**: 40–48
 - 30 Deptula P, Bell Z I, Zegres F M, Licitra R A, Dixon W E. Approximate optimal influence over an agent through an uncertain interaction dynamic. *Automatica*, 2021, **134**: Article No. 109913



王孟磊 哈尔滨工业大学航天学院博士研究生。2020 年获得哈尔滨工业大学硕士学位。主要研究方向为组合体航天器的姿态控制和参数辨识。

E-mail: 20b918097@stu.hit.edu.cn
(**WANG Meng-Lei** Ph.D. candidate at the School of Astronautics,

Harbin Institute of Technology. He received his mas-

ter degree from Harbin Institute of Technology in 2020. His research interest covers attitude control and parameter identification for the combined spacecraft.)



吴宝林 哈尔滨工业大学航天学院教授。2011 年获得南洋理工大学博士学位。主要研究方向为航天器姿态控制, 编队控制和智能控制。本文通信作者。
E-mail: wubaolin@hit.edu.cn

(**WU Bao-Lin** Professor at the School of Astronautics, Harbin Institute of Technology. He received his Ph.D. degree from Nanyang Technological University in 2011. His research interest covers spacecraft attitude control, formation control, and intelligent control. Corresponding author of this paper.)



耿云海 哈尔滨工业大学航天学院教授。2003 年获得哈尔滨工业大学博士学位。主要研究方向为空间飞行器动力学和制导、导航与控制技术。

E-mail: gengyh@hit.edu.cn

(**GENG Yun-Hai** Professor at the School of Astronautics, Harbin Institute of Technology. He received his Ph.D. degree from Harbin Institute of Technology in 2003. His research interest covers space flight dynamics and guidance, navigation and control technology.)