自适应变化响应的动态多目标进化算法

梁正平 [1] 李辉才 [1] 王志强 [1, 2] 胡凯峰 [1, 2] 朱泽轩 [1]

摘 要 动态多目标优化问题 (Dynamic multi-objective optimization problems, DMOPs) 的目标函数发生变化时, 需要采取变化响应策略对种群进行重新初始化, 以快速追踪新环境中的最优解集. 现有动态多目标优化算法对不同个体、不同维度的决策变量缺乏针对性的变化响应, 导致重新初始化效果尚存在较大改进空间. 为此, 提出一种对不同个体、不同维度的决策变量分别进行自适应变化响应的动态多目标进化算法 (Dynamic multi-objective evolutionary algorithm with adaptive change response, DMOEA-ACR). 该算法包括两个核心部分: 1) 对 t 时间步最优种群和 $t-1$ 时间步最优种群中对应个体各维度决策变量之间的差异进行计算, 自适应选择变异策略或预测策略重新初始化不同个体、不同维度的决策变量; 2) 在每轮迭代或重新初始化后, 对非支配个体进行存档, 基于存档中心构建预测策略. 为验证 DMOEA-ACR 的有效性, 在最新测试问题集 SDP 和 DF 上, 将其与动态多目标优化领域的 6 种先进算法进行对比. 实验结果表明, DMOEA-ACR 在求解动态多目标优化问题时, 具有明显优势.

关键词 动态多目标优化, 进化算法, 自适应变化响应, 预测, 存档

引用格式 梁正平, 李辉才, 王志强, 胡凯峰, 朱泽轩. 自适应变化响应的动态多目标进化算法. 自动化学报, 2023, **49**(8): 1688−1706

DOI 10.16383/j.aas.c210121

Dynamic Multi-objective Evolutionary Algorithm With Adaptive Change Response

LIANG Zheng-Ping[1] LI Hui-Cai[1] WANG Zhi-Qiang[1, 2] HU Kai-Feng[1, 2] ZHU Ze-Xuan[1]

Abstract When the objective functions of dynamic multi-objective optimization problems (DMOPs) change, it is necessary to adopt a correspondent response strategy to reinitialize the population so that an optimal solution set in the new environment can be quickly tracked. The reinitialization effect of existing dynamic multi-objective optimization algorithms still leaves much room for improvement due to the lack of customized change response to different decision variables of different individuals. This paper proposes a dynamic multi-objective evolutionary algorithm with adaptive change response (DMOEA-ACR), which can adaptively reinitialize different decision variables of different individuals. DMOEA-ACR consists of two essential components. One is the adaptive change response strategy, which can adaptively choose the mutation strategy or the prediction strategy to reinitialize different decision variables of different individuals based on the correspondent decision variable difference between the t time step optimal population and the $t-1$ time step optimal population. The other is the prediction strategy based on the archive core of non-dominant individuals. In order to verify its effectiveness, DMOEA-ACR is compared with six state-of-the-art algorithms in dynamic multi-objective optimization on the latest test suites SDP and DF. The experimental results show that DMOEA-ACR has obvious advantages in solving dynamic multi-objective optimization problems.

Key words Dynamic multi-objective optimization, evolutionary algorithm, adaptive change response, prediction, archive

Citation Liang Zheng-Ping, Li Hui-Cai, Wang Zhi-Qiang, Hu Kai-Feng, Zhu Ze-Xuan. Dynamic multi-objective evolutionary algorithm with adaptive change response. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(8): 1688−1706

动态多目标优化问题 (Dynamic multi-objective optimization problems, DMOPs) 广泛存在于现实世界的各类实际应用中, 如疫苗接种安排[1]、任务规划[2]、卫星下行功率分配[3]、选矿原矿配置[4] 等. 其一般定义形式如下[5−6]:

$$\min \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, t)=(f_1(\boldsymbol{x}, t), \cdots, f_m(\boldsymbol{x}, t))^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{x} \in \Omega_x \quad (1)$$

收稿日期 2021-02-05 录用日期 2021-06-25
Manuscript received February 5, 2021; accepted June 25, 2021
国家重点研发计划 (2021YFB2900800), 国家自然科学基金 (61871272), 广东省自然科学基金 (2020A1515010479, 2021A1515011911), 深圳市科技计划项目 (20200811181752003, JCYJ20220531102617039) 资助
Supported by National Key Research and Development Program of China (2021YFB2900800), National Natural Science Foundation of China (61871272), Natural Science Foundation of Guangdong (2020A1515010479, 2021A1515011911), and Shenzhen Science & Technology Project (20200811181752003, JCYJ 20220531102617039)
本文责任编委 付俊
Recommended by Associate Editor FU Jun

1. 深圳大学计算机与软件学院 深圳 518060 2. 深圳大学信息中心 深圳 518060
1. College of Computer Science and Software Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060 2. Information Center, Shenzhen University, Shenzhen 518060

式中, $\boldsymbol{x}=(x_1,\cdots,x_n)$ 是决策空间 $\boldsymbol{x}$ 上的决策向量, n 是决策向量的维度, $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},t)$ 是 m 维目标函数, 时间变量 t 定义如下:

$$t=\frac{1}{n_t}\left\lfloor\frac{\tau}{\tau_t}\right\rfloor \tag{2}$$

式中, τ 是迭代计数器, τ_t 和 n_t 分别表示变化频率和变化严重程度.

多目标进化算法 (Multi-objective evolutionary algorithm, MOEA) 对于各类多目标优化问题的求解具有非常好的效果[7−8]. 近年来, 为充分利用 MOEAs 的优势, 学术界在 MOEAs 中引入各种类型的动态响应机制, 设计了一系列动态多目标进化算法 (Dynamic multi-objective evolutionary algorithm, DMOEA)[9−13], 以满足各类 DMOPs 的处理需求. 每个 DMOEA 由静态优化框架、变化检测机制和变化响应策略三个部分组成. 其中, 静态优化框架通常采用某个成熟的 MOEA, 在两次动态变化之间对问题进行优化; 变化检测机制用于对优化环境即目标函数是否发生改变进行检测; 变化响应策略通过重新初始化种群, 对改变的环境进行及时响应, 以快速追踪新环境的帕累托最优解集 (Pareto optimal set, PS) 和对应的帕累托前沿 (Pareto front, PF). 变化响应策略是 DMOEA 的核心组件, 对 DMOEA 的性能具有决定性影响.

现有 DMOEA 采用的变化响应策略主要包括多样性相关策略[14−19]、记忆策略[20−22]、预测策略[23−32]和基于机器学习的策略[33−38] 等. 不同的变化响应策略侧重不同方面, 具有不同优势. 其中, 多样性相关策略通过突变、引入随机个体、$t-1$ 时间步中具有良好多样性的个体等方式对变化作出响应, 以增加或维持种群在新环境中的多样性. 记忆策略通过重用历史上相同或相似环境中的最优解来加速种群的收敛. 预测策略基于种群历史信息来追踪新环境中的 PS, 侧重于提高种群的收敛性. 基于机器学习的策略使用迁移学习等特定模型, 对种群进行重新初始化, 为解决 DMOPs 提供了新的思路. 近年来, 为充分发挥不同变化响应策略的协同效应, 融合多种变化响应方式的混合策略获得了广泛关注[39−47]. 现有变化响应策略虽在各类 DMOPs 处理上取得了一定效果, 但总体上仍存在较大改进空间[48−49].

针对现有 DMOEA 中变化响应策略的不足, 本文提出一种基于变化差异对不同个体、不同维度的决策变量分别进行自适应变化响应的动态多目标进化算法 (Dynamic multi-objective evolutionary algorithm with adaptive change response, DMOEA-ACR). 该算法首先将 t 时间步最优种群和 $t-1$ 时间步最优种群中对应个体各维度决策变量之间的差异进行计算. 若某个体、某维决策变量的差异值小于该维决策变量的差异平均值, 说明该个体、该维决策变量在 PS 上对应的最优值较大概率存在于当前决策变量值附近, 此时采用有利于提升多样性的变异策略进行变化响应; 反之, 若某个体、某维决策变量的差异值大于该维决策变量的差异平均值, 说明需要在较大的范围内搜索, 才能找到该个体、该维决策变量在 PS 上对应的最优值, 此时采用有利于提升收敛性的预测策略进行变化响应. 此外, DMOEA-ACR 在每轮迭代或重新初始化后, 对种群中的非支配个体进行存档, 并将存档中心作为预测策略的核心要素. 由于种群中的非支配个体都是对应时间步收敛性最好的个体, 基于非支配个体存档中心的预测策略有利于快速追踪新环境的 PS. 总之, DMOEA-ACR 基于每个个体、每维决策变量的差异自适应选择变异策略或预测策略, 一方面可提升变化响应的针对性, 另一方面可促进收敛性和多样性的平衡, 从而极大改善算法的整体性能.

本文主要贡献如下.

1) 提出一种基于决策变量变化差异自适应选择变化响应策略的方法;

2) 提出一种基于非支配个体存档中心的预测策略;

3) 将 DMOEA-ACR 与 6 种先进的 DMOEA 方法, 在最新 SDP 和 DF 测试问题集上进行对比实验, 实验结果表明 DMOEA-ACR 具有明显的竞争力.

本文结构如下: 第 1 节介绍本文的相关工作; 第 2 节详细介绍本文算法的框架和核心模块; 第 3 节介绍本文的实验方案, 并对实验结果进行分析; 第 4 节总结全文并展望未来的工作.

1 相关工作

相比目标函数不会发生改变的静态多目标优化问题, DMOPs 的目标函数会随时间发生改变, 从而给 DMOEA 的设计带来巨大的挑战. 根据种群重新初始化时所采用变化响应策略的不同, 现有 DMOEA 可分为以下 5 种类型.

1) 基于多样性相关策略的 DMOEA

当环境发生变化时, 种群多样性的缺失容易导致在新环境下无法找到最优解集. 为此, 在种群重新初始化过程中, 引入或保留拥有良好多样性的个体具有积极意义. DNSGA-II-A 和 DNSGA-II-B[10] 分别采用随机和变异方式在种群重新初始化过程中引入部分新的个体. DOMOEA-II[14] 把当前环境中具有良好分布性的最优解集通过正交分解得到新环

境中的重新初始化种群. dCOEA[15] 通过不同子种群间的相互竞争与合作来增强多样性. DSMOPSO[16] 通过随机调整粒子群的数量并对不同的区域分别进行探索来增加多样性. QICCA[17] 通过免疫克隆和竞争合作机制得到当前环境的非支配个体, 并将它们作为新环境的初始种群. CMPSODMO[18] 采用随机初始化方法在种群重新初始化过程中引入多样性. DMOES[19] 结合精确可控的变异算子策略、新颖的模拟各向同性磁性粒子栖息策略和非支配个体突变策略, 来提高种群的多样性. 总之, 基于多样性相关策略的 DMOEA 有利于防止种群陷入局部最优, 但现有方法只是盲目地对环境变化进行响应, 容易给种群的收敛性带来负面影响.

2) 基于记忆策略的 DMOEA

基于记忆策略的 DMOEA 对进化过程中的历史最优解或其他有用信息进行存储, 当本次环境变化与某历史环境变化相同或者相似时, 使用存储的最优解或有用信息来提升新环境初始种群的质量. DINSGA-II[20] 对于与某历史变化完全相同或者相似的变化, 直接从对应非支配存档中随机选择个体引入新种群中, 并复制随机选择的非支配个体进行高斯干扰后再添加到新种群中. DCMOAIS[21] 采用不同概率对种群子集进行变异后作为克隆存档, 再把克隆存档和历史上相同或相似变化所对应重新初始化种群合并后选出新环境的初始种群. MNSGA-II[22] 包含搜索种群和主种群, 当环境发生变化时, 随机重新初始化搜索种群, 并更新存储非支配个体的记忆池, 然后从合并后的记忆池和主种群中选出新环境的初始种群. 总之, 基于记忆策略的 DMOEA 对于周期性问题可以取得良好的效果, 但是对于非周期性问题, 难以获得良好的收敛性.

3) 基于预测策略的 DMOEA

基于预测策略的 DMOEA 在环境变化时, 采用某种预测模型对种群进行重新初始化. FPS[23] 基于种群先前的最佳位置序列创建 AR 预测模型, 以快速追踪新环境中的 PS. PPS[11] 将种群分为中心和流形两个部分, 一方面基于增强现实模型预测下一时间步的新中心, 另一方面利用前两个时间步的流形预测下一时间步的新流形. GIPS[24] 通过记录每次环境变化初始时和种群自主进化一小段时间后, 种群中心点位置的前/后变化, 预测最优解的所在方向. OPMOEA/D[25] 利用前两个时间步的最优解集, 得到代表性的组合集, 通过正交分解预测模型, 对种群进行重新初始化. DDS[26] 基于带噪声的一阶差分预测模型, 对当前种群进行重新初始化. PDMOP[12] 对关联到相同参考点的个体建立时间序列, 并通过线性回归模型预测新环境的初始种群. SGEA[28] 在当前种群中利用最远第一选择, 得到新环境中的一半种群, 然后通过前两个时间步最优解的移动方向和步长预测, 产生新环境的另一半种群. MDP-PSO[29] 通过聚类方法选出前两个时间步多样性良好的代表性个体, 再通过构造多个时间序列模型预测多个进化方向. DMOEA-KF[27] 和 MOEA/D-SVR[30] 则分别利用卡尔曼滤波器和支持向量回归模型, 预测新环境的初始种群. MMP[31] 基于灰色预测模型, 重新初始化种群. 总之, 基于预测策略对于提高种群的收敛性具有较好的效果, 但严重依赖于所使用的预测数据和预测模型.

4) 基于机器学习策略的 DMOEA

基于机器学习策略的 DMOEA 在环境变化时, 使用预先训练好的机器学习模型, 对种群进行重新初始化. IM-MOEA/D[33] 和 Tr-DMOEA[34] 基于历史最优解集, 分别通过预先训练的逆模型和迁移学习模型, 对种群进行重新初始化. SVM-DMOEA[35] 则通过预先训练好的支持向量机, 对种群进行重新初始化. KT-DMOEA[36] 利用趋势预测模型, 通过非平衡迁移学习方法生成高质量的重新初始化种群. KL[37] 是一种新的知识学习策略进行变化响应, 通过学习先前搜索的经验来加快收敛速度. IT-DMOEA[38] 使用预搜索策略, 筛选具有更好多样性的高质量个体, 再应用基于个体的迁移学习来加快获得初始种群. 总之, 基于机器学习的策略为解决 DMOPs 开辟了新的思路, 但模型的训练周期通常较长, 算法的计算复杂度较高.

5) 基于混合策略的 DMOEA

基于混合策略的 DMOEA 在环境变化时, 混合多种不同的变化响应策略进行种群的重新初始化. PMS[39] 和 MOEA/D-HMPS[42] 均混合使用了预测策略和记忆策略. Dy-NSGA-II[40] 基于变化强度自适应采用局部搜索策略、随机初始化策略和记忆策略. CKPS[41] 基于问题的难易程度, 自适应采用预测策略和多样性引入策略. MOEA/D-MoE[43] 混合了多种预测策略和随机方式的多样性引入策略, 各种预测器之间的切换用门控网络进行管理. PBDMO[44] 首先使用线性预测模型、抽样策略和收缩策略生成三个不同的子种群, 然后选取其中的非支配个体作为新环境的初始种群. 基于区间相似度的动态区间多目标协同进化框架[45] 结合了决策变量分解策略、基于变化强度的预测策略和随机突变策略, 可快速跟踪新环境的 PF. AE[46] 通过基于深度学习的自动编码技术和预测策略来对种群进行重新初始化. DMOEA-DVC[47] 在动态响应部分, 将决策变量分

为相似、可预测和不可预测三类, 然后分别采用多样性维持策略、预测策略和多样性引入策略重新初始化种群. 总之, 基于混合策略的 DMOEA 有利于发挥不同变化响应策略的优势, 但部分混合策略不具有自适应功能, 部分具有自适应功能的策略则缺乏对每维决策变量进行针对性的变化响应.

2　算法设计

本节介绍 DMOEA-ACR 的整体框架、核心组成部分和算法的复杂性.

2.1　DMOEA-ACR 的整体框架

算法 1 为 DMOEA-ACR 的整体框架. 首先, 初始化大小为 N 的种群 P, 并将其非支配个体放在存档 A 中. P^l 和 A^l 在开始时分别用于记录初始种群 P 和存档 A, 后续则分别用于记录 $t-1$ 时间步的最优种群及对应存档. 如果环境没有发生变化, 则采用静态优化框架生成子代 O, 然后通过环境选择得到下一代新的种群 P, 并对存档 A 进行更新. 如果检测到环境变化, 首先采用变异方式或预测方式进行自适应变化响应, 得到新环境中的初始种群 P^r, 并将 t 时间步的最优种群及对应存档分别用 P^l 和 A^l 保存, 同时基于重新初始化的种群更新存档 A, 之后继续采用静态优化框架完成本轮迭代. 循环上述过程, 直到算法达到最终进化代数.

算法 1. DMOEA-ACR 的整体框架

输入. N (种群大小).

输出. P (种群).

1) 初始化种群 P, 存档 A;
2) $P^l = P$, $A^l = A$;
3) while 不满足算法终止条件 do;
4) if 检测到变化;
5) $P^r = \text{changeResponse}(P,\ P^l,\ A,\ A^l)$; //算法 2;
6) $P^l = P,\ A^l = A,\ P = P^r$;
7) $A = \text{updataArchive}(P,\ A)$; //算法 3;
8) end if;
9) 使用静态框架生成子代 O;
10) 使用环境选择生成种群 P;
11) $A = \text{updataArchive}(P,\ A)$; //算法 3;
12) end while.

2.2　自适应变化响应

动态多目标优化中, 当环境发生变化时, 需要通过变化响应对种群进行重新初始化, 以快速追踪新环境的 PS. 如图 1 所示, 设 P_t 为二维决策空间中 t 时间步最优种群, p_i 和 p_j 为 P_t 中的个体; P^r 为新环境初始种群, p_i^r 和 p_j^r 为 P^r 中分别与 p_i 和 p_j 对应的个体. 若 P^r 与 $t+1$ 时间步的真实帕累托最优解集 PS_{t+1} 重叠, 则说明此时发生了理论上最优的变化响应, 获得了理论上最优的重新初始化效果. 由于环境变化对种群中不同个体的影响不同, 通常情况下, P_t 与 PS_{t+1} 中的每对对应个体在每维决策变量上的距离几乎不可能相等. 为最大化种群重新初始化的效果, 变化响应时不同个体的变化方向及步长应该有所差异. 例如图 1 中, p_i 到 p_i^r 的变化方向与步长与 p_j 到 p_j^r 的变化方向与步长即明显不同. 由于个体的变化方向与步长最终由每维决策变量的变化决定, 故实现对不同个体差异化、效果最大化变化响应的核心, 在于对每个个体不同维度的决策变量进行针对性的变化响应.

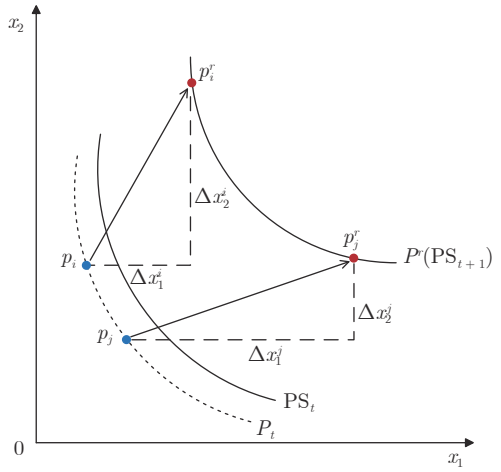


图 1　二维决策空间最理想情形下的重新初始化示意图

Fig. 1　Reinitialization illustration of the most ideal situation in 2D decision space

根据文献 [10, 50], 对于历史变化小的决策变量, 宜从多样角度进行变化响应; 而对于历史变化大的决策变量, 宜从收敛角度进行变化响应. 由于变异策略有利于提升重新初始化的多样性, 而预测策略有利于提升重新初始化的收敛性[23, 28, 51]. 此外, 由于连续两次环境变化之间具有较大的相关性, 文献 [11−12, 28, 41] 等均基于环境变化前两个时间步的相关信息进行变化响应. 为此, DMOEA-ACR 基于 t 时间步最优种群 P_t 和 $t-1$ 时间步最优种群 P_{t-1} 中, 每个个体、每维决策变量对应取值的差异自适应地为每个个体的每维决策变量选取变异策略或预测策略进行变化响应. 具体而言, 若 P_t 中某个体、某维决策变量的值与 P_{t-1} 中对应值的差的绝对值小于 P_t 和 P_{t-1} 中该维决策变量均值差的绝对值, 则采用变异策略对该个体的该维决策变量进行变化响应; 反之, 则采用预测策略对该个体的该维决策

变量进行变化响应.

图 2 展示了环境变化时, 两个不同个体第 j 维度决策变量自适应采用变异策略和预测策略进行变化响应的示意图. 设 x_j 和 x_j^l 分别为 P_t 和 P_{t-1} 中第 j 维决策变量的取值分布, $p_{i,\,j}$ 与 $p_{k,\,j}$ 分别为 P_t 中第 i 和第 k 个个体第 j 维决策变量的取值, $p_{i,\,j}^l$ 与 $p_{k,\,j}^l$ 分别为 P_{t-1} 中第 i 和第 k 个个体、第 j 维决策变量的取值. 由图 2 可知, $p_{k,\,j}$ 与 $p_{k,\,j}^l$ 差的绝对值小于 x_j 与 x_j^l 均值差的绝对值, 故采用变异策略生成对应的重新初始化值 $p_{k,\,j}^r$, 而 $p_{i,\,j}$ 与 $p_{i,\,j}^l$ 差的绝对值大于 x_j 与 x_j^l 均值差的绝对值, 故采用预测策略生成对应的重新初始化值 $p_{i,\,j}^r$.

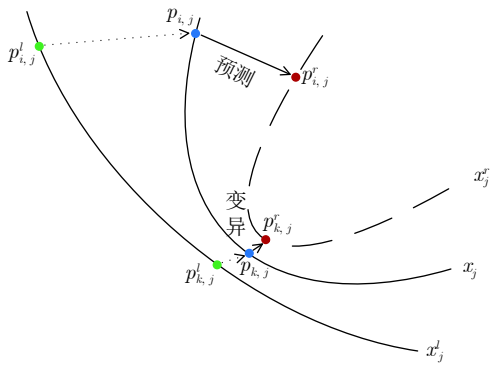


图 2 自适应变化响应示意图

Fig. 2 Illustration of adaptive change response

算法 2. 自适应变化响应的伪代码

输入. P (t 时间步最优种群)、P^l ($t-1$ 时间步最优种群)、A (t 时间步最优存档)、A^l ($t-1$ 时间步最优存档).

输出. P^r (重新初始化种群).

1) for $j = 1$ to n;

2) 计算 P 和 P^l 第 j 维决策变量均值差的绝对值 d_j;

3) end for;

4) 分别计算 A、A^l 的中心 ac、ac^l;

5) for $i = 1$ to N;

6) for $j = 1$ to n;

7) 计算 $p_{i,\,j}$ 和 $p_{i,\,j}^l$ 差的绝对值 $x_{i,\,j}$;

8) if $x_{i,\,j} < d_j$;

9) 使用多项式变异重新初始化 $p_{i,\,j}$;

10) else;

11) 计算 $p_{i,\,j}$ 与 ac_j 差的绝对值 $d_{p\_ac_{i,\,j}}$;

12) 计算 $p_{i,\,j}^l$ 与 ac_j^l 差的绝对值 $d_{p\_ac_{i,\,j}}^l$;

13) 使用式 (3) 采用预测策略重新初始化 $p_{i,\,j}$;

14) end if;

15) end for;

16) end for.

自适应变化响应的伪代码如算法 2 所示. 由于多项式变异采用局部扰动的方式对决策变量进行处理, 有利于增加种群的多样性[10], 算法 2 中直接采用多项式变异对历史变化程度相对较小的决策变量进行变化响应. 对于历史变化程度相对较大的决策变量, 则采用以下预测策略:

$$p_{i,\,j}^r = p_{i,\,j} + (ac_j - ac_j^l) + gaussian(0, |d_{p\_ac_{i,\,j}} - d_{p\_ac_{i,\,j}}^l|) \tag{3}$$

式中, $p_{i,\,j}$ 表示采用预测方式进行变化响应的第 i 个个体的第 j 维决策变量, $p_{i,\,j}^r$ 为 $p_{i,\,j}$ 重新初始化后的结果. ac_j 和 ac_j^l 分别为 t 时间步和 $t-1$ 时间步存档中心第 j 维决策变量的值. 由于高斯扰动函数有利于在预测过程中增大重新初始化后种群 P^r 覆盖新环境 PS 的可能性[28], 式 (3) 中引入了均值为 0, 标准差为 $|d_{p\_ac_{i,\,j}} - d_{p\_ac_{i,\,j}}^l|$ 的高斯扰动函数 $gaussian$. $d_{p\_ac_{i,\,j}}$ 和 $d_{p\_ac_{i,\,j}}^l$ 分别为第 j 维决策变量上 p_i 和 p_i^l 到各自对应存档中心 ac 和 ac^l 的距离, $|d_{p\_ac_{i,\,j}} - d_{p\_ac_{i,\,j}}^l|$ 表示第 i 个个体到存档中心的距离在两个时间步上的变化幅度. ac_j 的计算公式如下:

$$ac_j = \frac{1}{|A|}\sum_{a\in A} a_j \tag{4}$$

式中, a_j 为存档个体 a 的第 j 维变量, $|A|$ 为存档大小.

由于 P_t 和 P_{t-1} 中非支配个体集合的变化趋势有利于预测环境变化后种群最优解集的分布位置[41], 且存储非支配个体的存档中最具代表性的个体即为存档中心 ac, 因此当环境发生变化时, 基于 t 时间步和 $t-1$ 时间步存档中心 ac 和 ac^l 的预测, 有利于重新初始化后的种群向新环境中的 PS 靠拢, 从而提升种群的收敛性, 提高预测质量.

图 3 为二维决策空间中基于存档中心进行预测策略的示意图. 其中, P_t 和 P_{t-1} 分别为 t 时间步和 $t-1$ 时间步的最优种群, ac 和 ac^l 分别为 P_t 和 P_{t-1} 所对应非支配个体存档的中心, P^r 为重新初始化后种群. P_i 为 P_t 中的某个体, p_i^l 和 p_i^r 分别为与 P_i 对应的 P_{t-1} 和 P^r 中的个体. 设 p_i 的决策变量 x_1 和 x_2 均需采用预测方式进行变化响应, 图 3 中 Δx_1^r 和 Δx_2^r 即分别为重新初始化后在决策变量 x_1 和 x_2 上的变化幅度.

2.3 更新存档

算法 3. 更新存档

输入. P (种群)、A (存档).

输出. A (更新后的存档).

1) for $k = 1$ to $|A|$;

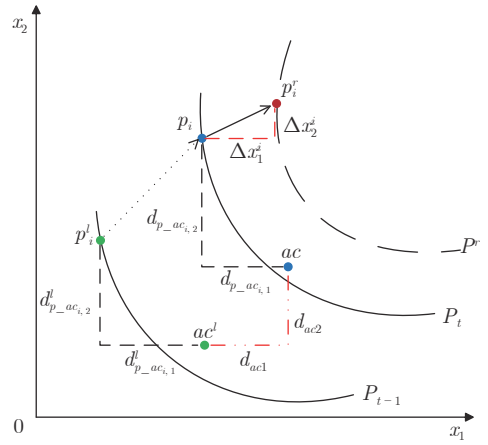


图 3　基于存档中心进行预测策略示意图

Fig. 3　Illustration of prediction strategy based on the central of archive

2) for $i = 1$ to N;

3) if $|A|<N$ //存档空间尚有剩余;

4) if p_i 和 a_k 互相非支配;

5) $A = A \cup p_i$;

6) else if p_i 支配 a_k;

7) $a_k = p_i$;

8) end if;

9) else //存档空间已满;

10) if p_i 和 a_k 互相非支配且 $F(p_i) \leq F(a_k)$, 或 p_i 支配 a_k;

11) $a_k = p_i$;

12) break;

13) end if;

14) end if;

15) end for;

16) end for.

伴随环境的变化以及种群的进化, 需要对存档内容进行及时更新, 以更好地引导种群的进化方向, 提升重新初始化过程中预测策略的准确性. DMOEA-ACR 中, 在每次重新初始化和每次环境选择后, 都对非支配个体存档进行更新操作, 如算法 3 所示. 其中, 存档大小设为与种群大小一致. 当存档空间尚有剩余时, 若种群中的某个体 p_i 与存档中的某个体 a_k 互相非支配, 则将个体 p_i 直接加入存档中; 若 p_i 支配 a_k, 则用 p_i 替换 a_k. 当存档空间已满时, 若 p_i 与 a_k 互相非支配且 p_i 的适应度值小于等于 a_k, 或 p_i 支配 a_k, 则用 p_i 替换 a_k. 个体适应度值即种群中支配该个体的其他个体的数目定义如下:

$$F(p_i) = |\{j \in P | p_j \prec p_i\}| \tag{5}$$

式中, $|\cdot|$表示集合的基数.

2.4　时间复杂度分析

DMOEA-ACR 包括动态响应和静态优化两大组成部分. 动态响应部分主要包括变化响应策略选择、种群重新初始化以及存档更新. 变化响应策略选择涉及到对 t 时间步和 $t-1$ 时间步最优种群中, 每个个体、每维决策变量对应差值的计算. 时间复杂度为 $\mathrm{O}(Nn)$, 其中 N 是种群大小, n 是决策变量维度. 多项式变异的时间复杂度为 $\mathrm{O}(Nn)$, 式 (3) 对应预测策略的时间复杂度为 $\mathrm{O}(Nn)$, 故种群重新初始化的时间复杂度为 $\mathrm{O}(Nn)$. 算法 3 存档更新的时间复杂度为 $\mathrm{O}(N^2)$. 综上, 动态响应的时间复杂度为 $\max(\mathrm{O}(N^2),\ \mathrm{O}(Nn))$. 静态优化部分的时间复杂度由所采用的静态优化框架决定, 通常为 $\mathrm{O}(mN^2)$[28, 43], m 是目标维度. 由此可见, DMOEA-ACR 总的时间复杂度由其所采用的静态框架决定.

3　实验设计与结果分析

本节将 DMOEA-ACR 与其他 6 个先进的 DMOEA 方法, 在最新的 DMOPs 公开测试问题集上进行对比, 对 DMOEA-ACR 的性能进行验证. 此外, 分别通过与其他分类方式和预测策略的对比, 对 DMOEA-ACR 中自适应变化响应的分类方式和预测策略的有效性进行独立验证.

3.1　实验设计

1) 测试问题

SDP 测试问题集[6] 和 DF 测试问题集[5] 是目前公开的最新且难度最大的 DMOPs 测试问题集. SDP 包括 15 个基准问题, 其中 SDP13-15 为五目标的超多目标优化问题, 本文不进行讨论. SDP1-12 除了可以是五目标问题外, 还可以是 2 目标问题或 3 目标问题, 本文选取 SDP1-12 的 2 目标和 3 目标问题进行讨论. SDP1、SDP3、SDP7、SDP11、SDP12 的 PS 随时间变化, 其 PF 则不变, 剩余 SDP 问题的 PS 和 PF 都随时间发生变化. DF 包括 14 个基准问题, 其中 DF1 ~ DF9 是 2 目标问题, DF10 ~ DF14 是 3 目标问题. DF2 的 PF 不随时间发生变化, PS 随时间改变, 其余 DF 问题的 PS 和 PF 都随时间变化而变化.

2) 对比算法

与 DMOEA-ACR 进行对比的 6 个先进 DMOEAs 分别为: NSGA-II 算法的两个动态版本 DNSGA-II-A 和 DNSGA-II-B[10], 两者分别使用随机初始化和变异策略引入多样性进行动态响应; 基于卡尔曼滤波器的算法 MOEA/D-KF[27] 使用卡尔曼滤波器通过预测方式进行动态响应; 基于稳态世代的

进化算法 SGEA[28] 在变化响应时, 重用一半旧个体并利用预测策略生成另一半个体; 基于迁移学习的算法 Tr-DMOEA[34] 通过迁移学习重用过去的经验进行变化响应; 基于专家混合框架的算法 MOEA/D-MoE[43] 利用多种预测机制改善整体预测.

3) 评价指标

修正的反向世代距离 (Modified inverted generational distance, MIGD)[11] 是一段时间内反向世代距离 (Inverted generational distance, IGD)[52] 的平均值, 是动态多目标优化领域常用的评价指标, MIGD 值越小, 说明算法所得到的 PF 的收敛性和多样性越好, 定义如下:

$$\mathrm{MIGD}=\frac{1}{|T|}\sum_{t\in T}\mathrm{IGD}(PF_t,\,PF_t^*) \tag{6}$$

式中, T 是算法运行中的一组离散时间点, $|T|$ 是 T 的基数. IGD 通过度量真实 PF 与算法所获得 PF 之间的接近程度来评价算法的收敛性和多样性, IGD 指标定义如下:

$$\mathrm{IGD}(PF_t,\,PF_t^*)=\frac{\Sigma_{v\in PF_t}d(v,\,PF_t^*)}{|PF_t|} \tag{7}$$

式中, PF_t 是 t 时间步的标准 PF, PF_t^* 是 t 时间步算法所获得的 PF. $d(v,\,PF_t^*)=\min_{u\in PF^*}\|F(v)-F(u)\|$ 是 PF_t 上的个体 v 和 PF_t^* 中距离 v 最近的个体之间的欧氏距离.

4) 静态框架与参数设置

静态优化部分采用与 SGEA 相同的优化框架, 各对比算法独有的参数与原始论文设置保持一致. 对于其他公共参数, 为实验的公平性, 统一参照动态多目标优化研究领域的通常做法, 设置如下:

a) 设置种群大小 N 为 100, 决策变量维度为 10;

b) 设置变化频率 τ_t 为 10, 变化严重程度 n_t 为 10;

c) 算法每次运行 $30\,\tau_t+50$ 代, 其中前 50 代目标函数不发生变化;

d) 每个算法在每个测试问题上独立运行 20 次.

3.2 实验结果与分析

基于所有测试问题上所获得的 MIGD 均值和标准差, 采用 Wilcoxon 秩和检验[53] 方法, 对 DMOEA-ACR 与 6 个对比算法的性能进行衡量. 实验结果见表 1、表 2. 表中最优值用粗体突显, 并使用符号“+”、“−”、“≈”分别表示对比算法的性能在 5% 的显著水平上优于、劣于、约等于 DMOEA-ACR.

表 1 列出了 SDP 测试问题上 MIGD 的指标统计结果, 其中 M 表示目标函数的个数. 从表中可见, DMOEA-ACR 在绝大部分 SDP 问题上表现出优

表 1 DNSGA-II-A、DNSGA-II-B、MOEA/D-KF、SGEA、Tr-DMOEA、MOEA/D-MoE 和 DMOEA-ACR 在 SDP 上获得的 MIGD 均值和标准差

Table 1 The mean and standard deviation of MIGD of DNSGA-II-A, DNSGA-II-B, MOEA/D-KF, SGEA, Tr-DMOEA, MOEA/D-MoE, and DMOEA-ACR were obtained on SDP

问题集	评价指标	DNSGA-II-A	DNSGA-II-B	MOEA/D-KF	SGEA	Tr-DMOEA	MOEA/D-MoE	DMOEA-ACR
SDP1 (2 目标)	均值	2.03×10^{-2}	2.01×10^{-2}	6.69×10^{-1}	1.66×10^{-2}	2.53×10^{-1}	5.78×10^{-1}	$\mathbf{1.65\times10^{-2}}$
	标准差	6.73×10^{-3} (−)	5.34×10^{-3} (−)	2.61×10^{-3} (−)	5.12×10^{-3} (≈)	2.65×10^{-2} (−)	3.13×10^{-4} (−)	$\mathbf{3.67\times10^{-3}}$
SDP1 (3 目标)	均值	2.26×10^{-1}	2.32×10^{-1}	7.74×10^{-1}	1.40×10^{-1}	1.44×10^{-1}	7.46×10^{-1}	$\mathbf{1.32\times10^{-1}}$
	标准差	3.02×10^{-3} (−)	6.78×10^{-3} (−)	6.35×10^{-3} (−)	4.74×10^{-3} (−)	7.32×10^{-2} (−)	2.14×10^{-3}) (−)	$\mathbf{5.44\times10^{-3}}$
SDP2 (2 目标)	均值	1.75×10^{-2}	$\mathbf{1.74\times10^{-2}}$	4.38×10^{-2}	1.00×10^{0}	4.93×10^{0}	3.23×10^{-2}	1.14×10^{-1}
	标准差	7.58×10^{-3} (+)	$\mathbf{7.05\times10^{-3}}$ **(+)**	4.34×10^{-3} (+)	3.17×10^{-3} (−)	5.43×10^{-1} (−)	8.38×10^{-3} (+)	4.35×10^{-3}
SDP2 (3 目标)	均值	2.87×10^{-1}	3.60×10^{-1}	3.36×10^{-1}	9.23×10^{-1}	4.80×10^{-1}	3.34×10^{-1}	$\mathbf{2.42\times10^{-1}}$
	标准差	7.18×10^{-3} (−)	8.31×10^{-3} (−)	7.67×10^{-4} (−)	1.59×10^{-2} (−)	6.61×10^{-2} (−)	1.39×10^{-3} (−)	$\mathbf{7.12\times10^{-3}}$
SDP3 (2 目标)	均值	1.76×10^{0}	1.81×10^{-1}	$\mathbf{6.37\times10^{-2}}$	2.07×10^{-1}	$1.45\times10^{+1}$	4.58×10^{-1}	4.74×10^{0}
	标准差	6.74×10^{-2} (+)	3.97×10^{-2}) (+)	$\mathbf{4.18\times10^{-3}}$ **(+)**	2.04×10^{-3} (+)	3.41×10^{-1} (+)	1.30×10^{-3} (+)	6.38×10^{-2}
SDP3 (3 目标)	均值	7.01×10^{0}	8.51×10^{0}	8.54×10^{-1}	3.74×10^{-1}	$\mathbf{2.36\times10^{-1}}$	5.47×10^{-1}	3.33×10^{0}
	标准差	8.34×10^{-2} (−)	7.37×10^{-2} (−)	1.43×10^{-2} (+)	3.55×10^{-3} (+)	$\mathbf{3.67\times10^{-2}}$ **(+)**	4.42×10^{-3} (+)	8.53×10^{-2}
SDP4 (2 目标)	均值	1.14×10^{-1}	7.86×10^{-2}	5.63×10^{-2}	5.56×10^{-2}	3.65×10^{0}	5.54×10^{-2}	$\mathbf{5.08\times10^{-2}}$
	标准差	6.19×10^{-3} (−)	3.07×10^{-2} (−)	1.01×10^{-3} (−)	4.76×10^{-3} (−)	4.09×10^{-1} (−)	3.61×10^{-3} (−)	$\mathbf{5.03\times10^{-3}}$
SDP4 (3 目标)	均值	2.44×10^{-1}	2.26×10^{-1}	1.81×10^{-1}	1.95×10^{-1}	1.74×10^{-1}	1.79×10^{-1}	$\mathbf{1.69\times10^{-1}}$
	标准差	5.08×10^{-3} (−)	7.48×10^{-2} (−)	3.28×10^{-3} (−)	2.43×10^{-3} (−)	5.48×10^{-2} (−)	2.71×10^{-2} (−)	$\mathbf{8.25\times10^{-3}}$
SDP5 (2 目标)	均值	9.40×10^{-2}	6.27×10^{-1}	9.74×10^{-2}	7.19×10^{-1}	8.35×10^{-1}	9.86×10^{-2}	$\mathbf{6.81\times10^{-3}}$
	标准差	4.21×10^{-3} (−)	8.05×10^{-3}) (−)	4.07×10^{-3} (−)	2.79×10^{-2} (−)	7.87×10^{-3} (−)	4.37×10^{-4} (−)	$\mathbf{4.92\times10^{-4}}$
SDP5 (3 目标)	均值	1.41×10^{-1}	5.24×10^{-1}	1.54×10^{-1}	8.68×10^{-2}	1.46×10^{-1}	1.50×10^{-1}	$\mathbf{6.38\times10^{-2}}$
	标准差	6.08×10^{-2} (−)	3.43×10^{-2} (−)	7.81×10^{-3} (−)	7.15×10^{-3} (−)	6.43×10^{-2} (−)	7.61×10^{-3} (−)	$\mathbf{6.06\times10^{-3}}$
SDP6 (2 目标)	均值	2.47×10^{-2}	3.14×10^{-2}	2.45×10^{-2}	8.56×10^{-2}	4.28×10^{-1}	2.41×10^{-2}	$\mathbf{4.26\times10^{-3}}$
	标准差	1.53×10^{-3} (−)	5.92×10^{-3} (−)	3.69×10^{-3} (−)	2.72×10^{-3} (−)	5.97×10^{-3} (−)	5.81×10^{-3} (−)	$\mathbf{7.43\times10^{-4}}$
SDP6 (3 目标)	均值	1.61×10^{-1}	1.79×10^{-1}	1.03×10^{-1}	5.38×10^{-2}	6.60×10^{-1}	5.33×10^{-2}	$\mathbf{5.17\times10^{-2}}$
	标准差	6.44×10^{-2} (−)	6.45×10^{-2} (−)	6.61×10^{-3} (−)	6.05×10^{-3} (−)	6.06×10^{-3} (−)	3.86×10^{-2} (−)	$\mathbf{5.86\times10^{-3}}$

表 1　DNSGA-II-A、DNSGA-II-B、MOEA/D-KF、SGEA、Tr-DMOEA、MOEA/D-MoE 和 DMOEA-ACR 在 SDP 上获得的 MIGD 均值和标准差 (续表)

Table 1　The mean and standard deviation of MIGD of DNSGA-II-A, DNSGA-II-B, MOEA/D-KF, SGEA, Tr-DMOEA, MOEA/D-MoE, and DMOEA-ACR were obtained on SDP (continued table)

问题集	评价指标	DNSGA-II-A	DNSGA-II-B	MOEA/D-KF	SGEA	Tr-DMOEA	MOEA/D-MoE	DMOEA-ACR
SDP7 (2 目标)	均值	5.15×10^{-2}	$\mathbf{2.96 \times 10^{-2}}$	3.49×10^{-1}	2.67×10^{-1}	8.12×10^{-1}	3.11×10^{-1}	2.15×10^{-1}
	标准差	2.46×10^{-3} (+)	$\mathbf{7.28 \times 10^{-3}}$ **(+)**	3.54×10^{-3} (−)	6.73×10^{-3} (−)	3.78×10^{-3} (−)	6.65×10^{-3} (−)	1.68×10^{-2}
SDP7 (3 目标)	均值	2.41×10^{-1}	2.87×10^{-1}	3.76×10^{-1}	2.59×10^{-1}	3.71×10^{-1}	3.55×10^{-1}	$\mathbf{2.24 \times 10^{-1}}$
	标准差	3.12×10^{-3} (−)	8.30×10^{-2} (−)	5.71×10^{-3} (−)	2.72×10^{-2} (−)	4.97×10^{-2} (−)	8.36×10^{-2} (−)	$\mathbf{5.11 \times 10^{-3}}$
SDP8 (2 目标)	均值	1.40×10^{-1}	1.56×10^{-1}	1.15×10^{-1}	1.27×10^{-1}	2.77×10^{-1}	1.07×10^{-1}	$\mathbf{3.14 \times 10^{-2}}$
	标准差	6.12×10^{-2} (−)	6.91×10^{-3} (−)	1.31×10^{-3} (−)	4.95×10^{-3} (−)	5.62×10^{-2} (−)	1.63×10^{-3} (−)	$\mathbf{4.26 \times 10^{-3}}$
SDP8 (3 目标)	均值	3.45×10^{-1}	2.97×10^{-1}	1.36×10^{-1}	1.21×10^{-1}	1.39×10^{-1}	$\mathbf{1.03 \times 10^{-1}}$	1.29×10^{-1}
	标准差	8.76×10^{-2} (−)	3.58×10^{-3} (−)	4.87×10^{-3} (−)	6.82×10^{-3} (+)	9.61×10^{-2} (−)	$\mathbf{4.73 \times 10^{-3}}$ **(+)**	6.43×10^{-3}
SDP9 (2 目标)	均值	8.95×10^{-2}	6.67×10^{-1}	1.64×10^{-1}	2.45×10^{-1}	1.35×10^{-1}	1.56×10^{-1}	$\mathbf{8.13 \times 10^{-2}}$
	标准差	7.09×10^{-3} (−)	5.94×10^{-3} (−)	8.52×10^{-4} (−)	2.06×10^{-3} (−)	3.25×10^{-2} (−)	6.23×10^{-3} (−)	$\mathbf{7.92 \times 10^{-3}}$
SDP9 (3 目标)	均值	4.01×10^{-1}	3.67×10^{-1}	4.93×10^{-1}	3.61×10^{-1}	4.28×10^{-1}	4.45×10^{-1}	$\mathbf{3.60 \times 10^{-1}}$
	标准差	8.98×10^{-3} (−)	4.08×10^{-3} (−)	6.03×10^{-3} (−)	3.74×10^{-2} (≈)	4.56×10^{-2} (−)	9.13×10^{-3} (−)	$\mathbf{8.03 \times 10^{-2}}$
SDP10 (2 目标)	均值	8.67×10^{-2}	1.15×10^{-1}	9.39×10^{-2}	2.23×10^{-1}	2.35×10^{0}	9.19×10^{-2}	$\mathbf{2.21 \times 10^{-2}}$
	标准差	7.72×10^{-2} (−)	8.31×10^{-2} (−)	4.94×10^{-3} (−)	1.75×10^{-2} (≈)	3.74×10^{-1} (−)	7.02×10^{-4} (−)	$\mathbf{1.67 \times 10^{-3}}$
SDP10 (3 目标)	均值	3.05×10^{-1}	2.56×10^{-1}	1.85×10^{-1}	4.51×10^{-1}	3.48×10^{-1}	1.79×10^{-1}	$\mathbf{1.74 \times 10^{-1}}$
	标准差	5.73×10^{-2} (−)	9.76×10^{-2} (−)	6.51×10^{-3} (−)	8.06×10^{-2} (−)	7.43×10^{-2} (−)	3.63×10^{-3} (−)	$\mathbf{3.58 \times 10^{-3}}$
SDP11 (2 目标)	均值	1.61×10^{-2}	$\mathbf{7.40 \times 10^{-3}}$	3.02×10^{-2}	3.36×10^{-2}	9.18×10^{-1}	2.43×10^{-2}	1.36×10^{-2}
	标准差	6.36×10^{-3} (−)	$\mathbf{7.67 \times 10^{-4}}$ **(+)**	3.14×10^{-3} (−)	6.91×10^{-3} (−)	3.64×10^{-3} (−)	3.26×10^{-3} (−)	8.16×10^{-3}
SDP11 (3 目标)	均值	1.49×10^{-1}	1.23×10^{-1}	9.77×10^{-2}	1.47×10^{-1}	8.98×10^{-2}	9.57×10^{-2}	$\mathbf{8.77 \times 10^{-2}}$
	标准差	7.48×10^{-3} (−)	5.98×10^{-2} (−)	2.81×10^{-2} (−)	1.08×10^{-2} (−)	6.05×10^{-3} (−)	5.15×10^{-3} (−)	$\mathbf{9.65 \times 10^{-3}}$
SDP12 (2 目标)	均值	2.20×10^{-2}	2.52×10^{-2}	9.16×10^{-3}	4.11×10^{-3}	8.09×10^{-2}	6.38×10^{-3}	$\mathbf{4.04 \times 10^{-3}}$
	标准差	4.03×10^{-3} (−)	3.08×10^{-3} (−)	2.78×10^{-3} (−)	5.38×10^{-2} (−)	4.65×10^{-2} (−)	8.83×10^{-4} (−)	$\mathbf{2.17 \times 10^{-4}}$
SDP12 (3 目标)	均值	2.22×10^{-1}	2.15×10^{-1}	8.66×10^{-2}	9.97×10^{-2}	7.66×10^{-2}	8.13×10^{-2}	$\mathbf{7.63 \times 10^{-2}}$
	标准差	8.66×10^{-2} (−)	6.79×10^{-2} (−)	3.59×10^{-3} (−)	7.02×10^{-2} (−)	6.93×10^{-2} (−)	4.16×10^{-3} (−)	$\mathbf{5.63 \times 10^{-4}}$
“+/−/≈”合计		3/21/0	4/20/0	3/21/0	3/18/3	2/22/0	4/20/0	

于其他算法的性能, 说明 DMOEA-ACR 的自适应变化响应方式及采用的变异和预测策略具有优异的总体效用. SDP1 的 PF 不变而 PS 随时间变化且难以预测, DMOEA-ACR 在该问题上获得了最优值, 说明结合了变异和预测策略的自适应算法更加健壮, 相比其他算法能够更好地适应这类问题. DNSGA-II-B 在 SDP2、SDP7 和 SDP11 (2 目标) 问题上的表现比 DMOEA-ACR 好, 原因在于 DNSGA-II-B 引入了较多高度突变的个体, 使得在 SDP2、SDP7 和 SDP11 (2 目标) 问题的 PF 上分布更为均匀, 有利于提升种群的多样性. MOEA/D-KF 的卡尔曼滤波器预测模型对预测进行了误差反馈矫正, 适合处理 PF 具有不同弯曲程度的 SDP3 (2 目标) 问题, 从而使 MOEA/D-KF 在该问题上获得了最好的表现. 但对于 PF 更为弯曲的 SDP3 (3 目标) 问题, Tr-DMOEA 通过迁移学习取得了最好的表现. SDP4 ~ 6 具有变量相关性且其 PS 和 PF 都随时间发生变化, 同时其 PF 还具有时变多模态特点, DMOEA-ACR 在该问题上获得最优值的原因, 是结合了变异和预测策略的自适应算法通过针对性对决策变量进行重新初始化, 可较快速准确地追踪变化后的 PF. MOEA/D-MoE 在 SDP8 (3 目标) 问题上表现最好, 原因在于其利用了多种预测机制, 能够更好地处理 PF 多孔不连续的 SDP8 (3 目标) 问题. SDP9、SDP10、SDP11 和 SDP12 的 PF 具有可退化的特点, DMOEA-ACR 自适应变异和预测的策略同样可以很好地处理这类问题.

表 2 列出了 DF 测试问题集上 MIGD 指标的统计结果. 可以看出, DMOEA-ACR 在绝大部分 DF 问题上表现出优于其他算法的性能. Tr-DMOEA 在 DF2 测试问题集上获得了最好表现, 原因在于 Tr-DMOEA 考虑了数据的非独立性和相同分布性, 通过迁移学习, 将不同概率分布的解映射到潜在的可行区域, 可以更好地处理 PS 变量相关而 PF 不变的 DF2 问题. 在 DF6 和 DF7 测试问题集上, DNSGA-II-A 获得了最好表现, 原因是 DF6 和 DF7 的 PF 形状会随时间缩小或放大, 且缩/放比例不固定, DNSGA-II-A 通过引入较多的随机个体, 改善了种群多样性.

为更直观地展示各算法在不同环境中的综合性能, 图 4 展示了各算法在部分代表性测试问题集上的 log(IGD) 均值变化曲线. 由于 Tr-DMOEA 的 log(IGD) 均值变化非常大, 图 4 未列出其变化曲线. 其中, SDP1 的 PF 不变、PS 随时间变化且难以预测; SDP5 的 PS 和 PF 都随时间变化且其决策变量具有可变链接和局部拐点区域, 同时其 PF 的尺

表 2 DNSGA-II-A、DNSGA-II-B、MOEA/D-KF、SGEA、Tr-DMOEA、MOEA/D-MoE 和 DMOEA-ACR 在 DF 上获得的 MIGD 均值和标准差

Table 2 The mean and standard deviation of MIGD of DNSGA-II-A, DNSGA-II-B, MOEA/D-KF, SGEA, Tr-DMOEA, MOEA/D-MoE, and DMOEA-ACR were obtained on DF

问题集	评价指标	DNSGA-II-A	DNSGA-II-B	MOEA/D-KF	SGEA	Tr-DMOEA	MOEA/D-MoE	DMOEA-ACR
DF1 (2 目标)	均值	3.31×10^{-2}	4.24×10^{-2}	1.85×10^{-2}	1.22×10^{-2}	6.42×10^{-2}	1.54×10^{-2}	$\mathbf{9.15 \times 10^{-3}}$
	标准差	8.35×10^{-3} (−)	3.91×10^{-3} (−)	4.47×10^{-3} (−)	1.38×10^{-3} (−)	3.34×10^{-3} (−)	3.97×10^{-3} (−)	$\mathbf{3.67 \times 10^{-3}}$
DF2 (2 目标)	均值	5.75×10^{-3}	5.76×10^{-3}	3.81×10^{-2}	1.22×10^{-1}	$\mathbf{5.46 \times 10^{-3}}$	3.10×10^{-2}	5.80×10^{-2}
	标准差	7.61×10^{-4} (+)	2.08×10^{-4} (+)	5.02×10^{-3} (+)	2.76×10^{-2} (−)	$\mathbf{5.21 \times 10^{-3}}$ **(+)**	5.23×10^{-3} (+)	7.85×10^{-3}
DF3 (2 目标)	均值	9.48×10^{-2}	1.48×10^{-1}	2.85×10^{-2}	2.61×10^{-1}	3.90×10^{-1}	2.10×10^{-2}	$\mathbf{1.99 \times 10^{-2}}$
	标准差	5.32×10^{-3} (−)	7.35×10^{-3} (−)	3.32×10^{-3} (−)	4.58×10^{-2} (−)	7.31×10^{-3} (−)	7.52×10^{-3} (−)	$\mathbf{3.20 \times 10^{-3}}$
DF4 (2 目标)	均值	2.78×10^{-1}	3.81×10^{-1}	9.85×10^{-2}	5.56×10^{-2}	8.67×10^{-1}	9.09×10^{-2}	$\mathbf{2.89 \times 10^{-2}}$
	标准差	7.38×10^{-2} (−)	2.79×10^{-2} (−)	4.59×10^{-3} (−)	7.88×10^{-3} (−)	6.82×10^{-2} (−)	2.81×10^{-3} (−)	$\mathbf{5.19 \times 10^{-3}}$
DF5 (2 目标)	均值	8.05×10^{-2}	8.11×10^{-2}	2.20×10^{-2}	1.45×10^{-2}	2.99×10^{-2}	2.13×10^{-2}	$\mathbf{9.32 \times 10^{-3}}$
	标准差	6.39×10^{-2} (−)	5.65×10^{-3} (−)	4.03×10^{-3} (−)	4.31×10^{-3} (−)	4.34×10^{-3} (−)	1.24×10^{-3} (−)	$\mathbf{6.01 \times 10^{-4}}$
DF6 (2 目标)	均值	$\mathbf{2.33 \times 10^{-1}}$	2.40×10^{-1}	5.04×10^{0}	1.51×10^{0}	5.32×10^{0}	2.98×10^{0}	1.14×10^{0}
	标准差	$\mathbf{8.01 \times 10^{-3}}$ **(+)**	8.18×10^{-3} (+)	9.92×10^{-2} (−)	8.39×10^{-2} (−)	7.31×10^{-1} (−)	7.68×10^{-1} (−)	4.23×10^{-1}
DF7 (2 目标)	均值	$\mathbf{1.56 \times 10^{-2}}$	1.85×10^{-2}	3.66×10^{-2}	2.08×10^{-1}	6.54×10^{0}	3.72×10^{-2}	1.57×10^{-2}
	标准差	$\mathbf{4.33 \times 10^{-3}}$ **(≈)**	6.02×10^{-3} (−)	6.39×10^{-3} (−)	5.04×10^{-3} (−)	5.37×10^{-1} (−)	2.29×10^{-3} (−)	3.67×10^{-3}
DF8 (2 目标)	均值	8.82×10^{-2}	8.17×10^{-2}	7.94×10^{-2}	2.07×10^{-2}	2.85×10^{-1}	7.73×10^{-2}	$\mathbf{1.70 \times 10^{-2}}$
	标准差	7.13×10^{-2} (−)	7.14×10^{-3} (−)	3.68×10^{-3} (−)	5.98×10^{-3} (−)	6.81×10^{-2} (−)	6.64×10^{-3} (−)	$\mathbf{5.68 \times 10^{-3}}$
DF9 (2 目标)	均值	7.82×10^{-2}	8.69×10^{-2}	9.52×10^{-2}	2.57×10^{-1}	5.33×10^{-1}	7.09×10^{-2}	$\mathbf{6.87 \times 10^{-2}}$
	标准差	9.75×10^{-3} (−)	9.98×10^{-3} (−)	7.87×10^{-3} (−)	6.30×10^{-2} (−)	2.76×10^{-2} (−)	5.31×10^{-2} (−)	$\mathbf{4.97 \times 10^{-3}}$
DF10 (3 目标)	均值	2.88×10^{-1}	2.76×10^{-1}	1.80×10^{-1}	1.19×10^{-1}	8.51×10^{-1}	1.86×10^{-1}	$\mathbf{1.05 \times 10^{-1}}$
	标准差	8.10×10^{-3} (−)	6.31×10^{-3} (−)	3.51×10^{-2} (−)	5.26×10^{-2} (−)	8.61×10^{-2} (−)	2.21×10^{-2} (−)	$\mathbf{8.18 \times 10^{-2}}$
DF11 (3 目标)	均值	5.77×10^{-1}	5.80×10^{-1}	1.53×10^{-1}	8.20×10^{-2}	6.53×10^{-2}	1.50×10^{-1}	$\mathbf{6.38 \times 10^{-2}}$
	标准差	7.57×10^{-2} (−)	3.59×10^{-3} (−)	4.06×10^{-2}) (−)	3.14×10^{-2} (−)	4.05×10^{-2} (−)	(3.72×10^{-3}) (−)	$\mathbf{5.07 \times 10^{-3}}$
DF12 (3 目标)	均值	2.18×10^{-1}	2.34×10^{-1}	1.41×10^{-1}	1.47×10^{-1}	4.25×10^{-1}	1.00×10^{-1}	$\mathbf{9.49 \times 10^{-2}}$
	标准差	8.61×10^{-2} (−)	2.36×10^{-2} (−)	3.38×10^{-2} (−)	2.78×10^{-2} (−)	7.63×10^{-3} (−)	6.98×10^{-2} (−)	$\mathbf{6.53 \times 10^{-3}}$
DF13 (3 目标)	均值	1.80×10^{-1}	1.87×10^{-1}	2.79×10^{-1}	1.28×10^{-1}	1.37×10^{0}	2.68×10^{-1}	$\mathbf{1.15 \times 10^{-1}}$
	标准差	5.32×10^{-2} (−)	8.95×10^{-2} (−)	5.72×10^{-2} (−)	6.52×10^{-2} (−)	2.71×10^{-1} (−)	1.25×10^{-2} (−)	$\mathbf{4.38 \times 10^{-2}}$
DF14 (3 目标)	均值	1.35×10^{-1}	1.22×10^{-1}	6.91×10^{-2}	5.19×10^{-2}	1.15×10^{0}	6.88×10^{-2}	$\mathbf{4.28 \times 10^{-2}}$
	标准差	5.31×10^{-2} (−)	4.32×10^{-2} (−)	3.31×10^{-2} (−)	4.06×10^{-2} (−)	3.59×10^{-2} (−)	5.81×10^{-2} (−)	$\mathbf{5.56 \times 10^{-3}}$
“+/−/≈”合计		2/11/1	2/12/0	1/13/0	0/14/0	1/13/0	1/13/0	

寸大小具有动态特性; SDP6 的 PS 和 PF 也随时间变化, 且其 PF 具有多模态特性; DF3 具有随时间变化的凹凸形 PF 且其决策变量具有相关性; DF5 的 PS 和 PF 都随时间变化, 其 PF 形状有时为线性, 有时包含若干局部凹凸的段; DF8 的 PS 随时间变化且难以估计, 其 PF 形状则在凹凸之间切换且包含拐点区域. 由图 4 可以看出, 在绝大部分变化发生后, DMOEA-ACR 均具有最好的追踪能力, 获得了最佳综合性能.

图 5 和图 6 为 DMOEA-ACR 与 6 个对比算法在部分代表性测试问题集上, 在每个时间步获得的最优 PF 与真实 PF 的对比图. 其中, 横坐标和纵坐标分别表示目标函数 $f1$ 和 $f2$ 的变化周期. 图中的 PF(t) 表示 t 时间步的 PF 值. 由图 5、图 6 可以看出, 相比其他算法, DMOEA-ACR 具有更好的收敛性和多样性.

此外, 使用弗里德曼检验[54], 根据 MIGD 均值对 DMOEA-ACR 与 6 个对比算法进行比较, 检验在 5% 显著水平上是否存在显著差异, 并按秩和对算法进行排名. 表 3 和表 4 展示了各算法分别在 SDP 和 DF 测试问题集上的整体性能. 可以看出, DMOEA-ACR 在多个问题上排名第 1 且总排名排第 1, 说明 DMOEA-ACR 的整体性能最优.

3.3 算法组成部分分析

DMOEA-ACR 的核心组成部分包括根据决策变量的变化差异自适应选择变化响应策略和基于存档中心的预测策略. 本节对这两个组成部分的有效性进行验证.

针对自适应选择变化响应策略的有效性, 设计 3 个不同的对比算法, 分别取名 DMOEA-ACR-D1、DMOEA-ACR-D2 和 DMOEA-ACR-D3. 除变化响应策略的选择方式不同, 这 3 个算法的其他部分与 DMOEA-ACR 完全一致. 其中, DMOEA-ACR-D1 采用随机方式以同等概率选择变化响应策略, DMOEA-ACR-D2 采用基于环境变化前后目标函数值的变化程度自适应选择变化响应策略[33], DMOEA-ACR-D3 采用基于当前种群在新环境中的匹配程度自适应选择变化响应策略[40]. 表 5 和表 6 分别为 3 个算法与 DMOEA-ACR 在 SDP 和 DF 测试

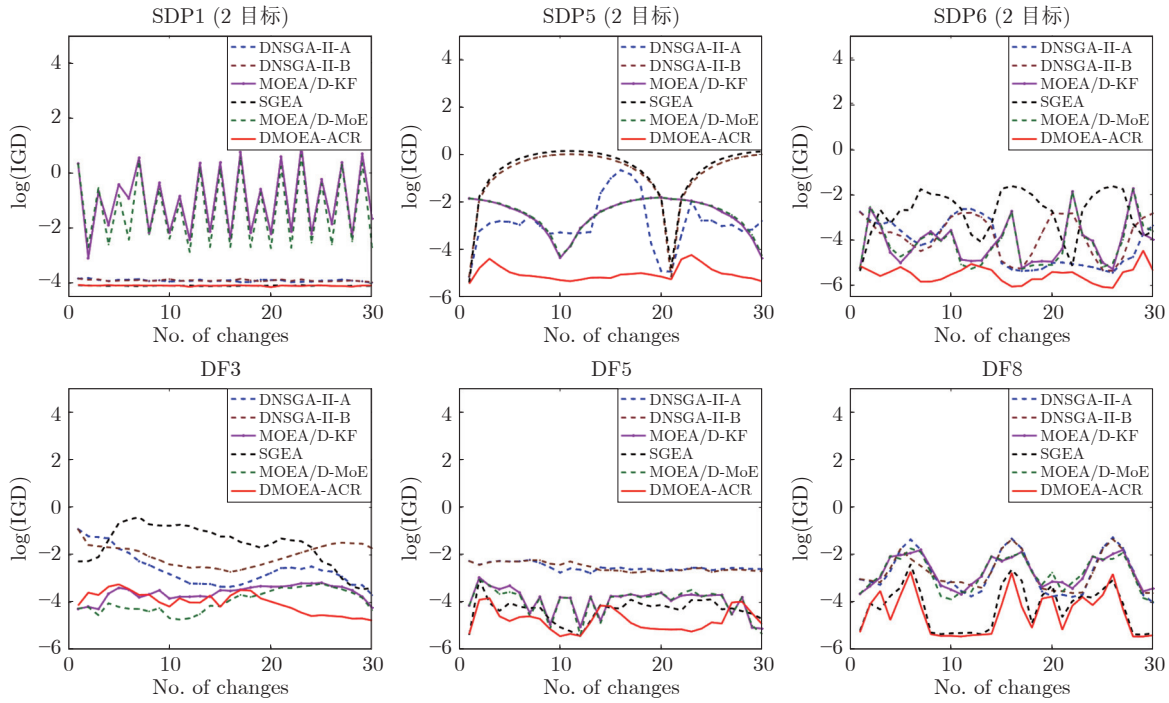


图 4　DNSGA-II-A、DNSGA-II-B、MOEA/D-KF、SGEA、MOEA/D-MoE 和 DMOEA-ACR 在 SDP1、SDP5、SDP6、DF3、DF5、DF8 测试问题集上的 log(IGD) 均值变化比较

Fig. 4　Comparison of average log(IGD) trends of DNSGA-II-A, DNSGA-II-B, MOEA/D-KF, SGEA, MOEA/D-MoE, and DMOEA-ACR on SDP1, SDP5, SDP6, DF3, DF5, DF8

问题集上获得的 MIGD 均值和标准差. 可以看出, DMOEA-ACR 在绝大多数测试问题集上的表现均优于其他对比算法, 说明基于决策变量变化差异的自适应变化响应策略具有较明显的优势. DMOEA-ACR-D2 在 DF2、DF4、DF7、DF8 和 SDP2 (2 目标) 问题上表现最好, 原因是其通过目标函数值的变化差异, 能更准确地评估这些问题所发生的环境变化. DMOEA-ACR-D3 则通过对当前种群在新环境中的匹配程度, 能更准确地评估 SDP6 (3 目标)、SDP7 (3 目标) 和 SDP9 (3 目标) 上所发生的环境变化.

针对预测策略的有效性, 设计 4 个不同的对比算法, 分别取名 DMOEA-ACR-P1、DMOEA-ACR-P2、DMOEA-ACR-P3 和 DMOEA-ACR-P4. 除变化响应中采用的预测策略不同, 这 4 个算法的其他部分与 DMOEA-ACR 一致. 其中, DMOEA-ACR-P1 采用基于支持向量回归的预测策略[35], DMOEA-ACR-P2 采用基于前馈预测的策略[28], DMOEA-ACR-P3 采用基于卡尔曼滤波器的预测策略[34], DMOEA-ACR-P4 采用基于差分的预测策略[42]. 表 7 和表 8 分别为 4 个算法与 DMOEA-ACR 在 SDP 和 DF 上获得的 MIGD 均值和标准差. 可以看出, DMOEA-ACR 在绝大多数测试问题上的表现均同样优于对比算法, 说明基于存档中心的预测策略具有较明显的优势. DMOEA-ACR-P1 在 SDP3 (3 目标)、SDP4 (2 目标)、SDP7、DF4 和 DF8 问题上表现最好, 原因是这几个问题的 PF 含有较多具有周期性的拐点区域, 基于支持向量回归的预测策略通过非线性映射将历史解映射到高维特征空间, 并在此空间中进行线性回归, 能够更准确地映射到 PF 上. DMOEA-ACR-P3 在 SDP4 (3 目标)、DF5 和 DF7 问题上表现最好, 原因是 SDP4、DF5 和 DF7 的 PF 具有随时间变化的流形曲折形状, 基于卡尔曼滤波器的预测策略通过误差反馈校正可及时调整预测方向, 能更好地追踪这些问题的 PF. DMOEA-ACR-P4 在 SDP8 (2 目标) 和 DF2 问题上表现最好, 原因是 SDP8 和 DF2 的 PF 分布范围较广, 基于差分的预测策略使用不同的步长进行探索, 可利于更好地搜索到最优解区域.

3.4　变化频率影响分析

问题变化频率 τ_t 是 DMOPs 的核心参数, 为进一步分析 τ_t 对 DMOEA-ACR 性能的影响, 将各测试问题的变化频率分别设为 5、10 和 20.

图 7 为 τ_t 分别为 5、10 和 20 时, DMOEA-ACR 在 SDP1 (2 目标)、SDP5 (2 目标)、SDP6 (2 目标)、

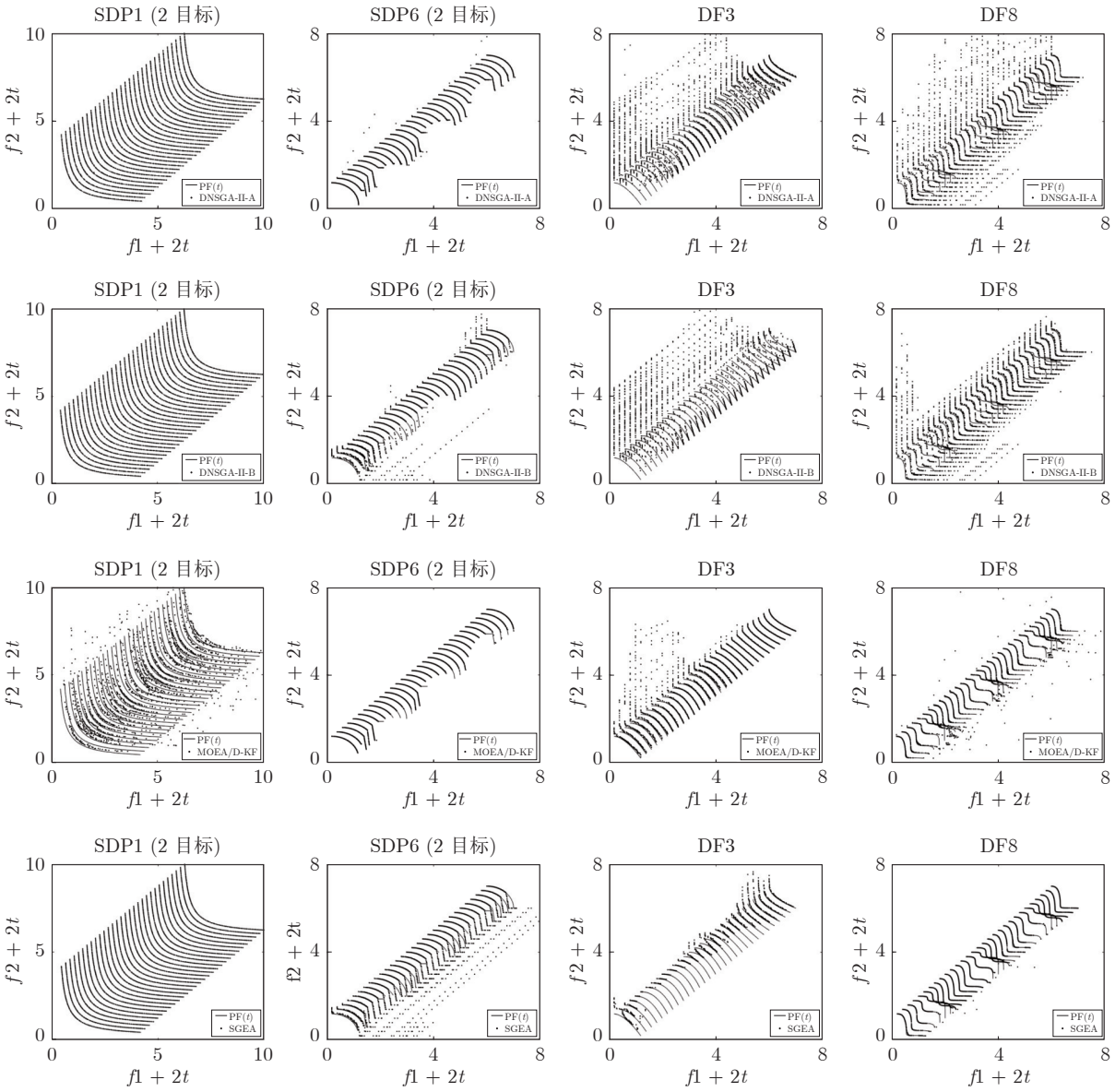


图 5 DNSGA-II-A、DNSGA-II-B、MOEA/D-KF 和 SGEA 在 SDP1、SDP6、DF3、DF8 测试问题集上得到的 PF 图

Fig. 5 PF graph obtained by DNSGA-II-A, DNSGA-II-B, MOEA/D-KF, and SGEA on SDP1, SDP6, DF3, DF8

DF3、DF5、DF8 上的 log(IGD) 均值变化比较. 可以看出, 问题变化频率不同时, DMOEA-ACR 的性能会有所差异, 但整体上影响相对较小, 说明 DMOEA-ACR 对于问题变化频率具有较好的鲁棒性. 其中, 当 τ_t 为 20 时, DMOEA-ACR 的综合性能表现最优; 当 τ_t 为 10 时, 次之; 当 τ_t 为 5 时, 相对最差. 原因是变化频率取值越大, 同一时间步中进化的代数越多, 越能够接近最优值.

表 9 展示了 τ_t 分别为 5、10 和 20 时, DMOEA-ACR 与所有对比算法在 SDP 的 24 个测试问题集 (包括 2 目标和 3 目标) 和 DF 的 14 个测试问题集上, 在 MIGD 均值为 5% 的显著水平时获得的显著差异统计结果. 可以看出, 对于不同的问题变化频率, DMOEA-ACR 在绝大部分 SDP 和 DF 测试问题集上均明显优于其他算法, 进一步说明 DMOEA-ACR 对于不同的问题变化频率, 依然能够保持优异的综合性能.

4 结束语

针对现有 DMOEA 中变化响应策略的不足, 本文基于 t 时间步最优种群和 $t-1$ 时间步最优种群中对应个体各维度决策变量之间的差异, 提出了一个可对每个决策变量进行针对性自适应变化响应的动态处理策略, 可较好地平衡重新初始化后种群的收敛性和多样性. 与此同时, 本文基于非支配个体存

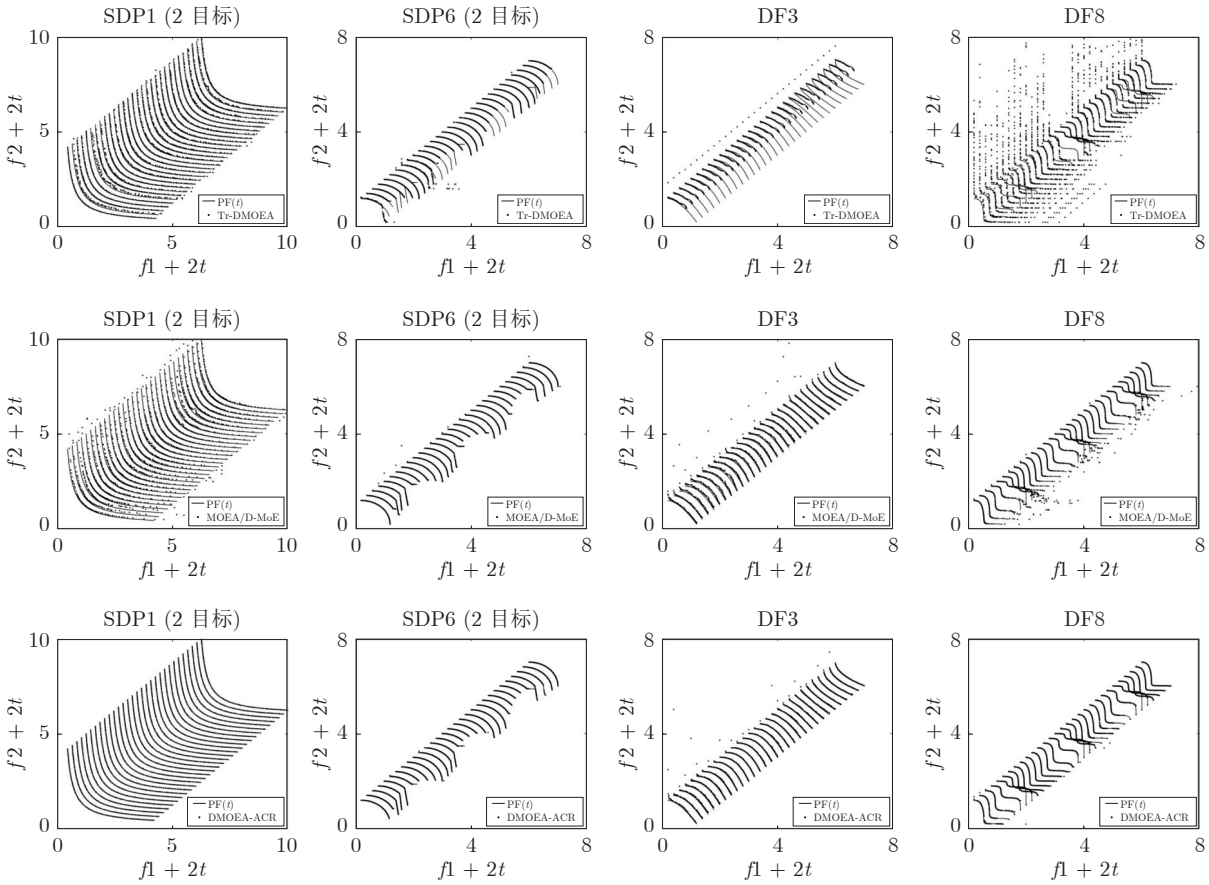


图 6　Tr-DMOEA、MOEA/D-MoE 和 DMOEA-ACR 在 SDP1、SDP6、DF3、DF8 测试问题集上得到的 PF 图

Fig. 6　PF graph obtained by Tr-DMOEA, MOEA/D-MoE, and DMOEA-ACR on SDP1, SDP6, DF3, DF8

表 3　DNSGA-II-A、DNSGA-II-B、MOEA/D-KF、SGEA、Tr-DMOEA、MOEA/D-MoE 和 DMOEA-ACR 在 SDP (包括 2 目标和 3 目标) 上的性能综合排名

Table 3　Performance comprehensive ranking of DNSGA-II-A, DNSGA-II-B, MOEA/D-KF, SGEA, Tr-DMOEA, MOEA/D-MoE, and DMOEA-ACR on SDP (including 2 goals and 3 goals)

算法	SDP1	SDP2	SDP3	SDP4	SDP5	SDP6	SDP7	SDP8	SDP9	SDP10	SDP11	SDP12	平均排序
DNSGA-II-A	3	1	7	7	2	5	2	6	2	4	5	7	4
DNSGA-II-B	4	3	4	6	7	6	3	5	5	5	2	6	6
MOEA/D-KF	7	5	1	4	5	3	6	4	7	3	4	4	5
SGEA	2	6	2	3	3	4	4	3	4	6	7	3	3
Tr-DMOEA	5	7	5	5	6	7	7	7	3	7	6	5	7
MOEA/D-MoE	6	4	3	2	4	2	5	1	6	2	3	2	2
DMOEA-ACR	1	2	6	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1

档的中心, 提出一个过程简洁但性能优异的变化响应预测策略. 与 6 个先进 DMOEA 在 SDP 和 DF 测试问题集上的对比实验表明, 本文提出的 DMOEA-ACR 方法在处理各类 DMOPs 时具有明显的竞争优势. 未来工作中, 将进一步深入研究变化响应的自适应选择策略, 以更好地吻合不同类型问题的实际变化情况. 同时, 继续探索如何将记忆策略、基于机器学习的策略等融入自适应的变化响应框架中和对预测策略准确性的进一步提升. 此外, 由于现实中的优化问题基本上都带有约束, 对带约束动态多目标优化进行研究具有重要的理论和应用价值, 在未来工作中将进行进一步研究.

本文算法的源代码已在 https://github.com/CIA-SZU/LHC 公开.

表 4 DNSGA-II-A、DNSGA-II-B、MOEA/D-KF、SGEA、Tr-DMOEA、MOEA/D-MoE 和 DMOEA-ACR 在 DF 的性能综合排名

Table 4 Performance comprehensive ranking of DNSGA-II-A, DNSGA-II-B, MOEA/D-KF, SGEA, Tr-DMOEA, MOEA/D-MoE, and DMOEA-ACR algorithms on DF

算法	DF1	DF2	DF3	DF4	DF5	DF6	DF7	DF8	DF9	DF10	DF11	DF12	DF13	DF14	平均排序
DNSGA-II-A	5	2	4	5	6	1	1	6	3	6	6	5	3	6	4
DNSGA-II-B	6	3	5	6	7	2	3	5	4	5	7	6	4	5	6
MOEA/D-KF	4	5	3	4	4	6	4	4	5	3	5	3	6	4	5
SGEA	2	7	6	2	2	4	6	2	6	2	3	4	2	2	3
Tr-DMOEA	7	1	7	7	5	7	7	7	7	7	2	7	7	7	7
MOEA/D-MoE	3	4	2	3	3	5	5	3	2	4	4	2	5	3	2
DMOEA-ACR	1	6	1	1	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1

表 5 DMOEA-ACR-D1、DMOEA-ACR-D2、DMOEA-ACR-D3 和 DMOEA-ACR 在 DF 上获得的 MIGD 均值和标准差

Table 5 The mean and standard deviation of MIGD of DMOEA-ACR-D1, DMOEA-ACR-D2, DMOEA-ACR-D3, and DMOEA-ACR were obtained on DF

问题集	评价指标	DMOEA-ACR-D1	DMOEA-ACR-D2	DMOEA-ACR-D3	DMOEA-ACR
DF1 (2 目标)	均值	1.99×10^{-2}	2.58×10^{-2}	1.50×10^{-2}	$\mathbf{9.15 \times 10^{-3}}$
	标准差	1.62×10^{-2} (−)	1.51×10^{-2} (−)	4.12×10^{-3} (−)	$\mathbf{3.67 \times 10^{-3}}$
DF2 (2 目标)	均值	1.22×10^{-1}	$\mathbf{2.54 \times 10^{-2}}$	5.93×10^{-2}	5.80×10^{-2}
	标准差	7.57×10^{-3} (−)	$\mathbf{4.08 \times 10^{-3}}$ (+)	4.18×10^{-2} (−)	7.85×10^{-3}
DF3 (2 目标)	均值	1.99×10^{-1}	2.33×10^{-1}	4.44×10^{-2}	$\mathbf{1.99 \times 10^{-2}}$
	标准差	2.61×10^{-3} (−)	4.52×10^{-3} (−)	1.04×10^{-3} (−)	$\mathbf{3.20 \times 10^{-3}}$
DF4 (2 目标)	均值	5.28×10^{-2}	$\mathbf{2.70 \times 10^{-2}}$	4.17×10^{-2}	2.89×10^{-2}
	标准差	7.05×10^{-3} (−)	$\mathbf{6.82 \times 10^{-3}}$ (+)	5.17×10^{-3} (−)	5.19×10^{-3}
DF5 (2 目标)	均值	1.74×10^{-2}	5.05×10^{-2}	2.09×10^{-2}	$\mathbf{9.32 \times 10^{-3}}$
	标准差	6.41×10^{-3} (−)	3.69×10^{-3} (−)	3.65×10^{-4} (−)	$\mathbf{6.01 \times 10^{-4}}$
DF6 (2 目标)	均值	2.88×10^{0}	6.44×10^{0}	1.23×10^{0}	$\mathbf{1.14 \times 10^{0}}$
	标准差	8.39×10^{-1} (−)	5.07×10^{-1} (−)	7.47×10^{-1} (−)	$\mathbf{4.23 \times 10^{-1}}$
DF7 (2 目标)	均值	1.85×10^{-1}	$\mathbf{1.42 \times 10^{-2}}$	1.99×10^{-2}	1.57×10^{-2}
	标准差	2.66×10^{-3} (−)	$\mathbf{7.06 \times 10^{-3}}$ (+)	2.61×10^{-3} (−)	3.67×10^{-3}
DF8 (2 目标)	均值	1.65×10^{-2}	$\mathbf{1.56 \times 10^{-2}}$	1.91×10^{-2}	1.70×10^{-2}
	标准差	7.09×10^{-3} (+)	$\mathbf{5.13 \times 10^{-3}}$ (+)	6.05×10^{-3} (−)	5.68×10^{-3}
DF9 (2 目标)	均值	4.15×10^{-1}	1.21×10^{-1}	1.11×10^{-1}	$\mathbf{6.87 \times 10^{-2}}$
	标准差	4.72×10^{-2} (−)	4.81×10^{-3} (−)	5.82×10^{-3} (−)	$\mathbf{4.97 \times 10^{-3}}$
DF10 (3 目标)	均值	3.01×10^{-1}	1.48×10^{-1}	2.43×10^{-1}	$\mathbf{1.05 \times 10^{-1}}$
	标准差	5.11×10^{-2} (−)	1.42×10^{-2} (−)	3.47×10^{-2} (−)	$\mathbf{8.18 \times 10^{-2}}$
DF11 (3 目标)	均值	6.65×10^{-2}	7.76×10^{-2}	6.85×10^{-2}	$\mathbf{6.38 \times 10^{-2}}$
	标准差	5.31×10^{-3} (−)	6.37×10^{-3} (−)	4.21×10^{-3} (−)	$\mathbf{5.07 \times 10^{-3}}$
DF12 (3 目标)	均值	2.24×10^{-1}	2.62×10^{-1}	1.84×10^{-1}	$\mathbf{9.49 \times 10^{-2}}$
	标准差	6.99×10^{-2} (−)	8.70×10^{-2} (−)	7.17×10^{-2} (−)	$\mathbf{6.53 \times 10^{-3}}$
DF13 (3 目标)	均值	2.36×10^{-1}	1.62×10^{-1}	1.36×10^{-1}	$\mathbf{1.15 \times 10^{-1}}$
	标准差	5.77×10^{-2} (−)	3.91×10^{-2} (−)	5.32×10^{-2} (−)	$\mathbf{4.38 \times 10^{-2}}$
DF14 (3 目标)	均值	7.19×10^{-2}	6.25×10^{-2}	5.29×10^{-2}	$\mathbf{4.28 \times 10^{-2}}$
	标准差	9.54×10^{-3} (−)	4.32×10^{-3} (−)	8.02×10^{-3} (−)	$\mathbf{5.56 \times 10^{-3}}$
“+/−/≈”合计		1/13/0	4/10/0	0/14/0	

表 6 DMOEA-ACR-D1、DMOEA-ACR-D2、DMOEA-ACR-D3 和 DMOEA-ACR 在 SDP 上获得的 MIGD 均值和标准差

Table 6 The mean and standard deviation of MIGD of DMOEA-ACR-D1, DMOEA-ACR-D2, DMOEA-ACR-D3, and DMOEA-ACR were obtained on SDP

问题集	评价指标	DMOEA-ACR-D1	DMOEA-ACR-D2	DMOEA-ACR-D3	DMOEA-ACR
SDP1 (2 目标)	均值	2.51×10^{-2}	1.78×10^{-2}	1.67×10^{-2}	$\mathbf{1.65 \times 10^{-2}}$
	标准差	4.25×10^{-3} (−)	3.03×10^{-3} (−)	5.12×10^{-3} (≈)	$\mathbf{3.67 \times 10^{-3}}$
SDP1 (3 目标)	均值	1.68×10^{-1}	1.54×10^{-1}	1.41×10^{-1}	$\mathbf{1.32 \times 10^{-1}}$
	标准差	5.34×10^{-2} (−)	4.31×10^{-2} (−)	4.08×10^{-2} (−)	$\mathbf{5.44 \times 10^{-3}}$

表 6　DMOEA-ACR-D1、DMOEA-ACR-D2、DMOEA-ACR-D3 和 DMOEA-ACR 在 SDP 上获得的 MIGD 均值和标准差 (续表)

Table 6　The mean and standard deviation of MIGD of DMOEA-ACR-D1, DMOEA-ACR-D2, DMOEA-ACR-D3, and DMOEA-ACR were obtained on SDP (continued table)

问题集	评价指标	DMOEA-ACR-D1	DMOEA-ACR-D2	DMOEA-ACR-D3	DMOEA-ACR
SDP2 (2 目标)	均值	6.47×10^{-1}	$\mathbf{1.12 \times 10^{-1}}$	2.15×10^{-1}	1.14×10^{-1}
	标准差	2.27×10^{-2} (−)	$\mathbf{6.26 \times 10^{-2}}$ **(≈)**	3.38×10^{-2} (−)	4.35×10^{-3}
SDP2 (3 目标)	均值	4.05×10^{-1}	3.94×10^{-1}	5.64×10^{-1}	$\mathbf{2.42 \times 10^{-1}}$
	标准差	3.15×10^{-2} (−)	7.58×10^{-2} (−)	4.15×10^{-2} (−)	$\mathbf{7.12 \times 10^{-3}}$
SDP3 (2 目标)	均值	8.91×10^{0}	4.81×10^{0}	4.99×10^{0}	$\mathbf{4.74 \times 10^{0}}$
	标准差	6.55×10^{-1} (−)	1.06×10^{-2} (−)	7.21×10^{-1} (−)	$\mathbf{6.38 \times 10^{-2}}$
SDP3 (3 目标)	均值	3.91×10^{0}	4.40×10^{0}	4.47×10^{0}	$\mathbf{3.33 \times 10^{0}}$
	标准差	7.60×10^{-1} (−)	4.96×10^{-1} (−)	6.06×10^{-1} (−)	$\mathbf{8.53 \times 10^{-2}}$
SDP4 (2 目标)	均值	6.96×10^{-2}	7.85×10^{-2}	1.60×10^{-1}	$\mathbf{5.08 \times 10^{-2}}$
	标准差	6.16×10^{-3} (−)	6.31×10^{-2} (−)	5.51×10^{-2} (−)	$\mathbf{5.03 \times 10^{-3}}$
SDP4 (3 目标)	均值	2.10×10^{-1}	2.68×10^{-1}	1.89×10^{-1}	$\mathbf{1.69 \times 10^{-1}}$
	标准差	4.01×10^{-2} (−)	3.07×10^{-2} (−)	4.19×10^{-2} (−)	$\mathbf{8.25 \times 10^{-3}}$
SDP5 (2 目标)	均值	7.76×10^{-2}	7.40×10^{-3}	9.52×10^{-3}	$\mathbf{6.81 \times 10^{-3}}$
	标准差	6.63×10^{-3} (−)	2.25×10^{-3} (−)	5.12×10^{-3} (−)	$\mathbf{4.92 \times 10^{-4}}$
SDP5 (3 目标)	均值	6.85×10^{-2}	6.71×10^{-2}	7.26×10^{-2}	$\mathbf{6.38 \times 10^{-2}}$
	标准差	9.08×10^{-3} (−)	6.91×10^{-3} (−)	7.61×10^{-3} (−)	$\mathbf{6.06 \times 10^{-3}}$
SDP6 (2 目标)	均值	7.98×10^{-3}	6.84×10^{-3}	6.83×10^{-3}	$\mathbf{4.26 \times 10^{-3}}$
	标准差	4.37×10^{-3} (−)	4.66×10^{-3} (−)	2.03×10^{-3} (−)	$\mathbf{7.43 \times 10^{-4}}$
SDP6 (3 目标)	均值	6.05×10^{-2}	1.16×10^{-1}	$\mathbf{5.14 \times 10^{-2}}$	5.17×10^{-2}
	标准差	8.12×10^{-3} (−)	3.30×10^{-3} (−)	$\mathbf{4.60 \times 10^{-3}}$ **(+)**	5.86×10^{-3}
SDP7 (2 目标)	均值	2.70×10^{-1}	2.34×10^{-1}	2.25×10^{-1}	$\mathbf{2.15 \times 10^{-1}}$
	标准差	5.59×10^{-2} (−)	7.57×10^{-2} (−)	4.89×10^{-2} (−)	$\mathbf{1.68 \times 10^{-2}}$
SDP7 (3 目标)	均值	2.62×10^{-1}	1.14×10^{0}	$\mathbf{2.17 \times 10^{-1}}$	2.24×10^{-1}
	标准差	3.67×10^{-2} (−)	3.86×10^{-2} (−)	$\mathbf{2.61 \times 10^{-2}}$ **(+)**	5.11×10^{-3}
SDP8 (2 目标)	均值	9.54×10^{-2}	6.28×10^{-2}	4.53×10^{-2}	$\mathbf{3.14 \times 10^{-2}}$
	标准差	6.63×10^{-3} (−)	6.73×10^{-3} (−)	5.15×10^{-3} (−)	$\mathbf{4.26 \times 10^{-3}}$
SDP8 (3 目标)	均值	3.46×10^{-1}	2.79×10^{-1}	3.21×10^{-1}	$\mathbf{1.29 \times 10^{-1}}$
	标准差	3.10×10^{-2} (−)	2.50×10^{-2} (−)	2.07×10^{-2} (−)	$\mathbf{6.43 \times 10^{-3}}$
SDP9 (2 目标)	均值	1.47×10^{-1}	1.28×10^{-1}	1.35×10^{-1}	$\mathbf{8.13 \times 10^{-2}}$
	标准差	5.06×10^{-2} (−)	4.65×10^{-2} (−)	3.23×10^{-2} (−)	$\mathbf{7.92 \times 10^{-3}}$
SDP9 (3 目标)	均值	3.66×10^{-1}	4.01×10^{-1}	$\mathbf{3.54 \times 10^{-1}}$	3.60×10^{-1}
	标准差	8.15×10^{-2} (−)	4.08×10^{-2} (−)	$\mathbf{6.61 \times 10^{-2}}$ **(+)**	8.03×10^{-2}
SDP10 (2 目标)	均值	6.36×10^{-2}	2.61×10^{-2}	3.75×10^{-2}	$\mathbf{2.21 \times 10^{-2}}$
	标准差	2.03×10^{-3} (−)	7.38×10^{-3} (−)	2.25×10^{-3} (−)	$\mathbf{1.67 \times 10^{-3}}$
SDP10 (3 目标)	均值	$\mathbf{1.68 \times 10^{-1}}$	2.41×10^{-1}	3.86×10^{-1}	1.74×10^{-1}
	标准差	$\mathbf{6.22 \times 10^{-2}}$ **(+)**	1.36×10^{-2} (−)	5.46×10^{-2} (−)	3.58×10^{-3}
SDP11 (2 目标)	均值	3.80×10^{-2}	4.83×10^{-2}	3.26×10^{-2}	$\mathbf{1.36 \times 10^{-2}}$
	标准差	7.32×10^{-3} (−)	5.21×10^{-3} (−)	8.06×10^{-3} (−)	$\mathbf{8.16 \times 10^{-3}}$
SDP11 (3 目标)	均值	1.47×10^{-1}	9.68×10^{-2}	1.96×10^{-1}	$\mathbf{8.77 \times 10^{-2}}$
	标准差	9.08×10^{-3} (−)	6.52×10^{-3} (−)	6.21×10^{-3} (−)	$\mathbf{9.65 \times 10^{-3}}$
SDP12 (2 目标)	均值	4.53×10^{-3}	1.62×10^{-2}	1.40×10^{-2}	$\mathbf{4.04 \times 10^{-3}}$
	标准差	3.18×10^{-3} (−)	2.06×10^{-3} (−)	1.32×10^{-3} (−)	$\mathbf{2.17 \times 10^{-4}}$
SDP12 (3 目标)	均值	1.62×10^{-1}	1.96×10^{-1}	1.02×10^{-1}	$\mathbf{7.63 \times 10^{-2}}$
	标准差	5.34×10^{-2} (−)	3.73×10^{-2} (−)	2.17×10^{-2} (−)	$\mathbf{5.63 \times 10^{-4}}$
“+/−/≈”合计		1/23/0	0/23/1	3/20/1	

表 7　DMOEA-ACR-P1、DMOEA-ACR-P2、DMOEA-ACR-P3、DMOEA-ACR-P4 和 DMOEA-ACR 在 SDP 上获得的 MIGD 的均值和标准差

Table 7　The mean and standard deviation of MIGD of DMOEA-ACR-P1, DMOEA-ACR-P2, DMOEA-ACR-P3, DMOEA-ACR-P4, and DMOEA-ACR were obtained on SDP

问题集	目标数	DMOEA-ACR-P1	DMOEA-ACR-P2	DMOEA-ACR-P3	DMOEA-ACR-P4	DMOEA-ACR
SDP1 (2 目标)	均值	7.80×10^{-2}	1.87×10^{-2}	6.34×10^{-2}	1.73×10^{-2}	$\mathbf{1.65 \times 10^{-2}}$
	标准差	2.17×10^{-3} (−)	7.05×10^{-3} (−)	4.24×10^{-3} (−)	5.76×10^{-3} (−)	$\mathbf{3.67 \times 10^{-3}}$
SDP1 (3 目标)	均值	6.69×10^{-1}	1.53×10^{-1}	5.50×10^{-1}	1.81×10^{-2}	$\mathbf{1.32 \times 10^{-1}}$
	标准差	4.82×10^{-3} (−)	3.62×10^{-3} (−)	4.01×10^{-3} (−)	6.20×10^{-3} (−)	$\mathbf{5.44 \times 10^{-3}}$

表 7 DMOEA-ACR-P1、DMOEA-ACR-P2、DMOEA-ACR-P3、DMOEA-ACR-P4 和 DMOEA-ACR 在 SDP 上获得的 MIGD 的均值和标准差 (续表)

Table 7 The mean and standard deviation of MIGD of DMOEA-ACR-P1, DMOEA-ACR-P2, DMOEA-ACR-P3, DMOEA-ACR-P4, and DMOEA-ACR were obtained on SDP (continued table)

问题集	目标数	DMOEA-ACR-P1	DMOEA-ACR-P2	DMOEA-ACR-P3	DMOEA-ACR-P4	DMOEA-ACR
SDP2 (2 目标)	均值	1.78×10^{-1}	2.02×10^{-1}	2.25×10^{-1}	2.36×10^{-1}	**1.14×10^{-1}**
	标准差	3.16×10^{-3} (−)	4.91×10^{-3} (−)	3.97×10^{-3} (−)	6.32×10^{-3} (−)	**4.35×10^{-3}**
SDP2 (3 目标)	均值	5.82×10^{-1}	3.25×10^{-1}	3.11×10^{-1}	3.21×10^{-1}	**2.42×10^{-1}**
	标准差	8.04×10^{-3} (−)	6.51×10^{-3} (−)	5.26×10^{-3} (−)	4.58×10^{-3} (−)	**7.12×10^{-3}**
SDP3 (2 目标)	均值	5.15×10^{0}	4.85×10^{0}	5.14×10^{0}	4.83×10^{0}	**4.74×10^{0}**
	标准差	3.66×10^{-2} (−)	1.35×10^{-2} (−)	6.59×10^{-2} (−)	4.76×10^{-2} (−)	**6.38×10^{-2}**
SDP3 (3 目标)	均值	**1.99×10^{0}**	3.83×10^{0}	3.88×10^{0}	3.91×10^{0}	3.33×10^{0}
	标准差	**5.14×10^{-2} (+)**	2.94×10^{-2} (−)	5.68×10^{-2} (−)	6.20×10^{-2} (−)	8.53×10^{-2}
SDP4 (2 目标)	均值	**4.67×10^{-2}**	8.35×10^{-2}	1.02×10^{-1}	7.58×10^{-2}	5.08×10^{-2}
	标准差	**5.16×10^{-3} (+)**	5.91×10^{-3} (−)	4.85×10^{-3} (−)	6.24×10^{-3} (−)	5.03×10^{-3}
SDP4 (3 目标)	均值	1.76×10^{-1}	2.13×10^{-1}	**1.65×10^{-1}**	2.02×10^{-1}	1.69×10^{-1}
	标准差	4.21×10^{-3} (−)	3.89×10^{-3} (−)	**3.56×10^{-3} (+)**	5.81×10^{-3} (−)	8.25×10^{-3}
SDP5 (2 目标)	均值	3.66×10^{-2}	7.63×10^{-3}	7.13×10^{-3}	8.08×10^{-3}	**6.81×10^{-3}**
	标准差	5.41×10^{-3} (−)	3.00×10^{-4} (−)	6.35×10^{-4} (−)	6.10×10^{-4} (−)	**4.92×10^{-4}**
SDF5 (3 目标)	均值	3.96×10^{-1}	6.43×10^{-2}	6.49×10^{-2}	6.57×10^{-2}	**6.38×10^{-2}**
	标准差	8.79×10^{-2} (−)	6.84×10^{-3} (−)	2.96×10^{-3} (−)	5.39×10^{-3} (−)	**6.06×10^{-3}**
SDP6 (2 目标)	均值	6.48×10^{-3}	4.62×10^{-3}	4.36×10^{-3}	4.31×10^{-3}	**4.26×10^{-3}**
	标准差	5.61×10^{-4} (−)	8.91×10^{-4} (−)	6.03×10^{-4} (−)	5.28×10^{-4} (−)	**7.43×10^{-4}**
SDP6 (3 目标)	均值	1.51×10^{-1}	5.27×10^{-2}	5.43×10^{-2}	5.20×10^{-2}	**5.17×10^{-2}**
	标准差	7.36×10^{-3} (−)	7.18×10^{-3} (−)	6.23×10^{-3} (−)	5.98×10^{-3} (−)	**5.86×10^{-3}**
SDP7 (2 目标)	均值	**1.60×10^{-1}**	3.26×10^{-1}	2.32×10^{-1}	2.46×10^{-1}	2.15×10^{-1}
	标准差	**5.31×10^{-2} (+)**	6.94×10^{-2} (−)	3.28×10^{-2} (−)	4.51×10^{-2} (−)	1.68×10^{-2}
SDP7 (3 目标)	均值	**5.98×10^{-2}**	2.56×10^{-1}	2.43×10^{-1}	2.53×10^{-1}	2.24×10^{-1}
	标准差	**6.60×10^{-3} (+)**	6.59×10^{-2} (−)	4.67×10^{-3} (−)	5.81×10^{-3} (−)	5.11×10^{-3}
SDP8 (2 目标)	均值	1.23×10^{-1}	4.70×10^{-2}	2.70×10^{-2}	**2.55×10^{-2}**	3.14×10^{-2}
	标准差	6.57×10^{-2} (−)	5.48×10^{-3} (−)	4.90×10^{-3} (+)	**5.84×10^{-3} (+)**	4.26×10^{-3}
SDP8 (3 目标)	均值	1.37×10^{-1}	1.81×10^{-1}	1.55×10^{-1}	1.40×10^{-1}	**1.29×10^{-1}**
	标准差	4.96×10^{-3} (−)	3.69×10^{-3} (−)	1.86×10^{-3} (−)	7.82×10^{-3} (−)	**6.43×10^{-3}**
SDP9 (2 目标)	均值	1.85×10^{-1}	1.29×10^{-1}	1.50×10^{-1}	1.32×10^{-1}	**8.13×10^{-2}**
	标准差	8.80×10^{-3} (−)	7.61×10^{-3} (−)	8.55×10^{-3} (−)	6.27×10^{-3} (−)	**7.92×10^{-3}**
SDP9 (3 目标)	均值	4.94×10^{-1}	3.79×10^{-1}	3.67×10^{-1}	3.69×10^{-1}	**3.60×10^{-1}**
	标准差	9.43×10^{-2} (−)	8.99×10^{-2} (−)	9.08×10^{-2} (−)	4.20×10^{-2} (−)	**8.03×10^{-2}**
SDP10 (2 目标)	均值	1.12×10^{-1}	3.28×10^{-2}	2.23×10^{-2}	3.63×10^{-2}	**2.21×10^{-2}**
	标准差	3.13×10^{-3} (−)	4.10×10^{-3} (−)	2.15×10^{-3} (−)	2.23×10^{-3} (−)	**1.67×10^{-3}**
SDP10 (3 目标)	均值	1.87×10^{-1}	2.80×10^{-1}	1.79×10^{-1}	1.92×10^{-1}	**1.74×10^{-1}**
	标准差	5.78×10^{-2} (−)	3.65×10^{-2} (−)	6.03×10^{-2} (−)	2.65×10^{-3} (−)	**3.58×10^{-3}**
SDP11 (2 目标)	均值	2.28×10^{-2}	3.60×10^{-2}	2.38×10^{-2}	3.34×10^{-2}	**1.36×10^{-2}**
	标准差	9.14×10^{-3} (−)	7.61×10^{-3} (−)	9.03×10^{-3} (−)	8.16×10^{-3} (−)	**8.16×10^{-3}**
SDP11 (3 目标)	均值	8.83×10^{-2}	1.04×10^{-1}	8.79×10^{-2}	1.18×10^{-1}	**8.77×10^{-2}**
	标准差	8.87×10^{-3} (−)	8.17×10^{-3} (−)	5.96×10^{-3} (−)	9.08×10^{-3} (−)	**9.65×10^{-3}**
SDP12 (2 目标)	均值	4.52×10^{-3}	4.94×10^{-3}	4.37×10^{-3}	4.60×10^{-3}	**4.04×10^{-3}**
	标准差	3.75×10^{-3} (−)	3.65×10^{-3} (−)	7.29×10^{-3} (−)	6.94×10^{-3} (−)	**2.17×10^{-4}**
SDP12 (3 目标)	均值	2.17×10^{-1}	2.65×10^{-1}	1.06×10^{-1}	3.23×10^{-1}	**7.63×10^{-2}**
	标准差	5.02×10^{-2} (−)	4.10×10^{-2} (−)	3.08×10^{-2} (−)	5.24×10^{-2} (−)	**5.63×10^{-4}**
“+/−/≈”合计		4/20/0	0/24/0	2/22/0	1/23/0	

表 8 DMOEA-ACR-P1、DMOEA-ACR-P2、DMOEA-ACR-P3、DMOEA-ACR-P4 和 DMOEA-ACR 在 DF 上获得的 MIGD 的均值和标准差

Table 8 The mean and standard deviation of MIGD of DMOEA-ACR-P1, DMOEA-ACR-P2, DMOEA-ACR-P3, DMOEA-ACR-P4, and DMOEA-ACR were obtained on DF

问题集	评价指标	DMOEA-ACR-P1	DMOEA-ACR-P2	DMOEA-ACR-P3	DMOEA-ACR-P4	DMOEA-ACR
DF1 (2 目标)	均值	9.28×10^{-3}	1.82×10^{-2}	9.47×10^{-3}	1.73×10^{-2}	**9.15×10^{-3}**
	标准差	6.51×10^{-3} (−)	1.39×10^{-2} (−)	8.94×10^{-3} (−)	5.06×10^{-3} (−)	**3.67×10^{-3}**
DF2 (2 目标)	均值	1.01×10^{-1}	6.98×10^{-2}	1.16×10^{-1}	**5.17×10^{-2}**	5.80×10^{-2}
	标准差	3.16×10^{-2} (−)	2.48×10^{-3} (−)	3.90×10^{-2} (−)	**8.26×10^{-3} (+)**	7.85×10^{-3}
DF3 (2 目标)	均值	2.64×10^{-2}	2.89×10^{-2}	2.04×10^{-2}	2.91×10^{-2}	**1.99×10^{-2}**
	标准差	4.09×10^{-3} (−)	6.71×10^{-3} (−)	5.66×10^{-3} **(≈)**	4.18×10^{-3} (−)	**3.20×10^{-3}**

表 8　DMOEA-ACR-P1、DMOEA-ACR-P2、DMOEA-ACR-P3、DMOEA-ACR-P4 和 DMOEA-ACR 在 DF 上获得的 MIGD 的均值和标准差 (续表)

Table 8　The mean and standard deviation of MIGD of DMOEA-ACR-P1, DMOEA-ACR-P2, DMOEA-ACR-P3, DMOEA-ACR-P4, and DMOEA-ACR were obtained on DF (continued table)

问题集	评价指标	DMOEA-ACR-P1	DMOEA-ACR-P2	DMOEA-ACR-P3	DMOEA-ACR-P4	DMOEA-ACR
DF4 (2 目标)	均值	$\mathbf{2.38 \times 10^{-2}}$	3.99×10^{-2}	2.94×10^{-2}	2.77×10^{-2}	2.89×10^{-2}
	标准差	$\mathbf{6.23 \times 10^{-3}}$ (+)	4.20×10^{-3} (−)	6.81×10^{-3} (−)	7.11×10^{-3} (+)	5.19×10^{-3}
DF5 (2 目标)	均值	8.51×10^{-3}	2.48×10^{-2}	$\mathbf{8.83 \times 10^{-3}}$	2.27×10^{-2}	9.32×10^{-3}
	标准差	8.38×10^{-3} (+)	4.82×10^{-3} (−)	$\mathbf{6.22 \times 10^{-4}}$ (+)	3.10×10^{-3} (−)	6.01×10^{-4}
DF6 (2 目标)	均值	2.26×10^{0}	1.46×10^{0}	1.16×10^{0}	1.60×10^{0}	$\mathbf{1.14 \times 10^{0}}$
	标准差	7.82×10^{-1} (−)	6.33×10^{-1} (−)	5.67×10^{-1} (−)	4.28×10^{-1} (−)	$\mathbf{4.23 \times 10^{-1}}$
DF7 (2 目标)	均值	1.62×10^{-2}	1.84×10^{-2}	$\mathbf{1.45 \times 10^{-2}}$	1.48×10^{-2}	1.57×10^{-2}
	标准差	4.61×10^{-3} (−)	5.14×10^{-3} (−)	$\mathbf{7.12 \times 10^{-3}}$ (+)	5.04×10^{-3} (+)	3.67×10^{-3}
DF8 (2 目标)	均值	$\mathbf{1.65 \times 10^{-2}}$	2.87×10^{-2}	1.71×10^{-2}	1.68×10^{-2}	1.70×10^{-2}
	标准差	$\mathbf{4.77 \times 10^{-3}}$ (+)	4.00×10^{-3} (−)	6.54×10^{-3} (≈)	5.26×10^{-3} (+)	5.68×10^{-3}
DF9 (2 目标)	均值	9.75×10^{-2}	9.32×10^{-2}	6.93×10^{-2}	1.10×10^{-1}	$\mathbf{6.87 \times 10^{-2}}$
	标准差	4.63×10^{-2} (−)	3.91×10^{-3} (−)	5.73×10^{-3} (−)	6.05×10^{-3} (−)	$\mathbf{4.97 \times 10^{-3}}$
DF10 (2 目标)	均值	1.92×10^{-1}	4.59×10^{-1}	2.37×10^{-1}	1.51×10^{-1}	$\mathbf{1.05 \times 10^{-1}}$
	标准差	9.39×10^{-2} (−)	8.35×10^{-2} (−)	3.07×10^{-2} (−)	7.99×10^{-2} (−)	$\mathbf{8.18 \times 10^{-2}}$
DF11 (2 目标)	均值	7.43×10^{-2}	8.51×10^{-2}	6.42×10^{-2}	6.57×10^{-2}	$\mathbf{6.38 \times 10^{-2}}$
	标准差	5.86×10^{-3} (−)	4.81×10^{-3} (−)	6.03×10^{-3} (−)	5.87×10^{-3} (−)	$\mathbf{5.07 \times 10^{-3}}$
DF12 (2 目标)	均值	1.75×10^{-1}	3.29×10^{-1}	2.60×10^{-1}	1.16×10^{-1}	$\mathbf{9.49 \times 10^{-2}}$
	标准差	3.23×10^{-2} (−)	2.02×10^{-2} (−)	6.17×10^{-2} (−)	4.03×10^{-2} (−)	$\mathbf{6.53 \times 10^{-3}}$
DF13 (2 目标)	均值	1.19×10^{-1}	2.57×10^{-1}	1.20×10^{-1}	2.48×10^{-1}	$\mathbf{1.15 \times 10^{-1}}$
	标准差	4.91×10^{-2} (−)	2.68×10^{-2} (−)	3.16×10^{-2} (−)	4.82×10^{-2} (−)	$\mathbf{4.38 \times 10^{-2}}$
DF14 (2 目标)	均值	4.43×10^{-2}	6.32×10^{-2}	4.59×10^{-2}	5.95×10^{-2}	$\mathbf{4.28 \times 10^{-2}}$
	标准差	6.09×10^{-3} (−)	4.17×10^{-3} (−)	3.21×10^{-3} (−)	6.61×10^{-3} (−)	$\mathbf{5.56 \times 10^{-3}}$
“+/−/≈”合计		3/11/0	0/14/0	2/10/2	4/10/0	

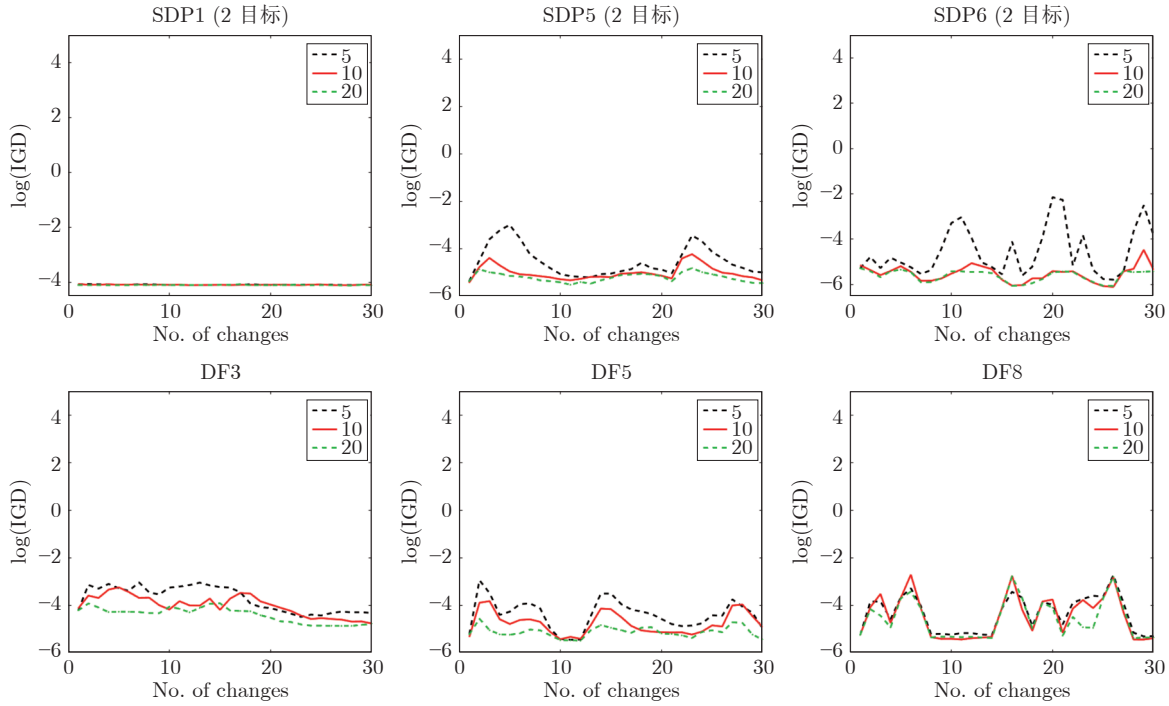


图 7　τt 分别为 5、10、20 时 DMOEA-ACR 在 SDP1 (2 目标)、SDP5 (2 目标)、SDP6 (2 目标)、DF3、DF5 和 DF8 问题上的 log(IGD) 均值变化比较

Fig. 7　Comparison of average log(IGD) trends of DMOEA-ACR on SDP1 (2 goals), SDP5 (2 goals), SDP6 (2 goals), DF3, DF5, and DF8 where τ_t is 5, 10, 20, respectively

表 9 τ_t 分别为 5、10、20 时 DNSGA-II-A、DNSGA-II-B、MOEA/D-KF、SGEA、Tr-DMOEA、MOEA/D-MoE 和 DMOEA-ACR 在 SDP 和 DF 上获得的显著差异统计结果

Table 9 Significant difference statistical results of DNSGA-II-A, DNSGA-II-B, MOEA/D-KF, SGEA, Tr-DMOEA, MOEA/D-MoE, and DMOEA-ACR were obtained on SDP and DF where τ_t is 5, 10, 20, respectively

问题集	τ_t	DNSGA-II-A	DNSGA-II-B	MOEA/D-KF	SGEA	Tr-DMOEA	MOEA/D-MoE	DMOEA-ACR
SDP	5	4/19/1	4/20/0	3/21/0	2/22/0	0/24/0	1/23/0	+/−/≈
	10	3/21/0	4/20/0	3/21/0	3/18/3	2/22/0	4/20/0	
	20	3/21/0	5/19/0	1/21/2	5/18/1	2/22/0	3/21/0	
DF	5	2/12/0	2/11/1	1/13/0	1/13/0	0/14/0	1/13/0	+/−/≈
	10	2/11/1	2/12/0	1/13/0	0/14/0	1/13/0	1/13/0	
	20	2/12/0	2/12/0	1/13/0	2/12/0	1/12/1	1/12/1	

References

1 Cruz A R, Cardoso R T N, Takahashi R H C. Multi-objective dynamic optimization of vaccination campaigns using convex quadratic approximation local search. In: Proceedings of the 6th International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Ouro Preto, Brazil: 2011. 404−417

2 Bui L T, Michalewicz Z, Parkinson E, Abello M B. Adaptation in dynamic environments: A case study in mission planning. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2012, **16**(2): 190−209

3 Zhong X, He Y, Du Z. Downlink power allocation in distributed satellite system based on dynamic multi-objective optimization. In: Proceedings of the International Conference on Wireless Communications & Signal Processing. Nanjing, China: 2015. 1−5

4 Ding J L, Yang C, Xiao Q, Chai T Y, Jin Y C. Dynamic evolutionary multi-objective optimization for raw ore allocation in mineral processing. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2019, **3**(1): 36−48

5 Jiang S Y, Yang S X, Yao X, Tan K C, Kaiser M, Krasnogor N. Benchmark Functions for the CEC 2018 Competition on Dynamic Multiobjective Optimization, Technical Report, Institute of Artificial Intelligence, Newcastle University, UK, 2018

6 Jiang S Y, Kaiser M, Yang S X, Kollias S D, Krasnogor N. A scalable test suite for continuous dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, **50**(6): 2814−2826

7 Deb K, Agarwal S, Pratap A, Meyarivan T. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, **6**(2): 182−197

8 Zhang Q F, Li H. MOEA/D: A multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, **11**(6): 712−731

9 Yang S, Yao X. Experimental study on population-based incremental learning algorithms for dynamic optimization problems. *Soft Computing*, 2005, **9**(11): 815−834

10 Deb K, Rao U B, Karthik S. Dynamic multi-objective optimization and decision-making using modified NSGA-II: A case study on hydro-thermal power scheduling. In: Proceedings of the 4th International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Matsushima, Japan: 2007. 803−817

11 Zhou A M, Jin Y C, Zhang Q F. A population prediction strategy for evolutionary dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, **44**(1): 40−53

12 Ding Jing-Liang, Yang Cui-Er, Chen Li-Peng, Chai Tian-You. Dynamic multi-objective optimization algorithm based on reference point prediction. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(2): 313−320
(丁进良, 杨翠娥, 陈立鹏, 柴天佑. 基于参考点预测的动态多目标优化算法. 自动化学报, 2017, **43**(2): 313−320)

13 Chen Mei-Rong, Guo Yi-Nan, Gong Dun-Wei, Yang Zhen. A novel dynamic multi-objective robust evolutionary optimization method. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(11): 2014−2032
(陈美蓉, 郭一楠, 巩敦卫, 杨振. 一类新型动态多目标鲁棒进化优化方法. 自动化学报, 2017, **43**(11): 2014−2032)

14 Zeng S Y, Chen G, Zheng L, Shi H, Garis H D, Ding L X X, et al. A dynamic multi-objective evolutionary algorithm based on an orthogonal design. In: Proceedings of the 6th IEEE Congress on Evolutionary Computation. Vancouver, Canada: 2006. 573−580

15 Goh C K, Tan K C. A competitive-co-operative co-evolutionary paradigm for dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, **13**(1): 103−127

16 Yen G G, Leong W F. Dynamic multiple swarms in multi-objective particle swarm optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2009, **39**(4): 890−911

17 Shang R, Jiao L, Ren Y, Li L, Wang L. Quantum immune clonal co-evolutionary algorithm for dynamic multi-objective optimization. *Soft Computing*, 2014, **18**(4): 743−756

18 Liu R C, Li J X, Fan J, Mu C H, Jiao L C. A co-evolutionary technique based on multi-swarm particle swarm optimization for dynamic multi-objective optimization. *European Journal of Operational Research*, 2017, **261**(3): 1028−1051

19 Zhang K, Shen C, Liu X, Yen G G. Multi-objective evolution strategy for dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, **24**(5): 974−988

20 Wang Y, Li B. Investigation of memory-based multi-objective optimization evolutionary algorithm in dynamic environment. In: Proceedings of the 9th IEEE Congress on Evolutionary Computation. Trondheim, Norway: 2009. 630−637

21 Zhang Z, Qian S. Artificial immune system in dynamic environments solving time-varying non-linear constrained multi-objective problems. *Soft Computing*, 2011, **15**(7): 1333−1349

22 Sahmoud S, Topcuoglu H R. A memory-based NSGA-II algorithm for dynamic multi-objective optimization problems. In: Proceedings of the 19th European Conference on Applications of Evolutionary Computation. Porto, Portugal: 2016. 296−310

23 Hatzakis I, Wallace D. Dynamic multi-objective optimization with evolutionary algorithms: A forward-looking approach. In: Proceedings of the 8th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation. Seattle, USA: 2006. 1201−1208

24 Zheng Jin-Hua, Peng Zhou, Zou Juan, Shen Rui-Min. A prediction strategy based on guide-individual for dynamic multi-objective optimization. *Acta Electronica Sinic*, 2015, **43**(9): 1816−1825
(郑金华, 彭舟, 邹娟, 申瑞珉. 基于引导个体的预测策略求解动态多目标优化问题. 电子学报, 2015, **43**(9): 1816−1825)

25 Liu R C, Niu X, Fan J, Mu C H, Jiao L C. An orthogonal predictive model-based dynamic multi-objective optimization al-

gorithm. *Soft Computing*, 2015, **19**(11): 3083−3107

26 Wu Y, Jin Y C, Liu X X. A directed search strategy for evolutionary dynamic multi-objective optimization. *Soft Computing*, 2015, **19**(11): 3221−3235

27 Muruganantham A, Tan K C, Vadakkepat P. Evolutionary dynamic multi-objective optimization via Kalman filter prediction. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(12): 2862−2873

28 Jiang S Y, Yang S X. A steady-state and generational evolutionary algorithm for dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, **21**(1): 65−82

29 Rong M, Gong D W, Zhang Y, Jin Y C, Pedrycz W. Multi-directional prediction approach for dynamic multi-objective optimization problems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, **49**(9): 3362−3374

30 Cao L L, Xu L H, Goodman E D, Bao C T, Zhu S W. Evolutionary dynamic multi-objective optimization assisted by a support vector regression predictor. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, **24**(2): 305−319

31 Rong M, Gong D W. A multi-model prediction method for dynamic multi-objective evolutionary optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, **24**(2): 290−304

32 Wang C F, Yen G G, Jiang M. A grey prediction-based evolutionary algorithm for dynamic multi-objective optimization. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2020, **56**: Article No. 100695

33 Gee S B, Tan K C, Alippi C. Solving multi-objective optimization problems in unknown dynamic environments: An inverse modeling approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, **47**(12): 4223−4234

34 Jiang M, Huang Z Q, Qiu L M, Huang W Z, Yen G G. Transfer learning-based dynamic multi-objective optimization algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, **22**(4): 501−514

35 Jiang M, Hu W Z, Qiu L M, Shi M H, Tan K C. Solving dynamic multi-objective optimization problems via support vector machine. In: Proceedings of the 10th International Conference on Advanced Computational Intelligence. Xiamen, China: 2018. 819−824

36 Jiang M, Wang Z Z, Hong H K, Yen G G. Knee point based imbalanced transfer learning for dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computatio*, 2021, **25**(1): 117−129

37 Zhao Q, Yan B, Shi Y, Middendorf M. Evolutionary dynamic multi-objective optimization via learning from historical search process. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021: Article No. 3059252

38 Jiang M, Wang Z, Guo S, Gao X, Tan K C. Individual-based transfer learning for dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, **51**(10): 4968−4981

39 Peng Z, Zheng J H, Zou J, Liu M. Novel prediction and memory strategies for dynamic multi-objective optimization. *Soft Computing*, 2015, **19**(9): 2633−2653

40 Azzouz R, Bechikh S, Said L B. A dynamic multi-objective evolutionary algorithm using a change severity-based adaptive population management strategy. *Soft Computing*, 2017, **21**(4): 885−906

41 Zou J, Li Q Y, Yang S X, Bai H, Zheng J H. A prediction strategy based on center points and knee points for evolutionary dynamic multi-objective optimization. *Applied Soft Computing*, 2017, **61**: 806−818

42 Liang Z P, Zheng S X, Zhu Z X, Yang S X. Hybrid of memory and prediction strategies for dynamic multi-objective optimization. *Information Sciences*, 2019, **485**: 200−218

43 Rambabu R, Vadakkepat P, Tan K C, Jiang M. A mixture-of-experts prediction framework for evolutionary dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, **50**(12): 5099−5112

44 Zhang Q Y, Yang S X, Jiang S Y, Wang R G, Li X L. Novel prediction strategies for dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, **24**(2): 260−274

45 Gong D W, Xu B, Zhang Y, Guo Y N, Yang S X. A similarity-based cooperative co-evolutionary algorithm for dynamic interval multi-objective optimization problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, **24**(1): 142−156

46 Feng L, Zhou W, Liu W, Ong Y S, Tan K C. Solving dynamic multi-objective problem via auto-encoding evolutionary search. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(5): 2649−2662

47 Liang Z P, Wu T C, Ma X L, Zhu Z X, Yang S X. A dynamic multi-objective evolutionary algorithm based on decision variable classification. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(3): 1602−1615

48 Liu Ruo-Chen, Li Jian-Xia, Liu Jing, Jiao Li-Cheng. A survey on dynamic multi-objective optimization. *Chinese Journal of Computers*, 2020, **43**(7): 1246−1278
(刘若辰, 李建霞, 刘静, 焦李成. 动态多目标优化研究综述. 计算机学报, 2020, **43**(7): 1246−1278)

49 Ma Yong-Jie, Chen Min, Gong Ying, Cheng Shi-Sheng, Wang Zhen-Yan. Research progress of dynamic multi-objective optimization evolutionary algorithm. *Acta Automatica Sinica*, 2020, **46**(11): 2302−2318
(马永杰, 陈敏, 龚影, 程时升, 王甄延. 动态多目标优化进化算法研究进展. 自动化学报, 2020, **46**(11): 2302−2318)

50 Woldesenbet Y G, Yen G G. Dynamic evolutionary algorithm with variable relocation. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, **13**(3): 500−513

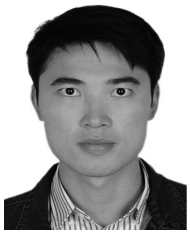
51 Koo W T, Goh C K, Tan K C. A predictive gradient strategy for multi-objective evolutionary algorithms in a fast changing environment. *Memetic Computing*, 2010, **2**(2): 87−110

52 Sierra M R, Coello C A C. Improving PSO-based multi-objective optimization using cowding, mutation and epsilon-dominance. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Guanajuato, Mexico: 2005. 505−519

53 Wilcoxon F. Individual comparisons by ranking methods. *Breakthroughs in Statistics: Methodology and distribution*. New York: Springer, 1992. 196−202

54 Friedman M. The use of ranks to avoid the assumption of normality implicit in the analysis of variance. *Journal of the American Statistical Association*, 1937, **32**(200): 675−701

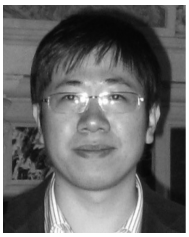
梁正平 深圳大学计算机与软件学院副教授. 2006 年获得武汉大学博士学位. 主要研究方向为计算智能和大数据分析与应用.
E-mail: liangzp@szu.edu.cn
(**LIANG Zheng-Ping** Associate professor at the College of Computer Science and Software Engineering, Shenzhen University. He received his Ph.D. degree from Wuhan University in 2006. His research interest covers computational intelligence and big data analysis & application.)



李辉才 深圳大学计算机与软件学院硕士研究生. 主要研究方向为计算智能与应用.
E-mail: 1810273028@email.szu.edu.cn
(**LI Hui-Cai** Master student at the College of Computer Science and Software Engineering, Shenzhen University. His main research interest is computational intelligence & applications.)

王志强 深圳大学计算机与软件学院教授. 主要研究方向为计算智能, 大数据分析与应用和多媒体技术与应用. E-mail: wangzq@szu.edu.cn
(**WANG Zhi-Qiang** Professor at the College of Computer Science and Software Engineering, Shenzhen University. His research interest covers computational intelligence, big data analysis & applications, and multi-media technology & applications.)

胡凯峰 深圳大学信息中心工程师. 2019 年获得深圳大学硕士学位. 主要研究方向为计算智能及其应用.
E-mail: kaifeng@szu.edu.cn
(**HU Kai-Feng** Engineer at the Information Center, Shenzhen University. He received his master degree from Shenzhen University in 2019. His main research interest is computational intelligence & applications.)



朱泽轩 深圳大学计算机与软件学院教授. 2008 年获得南洋理工大学博士学位. 主要研究方向为计算智能, 机器学习和生物信息学. 本文通信作者.
E-mail: zhuzx@szu.edu.cn
(**ZHU Ze-Xuan** Professor at the College of Computer Science and Software Engineering, Shenzhen University. He received his Ph.D. degree from Nanyang Technological University in 2008. His research interest covers computational intelligence, machine learning, and bioinformatics. Corresponding author of this paper.)