

无控制器间通信的线性多智能体一致性的降阶协议

马煜文¹ 李贤伟^{1,2,3} 李少远^{1,2,3}

摘要 针对线性同质多智能体系统, 提出一种新的降阶输出反馈一致性协议. 该协议仅依赖智能体间相对输出信息, 当相对输出信息可直接测量时, 该协议无需在邻居智能体间共享控制器的状态, 降低系统对通讯媒介的依赖. 本文首先给出该协议存在的充要条件, 然后证明闭环系统的一致性并计算一致性状态. 理论分析表明, 该协议仍然具有类似分离原理的性质, 因此其参数构造过程非常简便. 最后, 通过数值仿真对比实验, 验证了该控制协议的有效性.

关键词 多智能体系统, 输出反馈, 控制器间通信, 一致性控制

引用格式 马煜文, 李贤伟, 李少远. 无控制器间通信的线性多智能体一致性的降阶协议. 自动化学报, 2023, 49(9): 1836–1844

DOI 10.16383/j.aas.c220420

A Reduced-order Protocol for Linear Multi-agent Consensus Without Inter-controller Communication

MA Yu-Wen¹ LI Xian-Wei^{1,2,3} LI Shao-Yuan^{1,2,3}

Abstract A new reduced-order output feedback consensus protocol is proposed for linear homogeneous multi-agent systems. An excellent property of the protocol is that only relative output information is needed, helping to reduce the system dependence on communication media, since agents do not need to exchange protocol state information when relative output information can be measured directly. This paper firstly gives the necessary and sufficient conditions for the existence of the protocol, and then proves consensus of the closed-loop system and derives the explicit expression of the consensus states. It is shown that the proposed protocol still meets the separation principle-like property and thus the protocol parameters are easy to compute. Finally, the effectiveness of the protocol is verified by a numerical experiment.

Key words Multi-agent systems, output feedback, inter-controller communication, consensus control

Citation Ma Yu-Wen, Li Xian-Wei, Li Shao-Yuan. A reduced-order protocol for linear multi-agent consensus without inter-controller communication. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(9): 1836–1844

近二十年来, 多智能体系统的分布式协同控制由于在编队控制、集群控制、传感器网络等领域展现了巨大应用潜力^[1-5], 引起了研究者的广泛关注. 一致性问题作为多智能体协同控制中的基本问题之一, 其目的在于通过各智能体间信息的交互与共享, 实现某个或多个状态的趋同. 各智能体状态趋向一致时遵守的信息交互规则, 被称为一致性协议, 是

解决一致性问题的关键.

依照协议所依赖的信息, 一致性协议大致分为状态反馈和输出反馈两大类. 文献 [6–10] 研究了基于状态反馈的一致性协议. 然而, 在实际工程中, 智能体状态信息往往难以直接测量, 导致上述协议的应用场景受到很大限制. 因此, 如何消除一致性协议对智能体状态信息的依赖成为了研究者们关注的热点之一. 在文献 [11–15] 中, 通过额外获取邻接智能体的控制器状态信息, 所设计的控制协议在使用智能体绝对输出或相对输出信息的情况下, 有效解决了一致性问题. 在仅依靠智能体间相对输出信息的前提下, 文献 [16–24] 深入地研究了一致性协议的存在性和设计方法, 揭示了该类协议重要优势: 第一, 该类协议相比于文献 [6–10] 中的基于状态反馈的一致性协议, 无需交互控制器或观测器的状态信息, 可以减轻多智能体系统在协同控制过程中的通信负担 (为方便, 后文统称该类协议为无控制器间通信的一致性协议). 第二, 在深空探测、室内协

收稿日期 2022-05-22 录用日期 2023-01-11

Manuscript received May 22, 2022; accepted January 11, 2023

国家自然科学基金 (62273227, 61903250), 上海市自然科学基金 (21ZR1430500) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62273227, 61903250) and Natural Science Foundation of Shanghai (21ZR1430500)

本文责任编辑 刘华平

Recommended by Associate Editor LIU Hua-Ping

1. 上海交通大学自动化系 上海 200240 2. 系统控制与信息处理教育部重点实验室 上海 200240 3. 上海工业智能管控工程技术研究中心 上海 200240

1. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240 2. Key Laboratory of System Control and Information Processing, Ministry of Education of China, Shanghai 200240 3. Shanghai Engineering Research Center of Intelligent Control and Management, Shanghai 200240

同导航等应用领域, 智能体的绝对输出信息较难获取. 例如深空中的绝对位置测量困难且测量误差都以千米为计量单位, 而飞行器间的相对位置测量则较为简单且精度更高. 因而, 相比于文献 [25–26] 需要绝对输出信息, 无控制器间通信的一致性协议在该类领域更具有应用前景. 第三, 当智能体间相对输出信息可直接测量时 (例如文献 [27] 考虑了可直接测量相对姿态和间距的无人车系统), 无控制器间通信的一致性协议所需的相对输出信息由智能体自身测量可得, 无需与相邻智能体进行数据通信, 因而避免了数据通信中的数据丢失、数据内容篡改等网络安全威胁, 对于保障多智能体系统的信息安全具有重要意义^[18].

输出反馈协议的具体设计方法与所依赖的信息紧密相关. 文献 [15] 利用相对输出信息构造了全阶一致性协议, 尽管该协议需要额外的控制器相对状态信息, 但是其设计条件满足类似线性系统理论中“分离原理”, 计算简便. 文献 [20] 研究了无控制器通信的全阶一致性协议, 并在智能体开环极点位于左半复平面的前提下, 提出了该类协议的低增益设计方法. 文献 [16] 首先构造了基于智能体间相对输出信息和相对输入信息的降阶一致性协议, 进一步以约束智能体开环极点位于闭左半复平面为代价, 通过对相对输入信息项的截断, 构造了无控制器间通信的降阶一致性协议. 在类似智能体约束前提下, 文献 [19] 构造了阶次不同于文献 [16] 的无控制器间通信的降阶一致性协议. 需要指出的是, 为了保证无控制器间通信的一致性协议存在性, 前述设计方法均需要确定一个低增益参数, 而该参数的取值范围不仅依赖于协议增益矩阵, 还依赖于智能体之间的耦合强度. 因而, 这些设计方法并不完全具备类似文献 [15] 中“分离原理”的良好计算特性. 此后, 文献 [21] 和文献 [24] 更加系统地讨论了无控制器间通信的全阶一致性协议的存在性, 然而从设计的角度, 所提方法仍然具有上述弊端. 最近, 受未知输入观测器^[28]启发, 文献 [18, 23] 通过设计邻居智能体的未知输入观测器, 引入了巧妙的控制器增益矩阵参数化方法, 为无控制器间通信的一致性协议提供了新的设计思路. 需要注意的是, 文献 [18, 23] 的参数设计的存在性暗含智能体输出维数不小于输入维数的前提, 使得该设计方法仍有一定的理论和应用局限性.

基于上述讨论, 本文在文献 [18, 23] 参数设计方法的启发下, 提出一种新型的无控制器间通信的一致性协议. 相比于文献 [16, 19–22], 本文提出的协议参数设计方法具有类似文献 [15] 中“分离原

理”的属性, 使得协议设计过程更加简便. 相比于文献 [18, 23], 本协议具有与其相斥的存在性条件, 因而拓展了文献 [18, 23] 中设计方法的适用范围. 另外, 不同于文献 [18, 23] 以构造智能体相对状态观测器为前提, 本文提出的协议不符合未知输入观测器^[28]的适用条件, 协议状态并不具有智能体相对状态的估计意义, 因而该协议在一定程度上也是对文献 [18, 23] 中设计思想的理论延伸. 在本文中, 首先给出该协议的构造方法; 然后通过对智能体动力学进行适当约束, 建立协议存在的等价条件; 进一步在通信图具有有向生成树的前提下, 证明闭环系统的一致性.

符号说明. $\mathbf{R}^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 维实矩阵的集合, \mathbf{C}^+ 表示具有非负实部的复数集. \mathbf{I} 表示单位矩阵, $\mathbf{1}$ 表示内部元素均为 1 的列向量. $P > \mathbf{0}$ 表示 P 是一个对称、正定矩阵. $\text{Re}(\cdot)$ 和 $\text{Im}(\cdot)$ 分别表示复数的实部和虚部. $A \otimes B$ 表示矩阵 A 和 B 的 Kronecker 积. $\text{diag}\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 是以 A_1, A_2, \dots, A_n 为对角块的分块对角矩阵. $\text{col}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是以 x_1, x_2, \dots, x_n 为列元素组合成的列向量. $\text{rank}(\cdot)$ 代表矩阵的秩, $\text{Image}(\cdot)$ 表示矩阵的像空间. $\|\cdot\|$ 表示向量的 2 范数.

1 图论知识及问题描述

1.1 图论知识

多智能体系统的有向通信图可用 $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 表示, 其中 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示节点集, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 代表图的连边集合. 若节点 $i \in \mathcal{V}$ 和节点 $j \in \mathcal{V}$ 相邻, 则用 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 表示从节点 i 到节点 j 的边. $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} | (j, i) \in \mathcal{E}\}$ 表示节点 $i \in \mathcal{V}$ 的邻接节点集合. $\mathcal{A} = [a_{ij}]_{N \times N}$ 称为通信图的邻接矩阵, 其中当 $(j, i) \in \mathcal{E}$ 时, $a_{ij} > 0$ 成立, 否则 $a_{ij} = 0$. 本文假设 $a_{ii} = 0$ 对于任意 $i \in \mathcal{V}$ 成立. 拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L} = [l_{ij}]_{N \times N}$, 其中 $l_{ii} = \sum_{k \in \mathcal{N}_i} a_{ik}$, 而当 $(j, i) \in \mathcal{E}$ 时, $l_{ij} = -a_{ij}$. 若通信图中至少有一个节点可以通向图中任一节点, 则称该图存在有向生成树.

引理 1^[29]. 当且仅当图 \mathcal{G} 具有一个有向生成树时, 0 是 \mathcal{L} 的一个简单特征值, 且 \mathcal{L} 的其余特征值均具有正实部, 其中 \mathcal{L} 是 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵.

1.2 问题描述

考虑一个含有 N 个线性同构智能体的多智能体系统, 智能体的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) \\ y_i(t) = Cx_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x_i(t) \in \mathbf{R}^{n_x}$, $u_i(t) \in \mathbf{R}^{n_u}$ 和 $y_i(t) \in \mathbf{R}^{n_y}$ 分别代表智能体 i 的状态、控制输入和绝对输出. 由于本文考虑的是线性时不变多智能体系统, 故 $A \in \mathbf{R}^{n_x \times n_x}$, $B \in \mathbf{R}^{n_x \times n_u}$ 和 $C \in \mathbf{R}^{n_y \times n_x}$ 均为常数矩阵.

在本文中, $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 表示由式 (1) 中 N 个智能体构成的有向通信图, 并假定智能体 i 可以根据 \mathcal{G} 测量以下与邻居智能体有关的相对输出信息

$$\bar{y}_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(y_i(t) - y_j(t)) = \sum_{j=1}^N l_{ij}y_j(t)$$

其中, l_{ij} 是拉普拉斯矩阵 \mathcal{L} 的第 (i, j) 个元素. 本文拟研究的一致性问题的概括如下.

问题 1. 针对由式 (1) 构成的多智能体系统, 设计降阶输出反馈一致性协议

$$\begin{cases} \dot{r}_i(t) = H_r r_i(t) + F_r \bar{y}_i(t) \\ u_i(t) = H_u r_i(t) + F_u \bar{y}_i(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $r_i(t) \in \mathbf{R}^{n_x - n_y}$, $i = 1, 2, \dots, N$ 表示智能体 i 对应的降阶控制器状态向量, H_r , F_r , H_u 和 F_u 为具有适当维数的待定的常值矩阵, 使 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0$, $\forall i, j = 1, 2, \dots, N$ 成立.

注 1. 另一种常用的输出反馈协议具有如下形式

$$\begin{cases} \dot{r}_i(t) = H_r r_i(t) + F_r \bar{y}_i(t) + G_r \bar{r}_i(t) \\ u_i(t) = H_u r_i(t) + F_u \bar{y}_i(t) + G_u \bar{r}_i(t) \end{cases} \quad (3)$$

其中, H_r , F_r , G_r , H_u , F_u 和 G_u 为具有适当维数的常数矩阵, 且

$$\bar{r}_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(r_i(t) - r_j(t)) = \sum_{j=1}^N l_{ij}r_j(t)$$

式 (2) 和式 (3) 刻画了线性多智能体系统输出反馈一致性协议的两种一般形式. 相比于协议 (3), 协议 (2) 仅需相对输出信息 $\bar{y}_i(t)$, 而无需邻接智能体的控制器状态信息 $\bar{r}_i(t)$. 因此, 在 $\bar{y}_i(t)$ 可以直接测量的前提下, 协议 (2) 并不依赖于额外的通信媒介. 这也是本文称协议 (2) 无需控制器间通信的原因. 事实上, 文献 [17–24] 均对类似问题 1 的一致性问题的展开了研究, 但对形如式 (2) 的一致性协议采用了不同的叫法. 例如, 文献 [20] 称其为动态输出补偿器一致性协议, 文献 [16] 称其为基于截断降阶观测器的输出反馈一致性协议, 文献 [19, 21] 称其为无控制器交互的输出反馈一致性协议, 文献 [18] 称其为免受攻击的纯相对输出一致性协议. 这些叫法都在一定程度上概括了这类协议的主要特征. 类似于文献 [18], 本文考虑的协议 (2) 的阶次仍然小于智能体的阶次, 因此相较于文献 [20–22] 中的全阶一致

性协议, 协议 (2) 也具有更低的实现复杂度. 另一方面, 不同于文献 [18], 本文考虑的协议 (2) 的单个控制器阶次为 $n_x - n_y$, 而文献 [18] 的降阶控制协议的相应阶次为 $n_x - n_u$ (在不考虑自适应参数的前提下).

2 主要结果

2.1 一致性协议设计

本节给出协议 (2) 明确的参数设计方法, 以解决问题 1 所定义的一致性问题. 在给出具体设计之前, 需做如下假设.

假设 1. 图 $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 存在有向生成树.

假设 2. $\text{rank}(CB) = \text{rank}(C) = n_y$.

假设 3. $\text{rank} \begin{bmatrix} A - s\mathbf{I}_{n_x} & B \\ C & \mathbf{0} \end{bmatrix} = n_x + n_y, \forall s \in \bar{\mathbf{C}}^+$.

定义矩阵 $T = \begin{bmatrix} C^\perp \\ C \end{bmatrix}$ 和 $U = \begin{bmatrix} CB \\ (CB)^\perp \end{bmatrix}$, 其中,

C^\perp 和 $(CB)^\perp$ 的行空间分别是 C 和 CB 的行空间的补空间. 显然, T 和 U 为可逆矩阵, 所以可以写出 $T^{-1} = [T_1 \ T_2]$, $U^{-1} = [U_1 \ U_2]$. 依据以上定义的符号, 协议 (2) 的增益矩阵 H_u , F_u , H_r 和 F_r 设计如下

$$\begin{cases} F_u = -\mu U_1 C P C^T \\ H_u = U_1 C A T_1 - U_2 L \\ F_r = -\mu C^\perp (\mathbf{I} - B U_1 C) P C^T \\ H_r = C^\perp (\mathbf{I} - B U_1 C) A T_1 + C^\perp B U_2 L \end{cases} \quad (4)$$

其中, $C^\perp \in \mathbf{R}^{(n_x - n_y) \times n_x}$, $T_1 \in \mathbf{R}^{n_x \times (n_x - n_y)}$, $U_1 \in \mathbf{R}^{n_u \times n_y}$ 和 $U_2 \in \mathbf{R}^{n_u \times (n_u - n_y)}$ 均为常数矩阵. 参数矩阵 $L \in \mathbf{R}^{(n_u - n_y) \times (n_x - n_y)}$ 的选取需要使矩阵 H_r 是赫尔维兹的, μ 为满足下列不等式的任一常数

$$\mu \geq \frac{1}{2 \times \min_{i=2, \dots, N} (\text{Re}(\lambda_i))} \quad (5)$$

式 (5) 中的 λ_i , $i = 2, \dots, N$ 是拉普拉斯矩阵 \mathcal{L} 的特征值. 对称正定矩阵 $P \in \mathbf{R}^{n_x \times n_x}$ 是下列代数 Riccati 方程的解

$$P A^T + A P - P C^T C P + Q = \mathbf{0} \quad (6)$$

式 (6) 中的 $Q \in \mathbf{R}^{n_x \times n_x}$ 是任意给定的对称正定矩阵.

2.2 协议存在性条件

在分析多智能体系统 (1) 基于协议 (2) 和式 (4) 构成的闭环系统一致性之前, 本节将讨论协议 (2) 和式 (4) 的存在性条件. 显然, 针对式 (4) 中给出的参数设计, 协议 (2) 的可行性取决于是否存在正定

矩阵 P 满足式 (6), 以及是否存在矩阵 L 使 H_r 为赫尔维兹的.

定理 1. 当且仅当多智能体系统 (1) 满足假设 2 和假设 3, (A, C) 可检测, 且有向图 \mathcal{G} 满足假设 1, 则协议 (2) 和式 (4) 存在.

证明. 当且仅当假设 2 成立时, 矩阵 T 和 U 可以被定义, 且 T 和 U 显然为可逆矩阵. 当且仅当 (A, C) 可检测时, 式 (6) 存在对称正定解 P . 根据引理 1, 当且仅当假设 1 成立, 存在满足式 (5) 的常数 μ . 为证明存在矩阵 L 使 H_r 为赫尔维兹的, 即 $(C^\perp AT_1 - C^\perp BU_1 CAT_1, C^\perp BU_2)$ 可稳, 还需证明 $(C^\perp AT_1 - C^\perp BU_1 CAT_1, C^\perp BU_2)$ 可稳与假设 3 的等价性. 首先, 根据矩阵 T_1, T_2, U_1 和 U_2 的定义, 需注意到 $CT_1 = \mathbf{0}, CT_2 = \mathbf{I}_{n_y}, CBU_1 = \mathbf{I}_{n_y}$ 和 $CBU_2 = \mathbf{0}$. 因此, 经过一系列代数运算, 可以得到如下等式

$$\begin{aligned} \text{rank} \begin{bmatrix} A - s\mathbf{I}_{n_x} & B \\ C & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \\ \text{rank} \left(S_1 S_2 \begin{bmatrix} A - s\mathbf{I}_{n_x} & B \\ C & \mathbf{0} \end{bmatrix} S_3 \right) = \\ \text{rank} \begin{bmatrix} s\mathbf{I} - C^\perp AT_1 + C^\perp BU_1 CAT_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & C^\perp BU_2 \\ -CAT_1 & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n_y} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n_y} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} S_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_x - n_y} & -C^\perp BU_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n_y} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n_y} \end{bmatrix} \\ S_2 &= \begin{bmatrix} C^\perp & -C^\perp AT_2 \\ C & -CAT_2 + s\mathbf{I}_{n_y} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{n_y} \end{bmatrix} \\ S_3 &= \begin{bmatrix} -T_1 & -T_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & U_1 & U_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由式 (7) 可知, 对于任意属于 $\bar{\mathbf{C}}^+$ 的 s 值, 当且仅当假设 3 成立, 则 $\text{rank}[C^\perp AT_1 + C^\perp BU_1 CAT_1 - s\mathbf{I}_{n_x - n_y} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad C^\perp BU_2] = n_x - n_y$ 成立, 即矩阵对 $(C^\perp AT_1 - C^\perp BU_1 CAT_1, C^\perp BU_2)$ 可稳. \square

注 2. 由定理 1 可知, 协议 (2) 和式 (4) 的可行性与智能体系统矩阵 (A, B, C) 有关. 假设 2 要求输出矩阵 C 和矩阵 CB 行满秩, 其成立的一个必要条件是输入 u 的维数不小于输出 y 的维数¹. 不同于文献 [16] 以及文献 [19–20, 22] 要求智能体开环极点位于闭左半复平面, 本协议中假设 3 的系统意义为

要求智能体在闭右半复平面上无不变零点 (即系统是最小相位的). 另外, 注意到假设 3 实际上暗含对 (A, B) 的可镇定性要求 (因为假设 3 意味着 $\text{rank}[A - s\mathbf{I}_{n_x}, B] = n_x$ 对所有 $s \in \bar{\mathbf{C}}^+$ 成立). 还需指出的是, 假设 2 和假设 3 与 (A, C) 的可观性和可检测性没有直接关系 (例如, 对于 $A = [1, 1; 0, 1], B = \mathbf{I}_2$ 和 $C = [0, 1]$, 显然假设 2 和假设 3 成立, 但是 (A, C) 既不可观也不可检测), 这也是本文明确要求 (A, C) 可检测以保证 Riccati 方程 (6) 有镇定解的原因.

假设 3 在形式上与文献 [18] 中定理 2 的条件 (ii) 类似. 如前所述, 本文的一致性协议设计思想受到了文献 [18, 23] 启发, 为避免控制器间通信, 构造了如式 (4) 所示的协议增益矩阵参数化方法, 由此引出了存在性条件, 即假设 2 和假设 3. 尽管如此, 与文献 [18, 23] 不同的是, 由于假设 2 和假设 3 均不符合未知输入观测器的前提条件, 所以本文给出的控制协议设计方法并不能直接使用文献 [18] 所基于的未知输入观测器理论. 特别注意到, 一致性协议 (2) 中控制器状态 r_i 并非是对智能体相对状态的估计, 因此其设计思路并不是以设计一个智能体相对状态的观测器为前提 (文献 [18] 所采用的未知输入观测器思路实际上对智能体相对状态进行了估计).

注 3. 就一致性协议 (2) 和式 (4) 的存在性条件 (即假设 2 和假设 3 成立以及 (A, C) 可观) 而言, 对于给定的多智能体系统 (1), 这些条件是否成立非常容易验证. 由式 (4) 给出的协议增益矩阵 H_r, F_r, F_u 和 H_u 具有良好的解耦设计特性, 即分别由中间参数矩阵 P 和 L 计算可得. 其中, 矩阵 $P > \mathbf{0}$ 满足 Riccati 方程 (6), 而矩阵 L 需使得矩阵 H_r 是赫尔维兹的. 对于后者, 可以令 $L = -(C^\perp BU_2)^\top P_1$, 其中 P_1 为以下 Riccati 方程的对称正定解

$$\begin{aligned} (C^\perp (\mathbf{I} - BU_1 C) AT_1)^\top P_1 + \\ P_1 (C^\perp (\mathbf{I} - BU_1 C) AT_1) + \\ \mathbf{I} - P_1 (C^\perp BU_2) (C^\perp BU_2)^\top P_1 = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (8)$$

因此, 若假设 2 和假设 3 成立, 且 (A, C) 可检测, 则由式 (4) 给出的协议参数设计方法满足类似“分离原理”的性质, 因而计算过程十分简易. 特别地, 与文献 [16, 19–22] 的设计步骤不同, 第 2.1 节所给出的设计步骤并不需要确定一个与其他协议参数耦合的低增益参数.

¹ 本文尚不清楚假设 2 在一般情形下的直观系统解释. 当 $n_u = n_y = 1$ 时, 假设 2 等价于要求智能体的相对阶为 1. 若考虑文献 [18] 的对应条件, 即 $\text{rank}(CB) = \text{rank}(B) = n_u$, 根据未知输入观测器理论^[28], 该对应条件的直观解释为邻居的控制输入信号可以直接通过相对输出获得, 不过这种解释并不适用于假设 2.

2.3 闭环系统一致性分析

本节将给出基于协议(2)和式(4)的多智能体闭环系统一致性分析.

定理 2. 对于式(1)中的多智能体系统, 若假设 1、假设 2 和假设 3 成立且 (A, C) 可检测, 则协议(2)和式(4)可以解决问题 1.

令 $s := \text{col}\{s_1, \dots, s_N\}$, 其中 $s_i := \text{col}\{x_i, r_i\}$. 若协议(2)和式(4)可以解决问题 1, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, 闭环系统的一致性状态向量可表征如下

$$\begin{cases} x_i(t) \rightarrow \left(\eta^T \otimes \left[e^{At} \int_0^t e^{A(t-\tau)} B H_u e^{H_r \tau} d\tau \right] \right) s(0) \\ r_i(t) \rightarrow \mathbf{0}, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (9)$$

其中, 向量 $\eta \in \mathbf{R}^N$ 满足 $\eta^T \mathcal{L} = \mathbf{0}$ 和 $\eta^T \mathbf{1} = 1$.

证明. 由 $s(t)$ 的定义, 可给出智能体(1)基于协议(2)和式(4)的闭环系统动力学方程如下

$$\dot{s}(t) = (\mathbf{I} \otimes \hat{A} + \mathcal{L} \otimes \hat{B})s(t) \quad (10)$$

其中

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & B H_u \\ \mathbf{0} & H_r \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B F_u C & \mathbf{0} \\ F_r C & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11)$$

由 [15, 式(9)] 中的矩阵变换可知, 拉普拉斯矩阵 \mathcal{L} 可转换为如下形式

$$\begin{bmatrix} \eta^T \\ \Gamma \end{bmatrix} \mathcal{L} \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \Lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中, 矩阵 Γ 和 Λ 满足 $\begin{bmatrix} \eta^T \\ \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \Lambda \end{bmatrix} = \mathbf{I}$, 矩阵 $\Delta \in \mathbf{C}^{(N-1) \times (N-1)}$ 为上三角矩阵, 其对角元素即为拉普拉斯矩阵的 $N-1$ 个非零特征值. 由定理 1 和假设 1 可知, 当且仅当 $\beta \in \text{Image}(\mathbf{1})$ 时, $\mathcal{L}\beta = \mathbf{0}$ 成立. 因此, 若 $t \rightarrow \infty$ 时, $(\mathcal{L} \otimes \mathbf{I})s(t) \rightarrow \mathbf{0}$, 则等价说明 $s(t) \rightarrow \text{Image}(\mathbf{1} \otimes \mathbf{I})$, 进而说明智能体状态达到一致. 令

$$\psi(t) = \left(\begin{bmatrix} \eta^T \\ \Gamma \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I} \right) s(t) \quad (13)$$

由式(12)和式(13)可知, 各智能体状态达到一致的等价条件为: 当 $t \rightarrow \infty$ 时

$$\left(\begin{bmatrix} \eta^T \\ \Gamma \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I} \right) (\mathcal{L} \otimes \mathbf{I})s(t) = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I} \right) \psi(t) \rightarrow \mathbf{0} \quad (14)$$

由于 Δ 是对角线上具有非零元素的上三角矩阵, 所以实现智能体状态一致的等价条件为: 当 $t \rightarrow \infty$ 时

$$\varsigma(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{(N-1)(2n_x - n_y)} \end{bmatrix} \psi(t) \rightarrow \mathbf{0} \quad (15)$$

因此, 联合式(10)、式(13)和式(15)可得, 向量 $\varsigma(t)$ 满足如下微分方程

$$\dot{\varsigma}(t) = (\mathbf{I} \otimes \hat{A} + \Delta \otimes \hat{B})\varsigma(t) \quad (16)$$

由于 Δ 是以拉普拉斯矩阵 \mathcal{L} 的非零特征值为对角元素的上三角矩阵, 所以式(16)表明: 当且仅当 $\hat{A} + \lambda_i \hat{B}$, $i = 2, 3, \dots, N$ 为赫尔维兹的, 系统(16)渐近稳定. 因此, 为证明系统状态(10)可达到一致性, 下文需证明 $\hat{A} + \lambda_i \hat{B}$, $i = 2, 3, \dots, N$ 为赫尔维兹的. 首先, 对矩阵 $\hat{A} + \lambda_i \hat{B}$, $i = 2, 3, \dots, N$ 做相似性转换

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & T_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} (\hat{A} + \lambda_i \hat{B}) \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -T_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} \mathbf{I} & T_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A + \lambda_i B F_u C & B H_u \\ \lambda_i F_r C & H_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -T_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} A + \lambda_i (B F_u + T_1 F_r) C & \mathbf{0} \\ \lambda_i F_r C & H_r \end{bmatrix} & \end{aligned} \quad (17)$$

其中, 参数 H_r , H_u , F_u , F_r 和 T_1 来自于式(4). 由于矩阵 L 的设计已经确保 H_r 为赫尔维兹的, 所以仅需证明 $A + \lambda_i (B F_u + T_1 F_r) C$, $i = 2, 3, \dots, N$ 是赫尔维兹的. 至此, 通过代入式(4)中的 F_u 和 F_r 值, 可以得到

$$\begin{aligned} A + \lambda_i (B F_u + T_1 F_r) C &= \\ A - \mu \lambda_i (B U_1 C + T_1 C^\perp (\mathbf{I} - B U_1 C)) P C^T C & \end{aligned}$$

注意到 $C B U_1 = \mathbf{I}$ 和 $T_1 C^\perp + T_2 C = \mathbf{I}$, 则

$$\begin{aligned} \mathbf{I} - B U_1 C &= (T_1 C^\perp + T_2 C)(\mathbf{I} - B U_1 C) = \\ T_1 C^\perp (\mathbf{I} - B U_1 C) + T_2 C - T_2 C B U_1 C &= \\ T_1 C^\perp (\mathbf{I} - B U_1 C) & \end{aligned}$$

因此, $A + \lambda_i (B F_u + T_1 F_r) C = A - \mu \lambda_i P C^T C$, 其中 P 为满足式(6)的对称正定矩阵, μ 是满足式(5)的正数. 令 $Z_i = A - \mu \lambda_i P C^T C$, 则有

$$P Z_i^T + Z_i P + Q = P A^T - 2\mu \lambda_i P C^T C P + A P + Q \quad (18)$$

其中, Q 来自于式(6). 整理式(5)、式(6)和式(18)可得

$$\begin{aligned} P Z_i^T + Z_i P + Q &= \\ P C^T C P - 2\mu \lambda_i P C^T C P &= Q_{0i} \end{aligned} \quad (19)$$

令 $Q_i = Q - Q_{0i}$, 则

$$P Z_i^T + Z_i P + Q_i = \mathbf{0} \quad (20)$$

因为 μ 满足式(5), 所以 $Q_{0i} \leq \mathbf{0}$, $Q_i > \mathbf{0}$. 因为 $P > \mathbf{0}$ 且 $Q_i > \mathbf{0}$, 基于李雅普诺夫方程(20), 显然对于所有 $i = 2, \dots, N$, $Z_i = A + \lambda_i (B F_u + T_1 F_r) C$ 均为赫尔维兹的, 即说明闭环系统(10)的状态可达到一致.

为证明式(9), 对式(10)中的状态向量 $s(t)$ 进行

如下变换

$$s(t) = e^{(\mathbf{I} \otimes \hat{A} + \mathcal{L} \otimes \hat{B})t} s(0) =$$

$$([\mathbf{I} \quad \Lambda] \otimes \mathbf{I}) \exp \left(\left(\mathbf{I} \otimes \hat{A} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta \end{bmatrix} \otimes \hat{B} \right) t \right) \times$$

$$\left(\begin{bmatrix} \eta^T \\ \Gamma \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I} \right) s(0) =$$

$$([\mathbf{I} \quad \Lambda] \otimes \mathbf{I}) \text{diag}\{e^{\hat{A}t}, e^{(\mathbf{I} \otimes \hat{A} + \Delta \otimes \hat{B})t}\} \times$$

$$\left(\begin{bmatrix} \eta^T \\ \Gamma \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I} \right) s(0)$$

基于上述讨论, 由于 $\mathbf{I} \otimes \hat{A} + \Delta \otimes \hat{B}$ 为赫尔维兹的, 所以当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e^{(\mathbf{I} \otimes \hat{A} + \Delta \otimes \hat{B})t} \rightarrow \mathbf{0}$ 成立, 进而可得 $s(t) \rightarrow (\mathbf{1}\eta^T \otimes e^{\hat{A}t})s(0)$. 代入式 (11) 中矩阵 \hat{A} 的值, 可知当 $t \rightarrow \infty$ 时

$$s(t) \rightarrow \left(\mathbf{1}\eta^T \otimes \exp \left(\begin{bmatrix} A & BH_u \\ \mathbf{0} & H_r \end{bmatrix} t \right) \right) s(0)$$

又由于 H_r 为赫尔维兹的, 所以, 当 $t \rightarrow \infty$, 向量 x_i 和 r_i 满足式 (9). \square

注 4. 在定理 2 的证明中, 本文首先受文献 [15] 启发将一致性条件转为矩阵 $\hat{A} + \lambda_i \hat{B}$ 的稳定性问题, 进一步经过合适的相似变换将该问题转化为矩阵 $A + \lambda_i(BF_u + T_1 F_r)C$ 的稳定性问题, 最后通过引入满足 Riccati 方程 (6) 的矩阵 P 和满足与拓扑约束有关的参数 μ , 有效计算出增益矩阵 F_u 和 F_r . 协议设计式 (4)、式 (5) 和式 (6) 作为一个整体, 有效保留了文献 [15] 中经典输出反馈协议所满足的类似“分离原理”的优良计算特性.

注 5. 通过设计合适的增益矩阵, 协议 (2) 和式 (4) 可指定状态误差 $x_i - x_j$ 以及 $r_i - r_j$ 的收敛率. 为此, 根据式 (6), 只需对式 (4) 中增益矩阵的设计要求修改为: 矩阵 $A + \lambda_i(BF_u + T_1 F_r)C$, $i = 2, 3, \dots, N$ 和 H_r 的所有特征值实部均小于 $-\alpha$, 其中 α 为给定的正数. 若满足, 则对于所有 $i, j = 1, 2, \dots, N$, $t \geq 0$, 下列不等式均成立

$$\left\| \begin{bmatrix} x_i(t) - x_j(t) \\ r_i(t) - r_j(t) \end{bmatrix} \right\| \leq \gamma e^{-\alpha t} \left\| \begin{bmatrix} x_i(0) - x_j(0) \\ r_i(0) - r_j(0) \end{bmatrix} \right\|$$

其中, γ 为某一正数.

3 仿真结果

下面通过仿真算例验证本文无控制器间通信一致性协议的有效性, 并通过与文献 [16] 的降阶一致性协议的对比实验来说明本文方法的优势.

3.1 无控制器间通信一致性协议仿真结果

本文考虑由 6 个智能体组成的多智能体系统,

智能体 (1) 中的矩阵如下所示

$$A = \begin{bmatrix} -0.04074 & -0.11020 & -0.03942 \\ 0.06680 & 0.13992 & 0.05577 \\ -0.02585 & 0.01284 & -0.13824 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T, \quad C = [2 \quad 0 \quad 1]$$

容易验证假设 2 和假设 3 成立且 (A, C) 可检测. 假设有向通信网络 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵为

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

经计算, 该矩阵的特征值为 0、1、2、3.3247 和 $1.3376 \pm 0.5623i$, 表明假设 1 成立.

构造 $C^\perp = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 和 $(CB)^\perp = [2 \quad 3]$, 使矩

阵 T 和 U 可逆, 则

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad U^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

进而可得 $T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$, $T_2 = [0 \quad 0 \quad 1]^T$,

$U_1 = [-1 \quad 2/3]^T$, $U_2 = [3 \quad -5/3]^T$. 对本例而言,

取 $L = \mathbf{0}$ 便可使 $H_r = \begin{bmatrix} -0.07085 & -0.04101 \\ 0.39104 & -0.13684 \end{bmatrix}$ 是

赫尔维兹的, 同时由式 (4) 可以得到 $H_u =$

$\begin{bmatrix} -0.32683 & 0.20757 \\ 0.21789 & -0.13838 \end{bmatrix}$. 由式 (5) 可选取 $\mu = 4$, 根据

式 (6), 令 $Q = \mathbf{I}$, 可以得到

$$P = \begin{bmatrix} 1.7757 & -3.4640 & -2.2122 \\ -3.4640 & 35.7398 & 3.6201 \\ -2.2122 & 3.6201 & 4.2302 \end{bmatrix}$$

因此, 由式 (4) 可以得出

$$F_r = \begin{bmatrix} -2.04447 \\ -0.01626 \end{bmatrix}, \quad F_u = \begin{bmatrix} 9.9359 \\ -6.6239 \end{bmatrix}$$

智能体初始状态 $x_i(0)$ 设置为随机数值, 控制器初始状态 $r_i(0)$ 设置为 $\mathbf{0}$, 仿真结果如图 1 和图 2 所示. 在参数设计过程中可以看到, 参数 H_r , H_u 和 F_r , F_u 的设计过程是完全独立的, 即满足类似文献 [15] 中“分离原理”的性质. 图 1 和图 2 显示基于协议 (2) 和式 (4) 设计的降阶输出反馈一致性协议使闭环多智能体系统达到了一致, 验证了该协议的有效性.

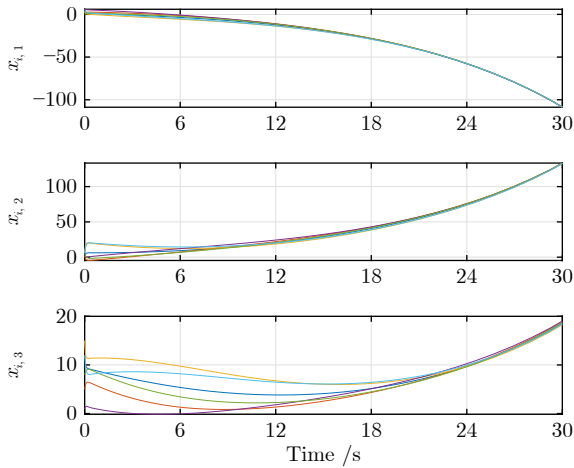


图 1 无控制器通信一致性协议 (2) 下的智能体状态 x_i
Fig.1 Agent states x_i under the protocol (2)

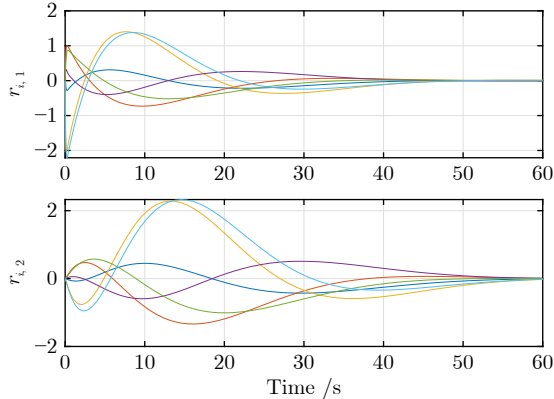


图 2 无控制器通信一致性协议 (2) 下的控制器状态 r_i
Fig.2 Controller states r_i under the protocol (2)

3.2 对比一致性协议仿真结果

文献 [16] 中一致性协议具有如下形式

$$\begin{cases} \dot{r}_i(t) = H_r r_i(t) + F_r \bar{y}_i(t) + TB \bar{u}_i(t) \\ u_i(t) = K_2 r_i(t) + K_1 \bar{y}_i(t) \end{cases} \quad (21)$$

其中, $r_i \in \mathbf{R}^{n_x - n_y}$, $i = 1, 2, \dots, N$, $\bar{y}_i = \sum_{j=1}^N l_{ij} y_j$, $\bar{u}_i = \sum_{j=1}^N l_{ij} u_j$. H_r 是与系统矩阵 A 无共同特征值的赫尔维兹矩阵, F_r, H_r 满足 $TA - H_r T = F_r C$. 矩阵 K_1 和 K_2 满足 $[K_1 \ K_2] = K \begin{bmatrix} C \\ T \end{bmatrix}^{-1}$, 其中 K 为使得 $A + \lambda_i BK$, $i = 2, 3, \dots, N$ 为赫尔维兹的增益矩阵. 注意到该协议与协议 (2) 在形式上的不同之处在于每个智能体需要其邻居的控制输出, 而控制输入信号的传输必然依赖于某种通信媒介.

为使对比尽可能公平, 式 (21) 中的参数 F_r 和 H_r 将与第 3.1 节保持一致. 由此解得满足 $TA - H_r T = F_r C$ 的矩阵

$$T = \begin{bmatrix} -20.3927 & -4.3232 & 3.1011 \\ -75.7328 & -33.5522 & -58.4760 \end{bmatrix}$$

易验证 $[C^T \ T^T]^T$ 可逆. 选取

$$K = \begin{bmatrix} 0.8272 & -1.6260 & -0.7502 \\ -0.8910 & 0.3311 & -1.1645 \end{bmatrix}$$

可得 $K_1 = \begin{bmatrix} 2.1937 \\ -1.1266 \end{bmatrix}$, $K_2 = \begin{bmatrix} -0.0103 & 0.0498 \\ -0.0578 & -0.0024 \end{bmatrix}$.

可以验证 $A + \lambda_i BK$, $i = 2, 3, \dots, N$ 是赫尔维兹稳定的. 智能体和协议各状态量的初始值与第 3.1 节设置相同. 仿真结果如图 3 所示.

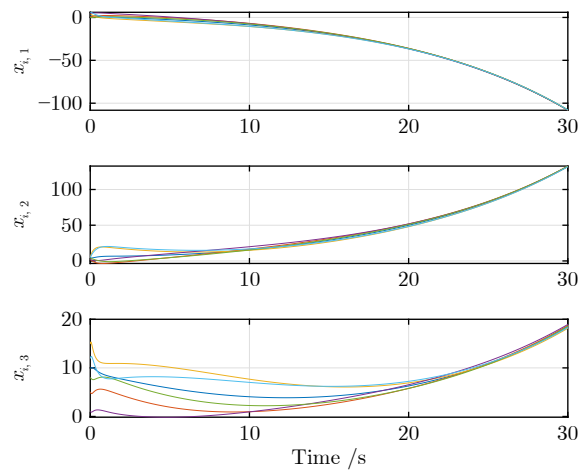


图 3 一致性协议 (21) 下的智能体状态 x_i
Fig.3 Agent states x_i under the protocol (21)

为展示本文协议在抵抗网络攻击方面的优势, 假定相对输出 \bar{y}_i 可直接测量得到, 同时假定智能体 4 的输入值 u_4 在通信传输中每经过 0.1 s 被篡改一次, 导致邻接智能体接收的值为 $2u_4$. 协议 (2) 下仿真结果与图 1 和图 2 一致, 因为该协议并不需要邻居智能体的输入信号 (或者说该协议不需要控制器间的通信); 协议 (21) 下仿真结果如图 4 所示.

一方面, 图 3 的仿真结果表明, 在控制器间的通信网络能够准确传送邻居输入信号的前提下, 协议 (21) 有效地控制多智能体系统 (1) 达成一致. 另一方面, 图 4 的仿真结果表明, 当通信网络遭受攻击导致无法准确传送邻居输入信号时, 协议 (21) 则有可能完全失效. 与之相比, 本文所提协议 (2) 在遭受网络攻击的情况下仍然能够达成一致 (仿真结果仍如图 1 和图 2 所示, 因为协议 (2) 不依赖于邻居的输入信号), 从而显示出本文协议 (2) 在网络攻击免疫方面的优势.

4 结论

本文针对线性同构多智能体系统, 提出了一种

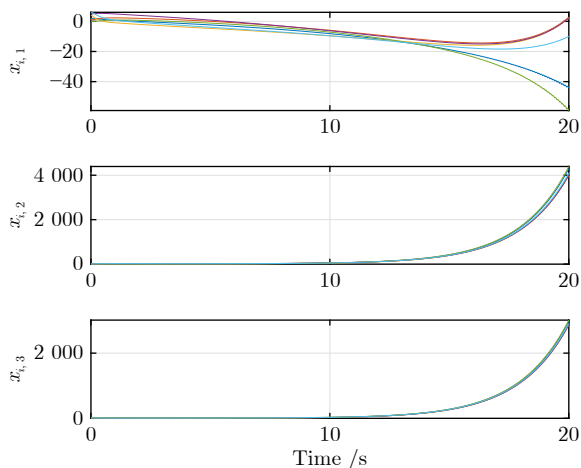


图 4 遭受网络攻击时一致性协议 (21) 下的智能体状态 x_i
 Fig.4 Agent states x_i under the protocol (21) when subjected to a network attack

新型的无需控制器间通信的降阶一致性协议。本文提出的参数设计方法仍然满足类似“分离原理”的性质,增益参数便于计算。当智能体非稳定时,本协议中的控制器状态仍能在实现一致性过程中保持有界,并且可以通过调整增益矩阵,指定智能体间状态误差 $x_i - x_j$ 的收敛率。不同于文献 [18, 23] 以构造智能体相对状态观测器为设计前提,本协议中控制器状态向量并非是对智能体相对状态的估计,因此本文提出的协议及其设计方法在一定程度上延伸了文献 [18, 23] 中一致性协议设计思想的适用范围和理论框架。

References

- Yu C B, Hendrickx J M, Fidan B, Anderson B D O, Blondel V D. Three and higher dimensional autonomous formations: Rigidity, persistence and structural persistence. *Automatica*, 2007, **43**(3): 387–402
- Su H S, Wang X F, Lin Z L. Flocking of multi-agents with a virtual leader. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(2): 293–307
- Cortés J. Distributed algorithms for reaching consensus on general functions. *Automatica*, 2008, **44**(3): 726–737
- Ren H R, Wang Y, Liu M, Li H Y. An optimal estimation framework of multi-agent systems with random transport protocol. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, **70**: 2548–2559
- Hu Z P, Ren H R, Shi P. Synchronization of complex dynamical networks subject to noisy sampling interval and packet loss. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, **33**(8): 3216–3226
- Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, **95**(1): 215–233
- Yu W W, Chen G R, Cao M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems. *Automatica*, 2010, **46**(6): 1089–1095
- Li Z K, Ren W, Liu X D, Fu M Y. Consensus of multi-agent systems with general linear and Lipschitz nonlinear dynamics using distributed adaptive protocols. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **58**(7): 1786–1791
- Li Z K, Wen G H, Duan Z S, Ren W. Designing fully distributed consensus protocols for linear multi-agent systems with directed graphs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(4): 1152–1157
- Han T, Guan Z H, Xiao B, Wu J, Chen X. Distributed output consensus of heterogeneous multi-agent systems via an output regulation approach. *Neurocomputing*, 2019, **360**: 131–137
- Wieland P, Sepulchre R, Allgöwer F. An internal model principle is necessary and sufficient for linear output synchronization. *Automatica*, 2011, **47**(5): 1068–1074
- Trentelman H L, Takaba K, Monshizadeh N. Robust synchronization of uncertain linear multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, **58**(6): 1511–1523
- Xu X, Liu L, Feng G. Consensus of discrete-time linear multi-agent systems with communication, input and output delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, **63**(2): 492–497
- Li X W, Soh Y C, Xie L H. Robust consensus of uncertain linear multi-agent systems via dynamic output feedback. *Automatica*, 2018, **98**: 114–123
- Li Z K, Duan Z S, Chen G R, Huang L. Consensus of multi-agent systems and synchronization of complex networks: A unified viewpoint. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2010, **57**(1): 213–224
- Zhou B, Xu C C, Duan G R. Distributed and truncated reduce-order observer based output feedback consensus of multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(8): 2264–2270
- Lu M B, Liu L. Cooperative output regulation of linear multi-agent systems by a novel distributed dynamic compensator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(12): 6481–6488
- Lv Y Z, Wen G H, Huang T W, Duan Z S. Adaptive attackfree protocol for consensus tracking with pure relative output information. *Automatica*, 2020, **117**: Article No. 108998
- Li X W, Soh Y C, Xie L H. A novel reduced-order protocol for consensus control of linear multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, **64**(7): 3005–3012
- Seo J H, Shim H, Back J. Consensus of high-order linear systems using dynamic output feedback compensator: Low gain approach. *Automatica*, 2009, **45**(11): 2659–2664
- Li X W, Soh Y C, Xie L H. Output-feedback protocols without controller interaction for consensus of homogeneous multi-agent systems: A unified robust control view. *Automatica*, 2017, **81**: 37–45
- Zhao Y, Wen G H, Duan Z S, Xu X, Chen G R. A new observer-type consensus protocol for linear multi-agent dynamical systems. *Asian Journal of Control*, 2013, **15**(2): 571–582
- Lv Y Z, Wen G H, Huang T W. Adaptive protocol design for distributed tracking with relative output information: A distributed fixed-time observer approach. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2020, **7**(1): 118–128
- Stoorvogel A A, Saberi A, Zhang M R. Solvability conditions and design for state synchronization of multi-agent systems. *Automatica*, 2017, **84**: 43–47
- Scardovi L, Sepulchre R. Synchronization in networks of identical linear systems. *Automatica*, 2009, **45**(11): 2557–2562
- Xu J, Xie L H, Li T, Lum K Y. Consensus of multi-agent systems

tems with general linear dynamics via dynamic output feedback control. *IET Control Theory & Applications*, 2013, **7**(1): 108–115

- 27 Li Run-Mei, Zhang Li-Wei, Wang Jian. A control method of unmanned car following under time-varying relative distance and angle. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(11): 2031–2040 (李润梅, 张立威, 王剑. 基于时变间距和相对角度的无人车跟随控制方法研究. *自动化学报*, 2018, **44**(11): 2031–2040)
- 28 Hou M, Muller P C. Design of observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, **37**(6): 871–875
- 29 Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(5): 655–661



马煜文 上海交通大学硕士研究生. 主要研究方向为多智能体一致性.

E-mail: mo__om@sjtu.edu.cn

(MA Yu-Wen Master student at Shanghai Jiao Tong University. His main research interest is consensus of multi-agent systems.)



李贤伟 上海交通大学副教授. 主要研究方向为鲁棒控制, 网络化控制和多智能体系统的理论与应用研究. 本文通信作者.

E-mail: xianwei.li@sjtu.edu.cn

(LI Xian-Wei Associate professor at Shanghai Jiao Tong University.

His research interest covers theoretical and applied research on robust control, networked control, and multi-agent systems. Corresponding author of this paper.)



李少远 上海交通大学教授. 主要研究方向为预测控制, 自适应控制和模糊智能控制的理论与应用研究.

E-mail: syli@sjtu.edu.cn

(LI Shao-Yuan Professor at Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers theoretical

and applied research on predictive control, adaptive control, and fuzzy intelligent control.)