区间多目标优化中决策空间约束、支配及同序解筛选策略

陈志旺[1] 白 锌[1] 杨 七[1] 黄兴旺[1] 李国强[1]

摘 要 针对优化函数未知的昂贵区间多目标优化, 根据决策空间数据挖掘, 提出了一种基于最近邻法和主成分分析法 (Principal component analysis, PCA) 的 NSGA-II 算法. 该算法首先通过约束条件将待测解集分为可行解和非可行解, 利用最近邻法对待测解和样本解进行相似性计算, 判断待测解是否满足约束. 然后对于两个解的 Pareto 支配性同样利用最近邻法来区分解之间的被支配和非被支配关系. 由于目标空间拥挤距离无法求出, 为此在决策空间利用主成分分析法将 K-均值聚类后的解集降维, 找出待测解的前、后近距离解, 通过决策空间拥挤距离对同序值解进行筛选. 实现 NSGA-II 算法的改进.

关键词 多目标优化, 区间规划, NSGA-II, 最近邻法, 拥挤距离

引用格式 陈志旺, 白锌, 杨七, 黄兴旺, 李国强. 区间多目标优化中决策空间约束、支配及同序解筛选策略. 自动化学报, 2015, **41**(12): 2115−2124

DOI 10.16383/j.aas.2015.c150218

Strategy of Constraint, Dominance and Screening Solutions with Same Sequence in Decision Space for Interval Multi-objective Optimization

CHEN Zhi-Wang[1] BAI Xin[1] YANG Qi[1] HUANG Xing-Wang[1] LI Guo-Qiang[1]

Abstract For the problem of expensive interval multi-objective optimization with unknown optimization functions, a kind of NSGA-II is proposed based on data mining technology in decision space which includes nearest neighbor and PCA. Firstly, candidate solutions in the solution set are divided into feasible solutions and non-feasible solutions according to constraints. And nearest neighbor is used to distinguish the solutions which meet constraints through computing similarity between candidate solutions and sample solutions. Secondly, nearest neighbor is also applied to distinguish dominance relationship and non-dominance relationship for Pareto dominance relationship of the two solutions. Finally, due to the absence of the crowding distance in objective space, the solution set is clustered by K-means clustering, in order to compare the solutions with same sequence, then the dimensions of the solutions of each category are reduced by PCA, thus the closest solutions before and after candidate solutions can be found. So that the solutions with same sequence are screened by crowding distance in decision space. Therefore, the NSGA-II is improved.

Key words Multi-objective optimization, interval programming, NSGA-II, nearest neighbor, crowding distance

Citation Chen Zhi-Wang, Bai Xin, Yang Qi, Huang Xing-Wang, Li Guo-Qiang. Strategy of constraint, dominance and screening solutions with same sequence in decision space for interval multi-objective optimization. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(12): 2115−2124

在现实生活、工程等领域, 存在许多问题需要在给定区域上对多个目标函数同时进行优化, 这类问题被称作多目标优化问题 (Multi-objective optimization problems, MOP)[1]. 近年来, 使用进化算法求解 MOP 取得显著成果[2]. 但研究对象多是优化函数已知且不含扰动的确定性问题. 而现实生活中, 由于主客观因素影响, 优化问题常存在以下问题:

1) 优化问题中目标函数和约束函数往往含有不确定变量. 例如汽车碰撞安全性设计[3], 由于加工精度和后期时效处理等原因, 使得汽车车身的材料参数, 如弹性模量和密度等会在规定值附近产生一定扰动. 这种扰动会对汽车安全性计算产生影响, 所以在汽车碰撞分析时, 还需考虑材料的不确定性.

2) 对于大多数优化问题, 其优化函数的精确数学模型常难以获得. 对于某输入虽可通过对优化对象进行 "实验评估" 获得输出值. 但某些优化问题中, 评估实验所需的成本高昂, 大量评估实验必然造成成本灾难. 例如空气动力学设计[4]、药物设计[5] 等.

这里将以上两个问题总结为 "优化函数未知的昂贵区间多目标优化问题". 对于问题 1), 由文献 [6] 可知, 解决含不确定变量优化问题的方法有三种: 随

收稿日期 2015-04-20 录用日期 2015-09-23
Manuscript received April 20, 2015; accepted September 23, 2015
国家自然科学基金 (61403331), 河北省自然科学基金青年基金 (F2014203099), 燕山大学青年教师自主研究计划课题 (13LGA006) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61403331), Natural Science Foundation for Young Scientist of Hebei Province (F2014203099), and Independent Research Program for Young Teachers of Yanshan University (13LGA006)
本文责任编委 王红卫
Recommended by Associate Editor WANG Hong-Wei
1. 燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室 秦皇岛 066004
1. Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004

机规划、模糊规划和区间规划. 采用随机规划时, 需已知该随机变量满足的概率分布; 采用模糊规划时, 需已知该模糊数的隶属度函数; 采用区间规划时, 需已知该区间的上下限或者中点和半径. 而在实际优化问题中得到变量的取值范围要比得到其概率分布或隶属度函数容易. 故对于优化函数中含不确定变量的问题, 利用区间描述不确定性优于其他两种方法. 对于区间规划求解方法已有成果很多, 主要可以分为两类: 第一类通过引入区间数序关系将约束多目标区间优化问题转化成约束多目标确定优化问题[7]; 另一类为直接求解区间优化问题的算法[8]. 文献 [9] 的作者通过将区间规划引入到 NSGA-II 算法, 实现区间多目标优化问题的直接求解.

对于问题 2), 有两种解决思路. 一种是函数建模, 另外一种是数据驱动[10]. 针对第一种思路, 学者们将系统辨识思想引入到多目标优化领域. 其主要思路是利用回归算法对一组样本点进行学习训练而辨识出原始目标函数的近似模型, 并将此模型作为代理模型[11] 运用于算法优化. 目前, 基于代理模型的多目标优化进化算法备受学术界关注[12], 并涌现出了许多优秀代理模型, 其中最具代表性的有高斯过程[13]、多项式模型[14]、神经网络[15] 以及支持向量机[16]. 然而创建代理模型需要较多先验知识且每个目标函数都需要单独建模, 模型类型和参数精度直接影响建模准确率[17]. 而且以往在基于代理模型的多目标优化研究中, 辨识的优化函数多为确定性的, 而对含不确定性的优化函数, 传统建立确定模型的方法将不再适用. 为此, 基于数据驱动的思想, 郭观七等[18] 提出了基于等价子向量最小交叉距离的相似性测度, 并利用最近邻法直接在决策空间对多目标优化 Pareto 支配性进行预测. 显著减少了遗传算法对目标向量评估计算的依赖, 为解决多目标计算成本灾难问题提供了有效方法. 但由文献 [9] 可知求解多目标优化问题需解决的主要问题有 3 个: 1) 排除不可行解; 2) 计算解之间的支配关系从而获得序值; 3) 通过目标向量计算对同序值解进行排序. 文献 [18] 虽然解决了问题 2), 却忽略了另外两个问题. 针对以上不足, 本文利用模式识别方法解决了可行解预测. 又基于决策空间的流形理论[19−20], 利用 K-均值聚类算法和主成分分析法 (Principal component analysis, PCA)[21] 提出了决策空间拥挤距离的计算方法, 在决策空间实现对相同序值解的筛选, 完善了求解基于 Pareto 最优性多目标优化问题的最近邻法策略. 并将该策略引入 NSGA-II 中, 构成本文基于最近邻法和 PCA 的 NSGA-II 算法.

1 区间多目标优化原理简介

1.1 问题描述

区间多目标优化问题的一般表达式为

$$\begin{aligned}
&\min_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = (f_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})),\ \ m = 1,2,\cdots,z\\
&\text{s.t. } g_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) \geq a_j = [\underline{a}_j, \overline{a}_j],\ \ j = 1,2,\cdots,n\\
&\quad h_k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = b_k = [\underline{b}_k, \overline{b}_k],\ \ k = 1,2,\cdots,n^*\\
&\quad \boldsymbol{x} = (x_1,\cdots,x_q) \in \mathbf{R}^q,\ \ x_t \in [\underline{x}_t, \overline{x}_t],\\
&\qquad t = 1,2,\cdots,q\\
&\quad \boldsymbol{u} = (u_1,\cdots,u_p) \in \mathbf{R}^p,\ \ u_l \in [\underline{u}_l, \overline{u}_l],\\
&\qquad l = 1,2,\cdots,p
\end{aligned} \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$ 为目标函数向量, $f_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$ 为第 m 个区间目标函数. $\boldsymbol{x} = (x_1,\cdots,x_q)$ 为 q 维解, x_t 是 $\boldsymbol{x}$ 的第 t 个变量, $\overline{x}_t$ 和 $\underline{x}_t$ 为变量 x_t 的上下边界. $\boldsymbol{u} = (u_1,\cdots,u_p)$ 为函数 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$ 的 p 维内部扰动向量, u_l 是扰动向量 $\boldsymbol{u}$ 第 l 个变量, $\overline{u}_l$ 和 $\underline{u}_l$ 为变量 u_l 的上下边界. $g_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$ 是第 j 个区间不等式约束, $h_k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$ 是第 k 个区间等式约束.

1.2 区间 Pareto 支配性定义

令 $\boldsymbol{X} = \{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x}_{pop}\}$ 为优化问题 (式 (1)) 在决策空间的一个解集, pop 为解集规模. x_i 和 x_j $(i, j = 1,2,\cdots,pop)$ 为解集中 $\boldsymbol{X}$ 的两个解.

定义 1[9]**.** 令 $P(f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \leq f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}))$ 为区间 $f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})$ 小于等于区间 $f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})$ 的区间可能度. 根据文献 [22] 中区间 6 种位置关系, 可得区间可能度的计算公式如式 (2).

$$P(f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \leq f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})) = \begin{cases}
0, & \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) \leq \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})\\
\dfrac{(\overline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) - \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}))^2}{8 f_m^r(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) f_m^r(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})}, & \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) < \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) < \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) < \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})\\
\dfrac{f_m^c(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) - \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})}{2 f_m^r(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})}, & \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) < \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) < \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) \leq \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})\\
1 - \dfrac{(\overline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) - \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}))^2}{8 f_m^r(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) f_m^r(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})}, & \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \leq \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) < \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) < \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})\\
\dfrac{\overline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) - f_m^c(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})}{2 f_m^r(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})}, & \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}) \leq \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) < \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \leq \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})\\
1, & \overline{f}_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \leq \underline{f}_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})
\end{cases} \tag{2}$$

定义 2[9]**.** 对于式 (1) 的两个解 $\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_j$, 如果区间可能度 $P(f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \le f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}))$ (式 (2)) 均不小于 0.5, 且存在区间可能度 $P(f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \le f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}))$ 大于 0.5, 则称 $\boldsymbol{x}_i$ 支配 $\boldsymbol{x}_j$, 记为 $\boldsymbol{x}_i \succ_P \boldsymbol{x}_j$, 也可称 $\boldsymbol{x}_j$ 被 $\boldsymbol{x}_i$ 支配, 记为 $\boldsymbol{x}_j \prec_P \boldsymbol{x}_i$, 即:

$$\forall m \in (1,2,\cdots,z):\quad P(f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \le f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})) \ge 0.5$$

$$\exists m \in (1,2,\cdots,z):\quad P(f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \le f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})) > 0.5$$

定义 3[9]**.** 如果 $\boldsymbol{x}_i$ 不支配 $\boldsymbol{x}_j$, 且 $\boldsymbol{x}_j$ 也不支配 $\boldsymbol{x}_i$, 则称 $\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_j$ 互不支配, 记为 $\boldsymbol{x}_i \|_p \boldsymbol{x}_j$.

1.3　区间距离公式

定义 4[9]**.** 对于一个区间数 $a=[\underline{a},\overline{a}]$, 设 $a^c=(\overline{a}+\underline{a})/2$, $a^r=(\overline{a}-\underline{a})/2$, $a^w=\overline{a}-\underline{a}$, 则称 a^c, a^r, a^w 分别为区间数 a 的中点、半径和不确定度.

定义 5[9]**.** 区间数 $f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})$ 和 $f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})$ 的区间距离公式如下:

$$d_{ij}=\sqrt{D^2+\frac{1}{3}F-\frac{2}{3}\left(T^r\right)^2} \tag{3}$$

其中, $D=f_m^c(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})-f_m^c(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})$, $F=f_m^r(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})^2+f_m^r(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})^2$, $T=(f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})\cap f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u}))$ 表示区间 $f_m(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})$ 和 $f_m(\boldsymbol{x}_j,\boldsymbol{u})$ 的交集. T^r 为区间 T 的半径.

1.4　约束处理方法

从式 (1) 可以看出, 约束条件有两种类型: 等式约束和不等式约束. 对于等式约束, 可以牺牲某些准确性为代价, 放宽约束而将它们转换成不等式约束[9, 22], 不妨将 $h_k(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})=b_k$ 表示为 $\overline{b}_k \ge h_k(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})$ 和 $h_k(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}) \ge \underline{b}_k$, 这样 n^* 个等式约束转化为 $2\times n^*$ 个不等式约束, 进而利用式 (2) 计算解满足约束条件的可能度. 以第 δ 个不等式约束 $\overline{b}_\delta \ge h_\delta(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u})$ 为例, 则满足约束条件的可能度为 $P(\overline{b}_\delta \ge h_\delta(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}))$, 令 $\ell_\delta(\boldsymbol{x}_i)$ 为种群个体违反第 δ 个不等式约束的约束违背程度. 根据可能度的性质可得 $\ell_\delta(\boldsymbol{x}_i)=1-P(\overline{b}_\delta \ge h_\delta(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}))$, 即 $\ell_\delta(\boldsymbol{x}_i)=P(\overline{b}_\delta < h_\delta(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}))$. 在此基础上得可行解定义如下.

定义 6[9]**.** 针对式 (1) 中所描述的优化问题, 对于某解 $\boldsymbol{x}_i$, 若 $\ell_\delta(\boldsymbol{x}_i) \le \theta_\delta^{\max}$, 则称 $\boldsymbol{x}_i$ 为该优化问题的可行解, 否则为不可行解. $\theta_\delta^{\max}$ $(0 \le \theta_\delta^{\max} \le 1)$ 称为第 δ 个不等式约束的约束允许违背度. $\theta_\delta^{\max}$ 需人为给定, 默认值取 0.5.

对于算法的种群筛选, 需先根据约束允许违背度将不可行解删除.

2　可行解和 Pareto 支配性的最近邻预测

2.1　可行解预测

由定义 6 得, 种群中的解依据 $\theta_\delta^{\max}$ 分为可行解和不可行解. 令

$$\lambda(\boldsymbol{x}_i)=\begin{cases}1, & \ell_\delta \le \theta_\delta^{\max}\\ 2, & \ell_\delta > \theta_\delta^{\max}\end{cases},\quad \delta=1,2,\cdots,2n^*+n \tag{4}$$

其中, $\lambda(\boldsymbol{x}_i)=1$ 表示 $\boldsymbol{x}_i$ 为可行解, $\lambda(\boldsymbol{x}_i)=2$ 表示 $\boldsymbol{x}_i$ 为不可行解. 在目标向量未知的情况下, 通过训练样本集对可行解进行预测属于有监督分类. 而最近邻分类法正属于有监督分类法, 而且是非参数模式识别法中最重要的方法之一. 该算法无需构建分类模型, 可直接利用训练样本集实现对待测集合的分类, 且可在线更新训练样本集, 随时对分类进行矫正. 故本文利用该方法对可行解进行预测. 可行解预测过程如下:

1) 通过评估实验获得训练样本集 ST.

2) 为公平处理各决策分量, 避免样本间相似性受部分决策分量主导, 将 ST 中的解和待测解 $\boldsymbol{x}_i$ 按照式 (5) 归一化处理得到训练样本集 ST^* 及 $\boldsymbol{x}_i^*$.

$$\boldsymbol{x}_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{iq}),\quad x_{it}\in[\underline{x}_t,\overline{x}_t]$$
$$x_{it}^*=\frac{x_{it}-\underline{x}_t}{\overline{x}_t-\underline{x}_t},\quad \boldsymbol{x}_i^*=(x_{i1}^*,x_{i2}^*,\cdots,x_{iq}^*) \tag{5}$$

3) 从 ST^* 中找出与 $\boldsymbol{x}_i^*$ 最相似 (欧几里得距离最小) 的解反归一化后作为 $\boldsymbol{x}_i$ 的相似解 $\boldsymbol{x}_i^{\rm sim}$.

4) 利用区间可能度 (式 (2))、约束允许违背度 (定义 6) 及训练样本集中的数据计算 $\lambda(\boldsymbol{x}_i^{\rm sim})$, 令 $\lambda(\boldsymbol{x}_i)=\lambda(\boldsymbol{x}_i^{\rm sim})$.

2.2　Pareto 支配性预测

由定义 2 和定义 3 可知支配关系存在三种情况: 1) $\boldsymbol{x}_i$ 被 $\boldsymbol{x}_j$ 支配; 2) $\boldsymbol{x}_i$ 支配 $\boldsymbol{x}_j$; 3) $\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_j$ 互不支配. 由于某种群的序值可通过比较解被支配的次数获得, 被支配次数越少序值越优. 故为了计算某种群中解的序值, 将上述情况 2) 和情况 3) 合并, 支配情况被分为两类: 1) $\boldsymbol{x}_i$ 被 $\boldsymbol{x}_j$ 支配; 2) 其他情况. 令 $w(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$ 为解 $\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_j$ 的支配性, 则:

$$w(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)=\begin{cases}1, & \boldsymbol{x}_i\prec_P\boldsymbol{x}_j\\ 2, & \text{否则}\end{cases} \tag{6}$$

文献 [18] 利用最近邻法实现了对确定性多目标优化问题的 Pareto 支配性预测. 而区间多目标优化问题与确定性多目标优化问题相比, 两者决策空间的解均为确定数, 只是目标空间的决策向量不同, 前

者为区间数, 后者为确定数. 已知最近邻法只是对决策空间的解进行相似性计算, 进而实现对 Pareto 支配性的预测, 目标空间的运算只用于训练样本集的创建和更新. 故最近邻法仍可应用于区间多目标优化问题的 Pareto 支配性预测. 具体过程如下:

1) 通过评估实验获得训练样本集 ST.

2) 将 ST 中的解和待测解 $\boldsymbol{x}_i$, $\boldsymbol{x}_j$ 按照式 (5) 归一化处理得到训练样本集 ST^* 及 $\boldsymbol{x}_i^*$, $\boldsymbol{x}_j^*$.

3) 从 ST^* 中分别找出和 $\boldsymbol{x}_i^*$, $\boldsymbol{x}_j^*$ 最相似 (欧几里得距离最小) 的解反归一化后作为 $\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_j$ 的相似解 $\boldsymbol{x}_i^{\rm sim}$ 和 $\boldsymbol{x}_j^{\rm sim}$.

4) 利用区间可能度 (式 (2))、区间 Pareto 支配关系 (定义 2) 及训练样本集中的数据计算 $w(\boldsymbol{x}_i^{\rm sim}, \boldsymbol{x}_j^{\rm sim})$, 令 $w(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j) = w(\boldsymbol{x}_i^{\rm sim}, \boldsymbol{x}_j^{\rm sim})$.

2.3 训练样本集

对于 Pareto 支配性和可行解的预测, 两者的训练样本集 ST 为同一集合. 训练样本集包括解向量 $\boldsymbol{x}_i$ 以及对优化对象进行实验评估获得各目标及约束的函数值:

$$\begin{cases} f_m(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}), & m = 1, 2, \cdots, z \\ g_j(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}), & j = 1, 2, \cdots, n \\ h_k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}), & k = 1, 2, \cdots, n^* \end{cases}$$
$$i = 1, 2, \cdots, \eta \qquad (7)$$

其中, η 为训练样本集的规模. 将解向量 $\boldsymbol{x}_i$ 与其评估结果按照式 (8) 合并, 构成所需的训练样本集:

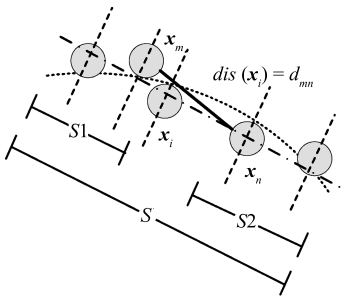
$$\begin{aligned} ST = \{&(\boldsymbol{x}_i, f_1(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}), \cdots, f_z(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}), \\ &g_1(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}), \cdots, g_n(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}), \\ &h_1(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}), \cdots, h_{n^*}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}))\}, \\ &i = 1, 2, \cdots, \eta \end{aligned} \qquad (8)$$

训练样本集 ST 更新时只需将新解与目标及约束函数值按照式 (8) 的形式并入到训练样本集 ST 中即可. 利用训练样本集进行预测时, 无论是支配性预测还是可行解预测, 在找到相似解后都可以利用训练样本集算出预测值.

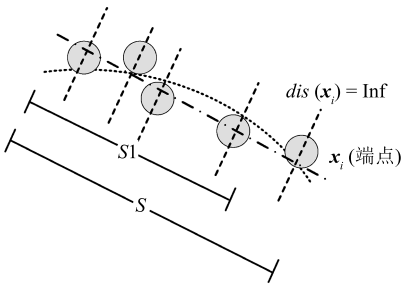
3 决策空间拥挤距离

通常 Pareto 前沿的分布均匀性和散布性是衡量多目标优化算法的重要指标. NSGA-II 算法通过目标空间的拥挤距离计算对同序解进行排序, 提高 Pareto 前沿的均匀性和散布性. 而上述最近邻策略利用决策空间的解直接预测可行解和支配关系, 略过了目标向量的求取, 进而无法在目标空间计算拥挤距离[9]. 由于种群的多样性可以提高 NSGA-II 算法的并行计算性能, 而种群的多样性包括决策空间解集的均匀性和散布性[23]. 因此本文在决策空间利用拥挤距离思想对同序值解进行排序. 但应用拥挤距离的前提是已知种群解的前、后近距离解, 而种群解是没有顺序的随机解, 因此目标空间的近距离解指定方法在此失效. 由文献 [19−20] 可知根据 Karush-Kuhn-Tucker 条件, 一个连续的 m 个目标的多目标优化问题在光滑的情况下, 它的 Pareto 解集在决策空间的分布是一个分段、连续的 $(m-1)$ 维的流形. 因此可依据此理论利用 PCA 算法在流形上指定种群解的前后近距离解. 以下以双目标优化问题为例进行说明, 对于双目标优化问题, 其解集分布是一维流形, 即主曲线. 可通过 PCA 获得主曲线的流形方向即第一主元方向, 基于此方向计算决策空间的拥挤距离, 拥挤距离越大则解集的多样性越好[23], 进而实现同序值解筛选.

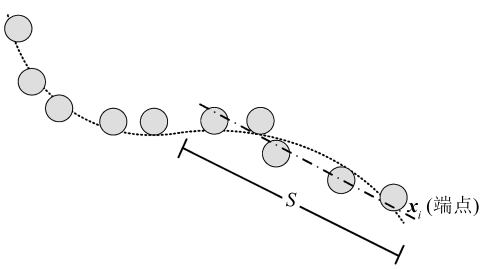
设集合 L 的解序值相同, 解 $\boldsymbol{x}_i \in L$ 在决策空间上的拥挤距离示意图如图 1 所示.



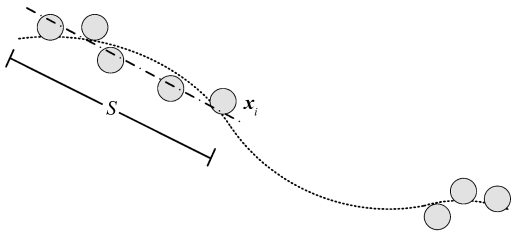
(a) 非端点解的决策空间拥挤距离
(a) The crowding distance of non-endpoint solutions in decision space



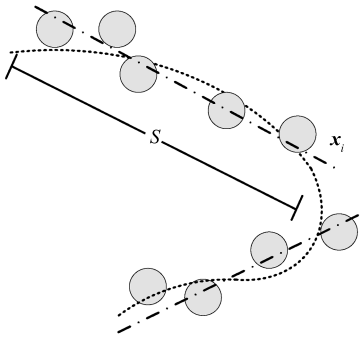
(b) 端点解决策空间拥挤距离
(b) The crowding distance of endpoint solutions in decision space



(c) 解在流形中的端点分布
(c) The endpoint distribution of solutions in manifold



(d) 解在流形中的稀疏分布
(d) The sparse distribution of solutions in manifold



(e) 解在流形中的转折分布
(e) The twist distribution of solutions in manifold

图 1　决策空间拥挤距离

Fig. 1　The crowding distance in decision space

图 1 中, "◯" 代表优化问题的一个解, "- - -" 为第一主元方向, "----" 为投影方向, "……" 为解集合所呈现的流形, L 中与 $\boldsymbol{x}_i$ 属于同类的解构成集合 S.

具体计算方法如下:

1) 利用 K-均值聚类算法对集合 L 进行聚类, 聚类数为 N^{cluster} (聚类数可根据经验选取). 从集合 L 中选出与 $\boldsymbol{x}_i$ 为同一类的解, 构成集合 S. 从而得到能够描述 $\boldsymbol{x}_i$ 所在同类解流形的集合. 此时 $\boldsymbol{x}_i$ 在集合 S 中分布情况有两种: a) $\boldsymbol{x}_i$ 位于同类解流形非端点处 (如图 1 (a)); b) $\boldsymbol{x}_i$ 位于同类解流形的端点处 (如图 1 (b)).

2) 利用 PCA 对解集 S 进行降维, 获得第 j 主成分的方向 $\boldsymbol{v}_j$ (即 S 中所有解的协方差矩阵的第 j 大特征值对应的特征行向量), 利用式 (9) (取 $j=1$) 将集合 S 向第 j 主成分方向投影:

$$x_i^* = \boldsymbol{v}_j \times \boldsymbol{x}_i{}^{\mathrm{T}}, \quad j=1 \tag{9}$$

从而获得降维后的集合 S^*, $x_i^* \in S^*$ 为 $\boldsymbol{x}_i$ 所对应的降维后的数据点, 记录数据点和解的对应关系.

3) 从 S^* 中找出大于 x_i^* 的数据点构成点集 $S1$, 找出小于 x_i^* 的数据点构成点集 $S2$. 分别从 $S1$ 和 $S2$ 中找出距离 x_i^* 最近的点, 记为 x_m^* 和 x_n^*. 通过 2) 中得到的对应关系找出与数据点 x_m^* 和 x_n^* 所对应的解, 记为 $\boldsymbol{x}_m$ 和 $\boldsymbol{x}_n$.

4) 由图 1 (a) 可知, 当 $\boldsymbol{x}_i$ 为非端点解时, $S1$ 和 $S2$ 都为非空集合, 故可以找到 $\boldsymbol{x}_m$ 和 $\boldsymbol{x}_n$, 将 $\boldsymbol{x}_m$ 和 $\boldsymbol{x}_n$ 之间的距离作为 $\boldsymbol{x}_i$ 的决策空间拥挤距离. 而当 $\boldsymbol{x}_i$ 为端点解时 (图 1 (b)), $S1$ 和 $S2$ 必然有一个为空集, 故只能找到 $\boldsymbol{x}_m$ 或者 $\boldsymbol{x}_n$. 从流形全局来看, 图 1 (b) 包含图 1 (c)、图 1 (d) 和图 1 (e) 三种情况, 即 $\boldsymbol{x}_i$ 可能位于整体流形端点处 (图 1 (c)), 保留该点可提高流形的散布性; 也可能 $\boldsymbol{x}_i$ 位于整体流形稀疏处 (图 1 (d)), 保留该点可提高流形的均匀性; 还可能位于流形的转折处 (图 1 (e)), 保留该点有利于刻画流形走势. 三者都有利于改善种群的多样性. 故为保证其不被排除, 令其决策空间拥挤距离为无穷大. 此处理与传统的 NSGA-II 端点拥挤距离为无穷处理相同. 式 (10) 为 $\boldsymbol{x}_i$ 在决策空间的拥挤距离计算公式, 距离越大越优.

$$dis(\boldsymbol{x}_i) = \begin{cases} d_{mn}, & (S_1 \neq \phi) \wedge (S_2 \neq \phi) \\ \text{Inf}, & \text{否则} \end{cases} \tag{10}$$

其中, d_{mn} 表示向量 $\boldsymbol{x}_m$ 和 $\boldsymbol{x}_n$ 的 2 范数, $(S_1 \neq \phi) \wedge (S_2 \neq \phi)$ 表示集合 S_1 非空且集合 S_2 非空, Inf 表示无穷大.

4　改进的 NSGA-II

针对优化函数未知的昂贵区间多目标优化问题, 本文对传统的区间 NSGA-II 进行了如下改进: 1) 通过引入最近邻法求解策略实现区间优化问题的可行解预测; 2) 通过引入最近邻法求解策略实现解之间支配关系的预测; 3) 利用 K-均值聚类和 PCA 两种算法算出决策空间拥挤距离, 在目标向量未知的情况下, 解决了同序解的排序问题. 具体过程如下:

步骤 1. 初始化算法总代数 G, 指导评估和预测两环节交替运算的参数 ke. 初始化种群 $N(k)$ (k 为进化代数, 令 $k=0$), $N(k)$ 包含解的个数为 pop, 即种群规模. 初始化训练样本集 ST (解的个数为 η), 精英储备集 W 和可行解备选集 F, 后两者为空集即可.

步骤 2. 对父代种群 $N(k)$ 进行交叉变异获得子代种群 (种群规模为 pop). 判断 k 是否能被 ke 整除, 若是则跳转步骤 3, 否则跳转步骤 6.

步骤 3. 子代、父代和精英储备集 W 合并构成新种群 $R(k)$, 若有相同解只保留一个.

步骤 4. 对优化对象进行实验评估得到种群 $R(k)$ 中解的目标函数值, 根据第 2.3 节更新训练样本集 ST.

步骤 5. 利用评估实验结果对种群 $R(k)$ 按照序值和目标空间拥挤距离进行筛选[9], 筛选后获得种群 $N(k+1)$ (种群规模为 pop), 更新精英储备集即 $W = N(k+1)$ (W 用于存储评估筛选后的解). 跳

转步骤 12.

步骤 6. 子代和父代合并构成新种群 $R(k)$.

步骤 7. 判断 $k-1$ 是否能被 ke 整除, 若是则跳转步骤 8, 否则跳转步骤 9.

步骤 8. 根据第 2.1 节, 利用最近邻法先对可行解备选集 F 中的每个解进行可行解预测, 去除不可行解. 筛选出的可行解可构成集合 F^*, 并清空可行解备选集 F (F 用于存储预测得到的不可行解).

步骤 9. 根据第 2.1 节, 利用最近邻法先对种群 $R(k)$ 中的每个解进行可行解预测, 去除不可行解, 并将不可行解并入可行解备选集 F. 若集合 F^* 为非空集则将 F^* 并入 $R(k)$ 中, 并清空集合 F^*.

步骤 10. 根据第 2.2 节, 利用最近邻法预测种群 $R(k)$ 中解之间的支配性, 进而获得序值.

步骤 11. 根据第 3 节, 相同序值的解通过决策空间的拥挤距离进行排序, 拥挤距离越大越优. 筛选后获得种群 $N(k+1)$ (种群规模为 pop).

步骤 12. 判断算法是否进化了 G 代, 如果满足, 转步骤 13, 否则, 令 $k=k+1$, 转到步骤 2.

步骤 13. 输出精英储备集 W 中的 Pareto 解集及 Pareto 前沿.

5 仿真优化实验

本文以优化问题 Q1[24] (式 (11)), Q2[9] (式 (12)) 为例, 验证所提算法的有效性.

$$\begin{aligned}\min f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) &= -10\mathrm{e}^{-u_1\sqrt{{x_1}^2+{x_2}^2}}\\ f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) &= |x_1|^{0.8}+|x_2|^{0.8}+\\ &\quad u_2(\sin {x_1}^3+\sin {x_2}^3),\\ &\quad x_1\,,x_2\in[-5,5]\\ &\quad u_1\in[0.19,0.21],\ u_2\in[4.9,5.1]\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\min f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) &= u_1(x_1+x_2-7.5\,)^2\ +\\ &\quad \frac{{u_2}^2(x_2-x_1+3\,)^2}{4}\\ f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) &= \frac{{u_1}^2(x_1-1\,)^2}{4}+\frac{{u_2}^3(x_2-4\,)^2}{2}\end{aligned}$$

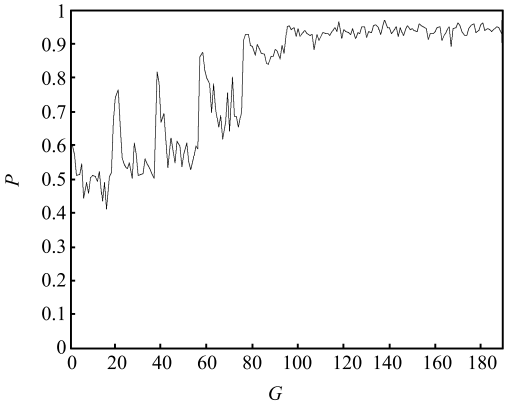
s.t.

$$\begin{aligned}g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) &= \frac{{u_1}^2\,(x_1-2)^3}{2}+u_2x_2-2.5\le[0,0.3]\\ g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) &= {u_1}^3\,x_2+{u_2}^2\,x_1-3.85-\\ &\quad 8\,{u_2}^2(x_2-x_1+0.65\,)^2\le[0,0.3]\\ &\quad x_1\in[0,5],\ x_2\in[0,3],\ u_1,u_2\in[0.9,1.1]\end{aligned} \tag{12}$$

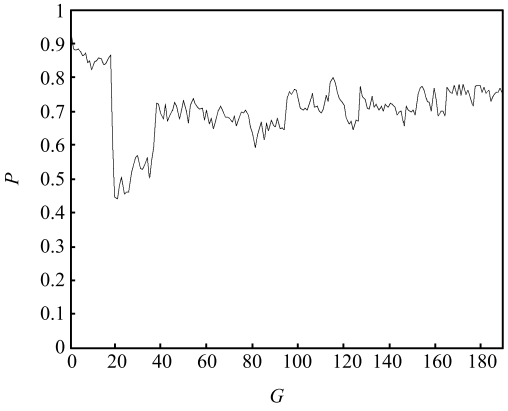
如不做特殊说明, 算法参数取值如下: η 初值为 40, 变异概率为 0.2, $\theta_\delta^{\max}=0.5$, $N^{\mathrm{cluster}}=6$, $pop=40$, $ke=20$, $G=200$. 为了衡量算法所得前沿的优劣, 这里取文献 [9] 中的 E 测度 (用于衡量前沿的均匀性), D 测度 (用于衡量前沿的散布度) 以及文献 [24] 中的 C 测度 (用于衡量前沿的收敛性).

5.1 预测准确率

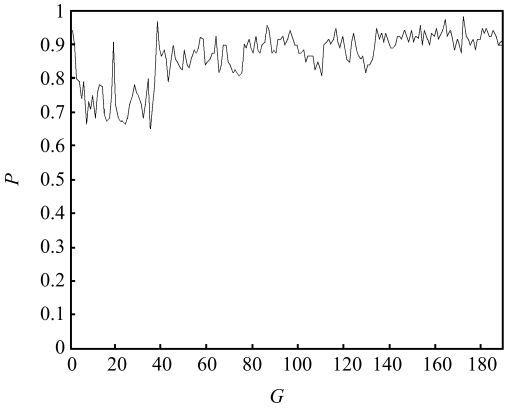
预测准确率定义如下: 待测种群中解预测正确的个数和种群规模的百分比. 图 2 (a) 和图 2 (b) 分别



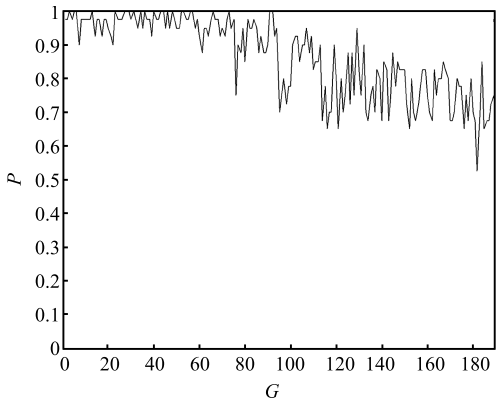
(a) Q1 的支配性预测准确率
(a) The dominance predicting accuracy of Q1



(b) Q2 的支配性预测准确率
(b) The dominance predicting accuracy of Q2

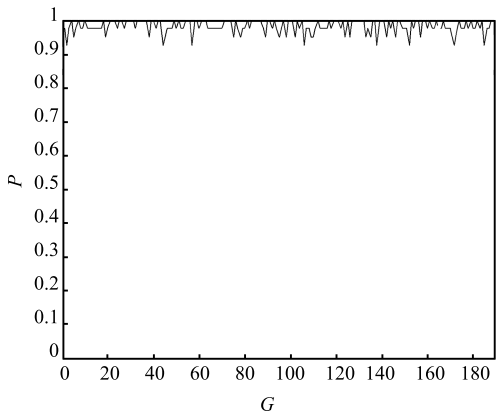


(c) Q2 的可行解预测准确率
(c) The feasible solution predicting accuracy of Q2



(d) Q1 的决策空间同序解筛选准确率

(d) The accuracy of screening for crowding distance of Q1 in decision space



(e) Q2 的决策空间同序解筛选准确率

(e) The accuracy of screening for crowding distance of Q2 in decision space

图 2　预测准确率

Fig. 2　The predicting accuracy

为优化问题 Q1 和 Q2 的支配性预测准确率随遗传代数变化的走势图. 可知 Q1 初始支配性预测准确率只有 0.6, 100 代后趋于稳定. 而优化问题 Q2 其走势和 Q1 正好相反: 20 代前算法支配性预测准确率大于 0.8, 而 20 代以后预测准确率下降到 0.5, 40 代后趋于稳定. 若只考虑初代, 则 Q2 的支配性预测准确率要好于 Q1, 但由表 1 可知就整体均值而言, 优化问题 Q1 支配性预测准确率的平均值为 0.8011, 而优化问题 Q2 的只达到 0.7068, Q1 的支配性预测准确率要好于 Q2, 与只比较初代所得结果相反. 针对进化算法, 通过整体均值进行说明更为准确. 故比较两个函数的预测准确率时不能只看某一代, 应对所有代进行全面分析. 而文献 [18] 中分析预测准确率时, 训练样本集和预测样本集都是在决策空间随机产生的, 相当于只对图 2 (a) 和图 2 (b) 中第 1 代的准确率进行分析. 这种分析方式是不全面的. 图 2 (c) 为优化问题 Q2 可行解预测准确率随遗传代数变化的走势图. 图中优化问题 Q2 的可行解预测准确率在前 40 代有所下降, 但 40 代以后趋于平稳. 由表 1 可知优化问题 Q2 的可行解预测准确率平均值为 0.8647. 可见对于优化问题 Q2, 利用最近邻法对可行解预测具有高准确率. 图 2 (d) 和图 2 (e) 分别为 Q1 和 Q2 利用决策空间拥挤距离对种群筛选准确率随遗传代数变化的走势图. 筛选准确率定义如下: 先对优化对象进行实验评估, 计算待测种群支配情况从而获得序值, 然后对该种群分别采用目标空间拥挤距离和决策空间拥挤距离进行筛选获得种群 $R1$ 和 $R2$, 通过计算两个种群相同解个数占种群 $R2$ 规模的百分比作为筛选准确率. 由表 1 可知两优化问题都具有高筛选准确率, 平均值均大于 0.8. 说明了本文所提决策空间拥挤距离的有效性.

表 1　预测准确率平均值

Table 1　The average of predicting accuracy

优化问题	支配性预测	可行解预测	拥挤距离筛选
Q1	0.8011	—	0.8660
Q2	0.7068	0.8647	0.9820

5.2　本文算法与优化函数已知算法的比较

图 3 (a) 和图 3 (b) 为在优化函数未知的条件下, 本文改进的 NSGA-II 算法对问题 Q1 和 Q2 进行优化所得前沿, 图 3 (c) 和图 3 (d) 为本文算法、区间 NSGA-II[9] 和区间粒子群[24] 的前沿中心对比图, 后两种算法均是在优化函数已知的情况下进行优化求解. 由图 3 可知, 本文算法和其余两种算法的前沿十分接近. 为了全面评价算法性能, 表 2 为各算法的前

表 2　不同算法的 Pareto 前沿测度指标

Table 2　The performance measures of Pareto fronts in different algorithms

算法	改进 NAGA-II		区间粒子群		区间 NAGA-II	
测度	E 测度	D 测度	E 测度	D 测度	E 测度	D 测度
Q1	0.1609	8.2498	0.1457	8.1768	0.1417	8.2465
Q2	0.2232	11.8130	0.2236	11.9292	0.2012	11.9637

沿测度指标. 由表 2 可知, 本文算法 Q1 的 D 测度好于后二者, Q2 的 E 测度好于区间粒子群算法, 而其余测度较差, 但与后二者的差距均很小. 这说明: 1) 本文算法获得前沿总体上和函数已知算法所得前沿性能非常接近; 2) 若 $ke = 1$, 其他参数不变, 则本文算法退化为区间 NSGA-II, 可知评估次数越多 (ke 越小), 获得优异前沿的可能性越大. 所以为了提高优化效果, 应尽可能多地对优化对象进行实验评估.

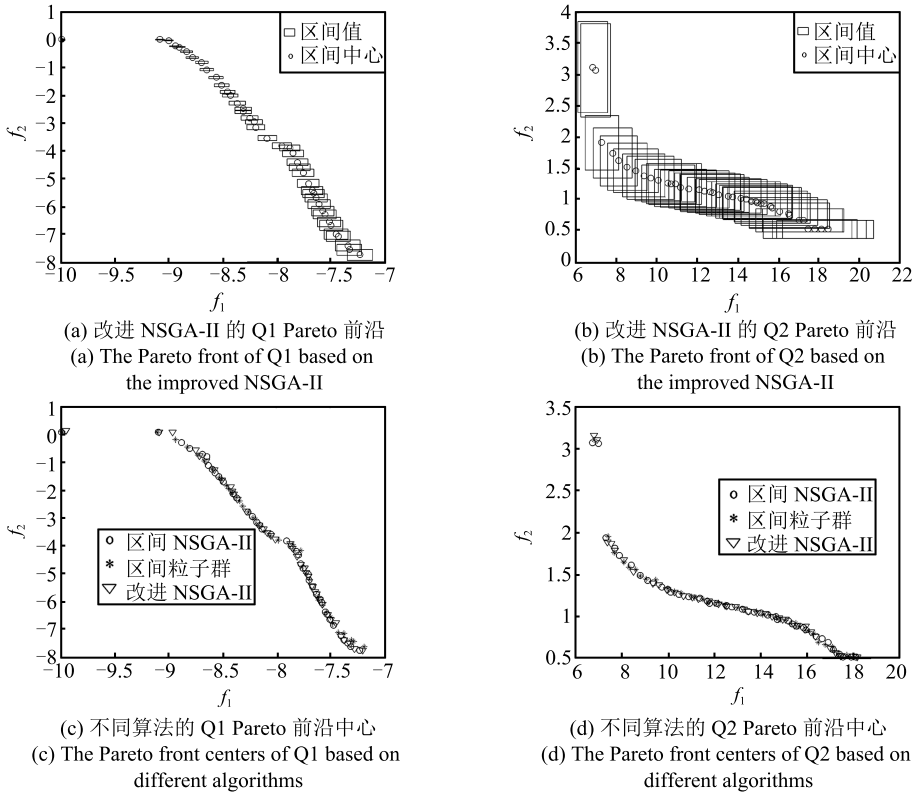
5.3 约束、支配及同序解筛选策略有效性分析

由第 4 节可知, 本文算法先通过对优化对象进行少量实验评估, 再将评估数据作为训练样本集, 利用最近邻法推动算法进化. 为了验证预测策略的有效性, 设计了一对比实验:

算法 1. 取算法参数 $ke = 1$, $G = 10$, 其余参数不变, 则算法无约束、支配及同序解筛选策略, 只通过对优化对象进行实验评估优化求解.

算法 2. 取算法参数 $ke = 20$, $G = 200$, 其余参数不变, 则算法不仅对优化对象进行实验评估, 还按照第 4 节的步骤引入了约束、支配及同序解筛选策略.

两种算法的评估实验次数相同. 图 4 为针对优化



(a) 改进 NSGA-II 的 Q1 Pareto 前沿
(a) The Pareto front of Q1 based on the improved NSGA-II

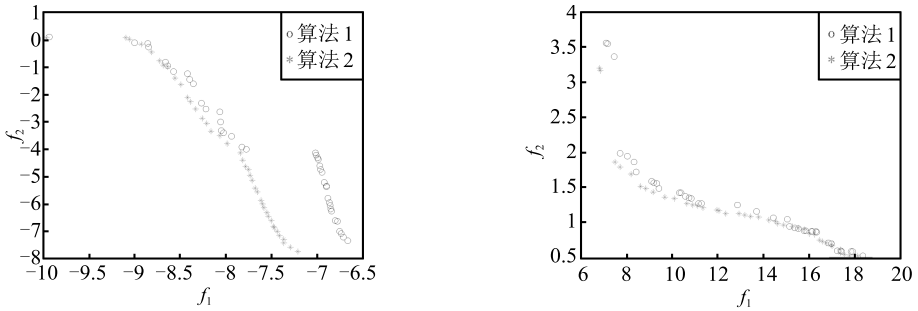
(b) 改进 NSGA-II 的 Q2 Pareto 前沿
(b) The Pareto front of Q2 based on the improved NSGA-II

(c) 不同算法的 Q1 Pareto 前沿中心
(c) The Pareto front centers of Q1 based on different algorithms

(d) 不同算法的 Q2 Pareto 前沿中心
(d) The Pareto front centers of Q2 based on different algorithms

图 3 不同算法的 Pareto 前沿

Fig. 3 The Pareto fronts based on different algorithms



(a) 改进 NSGA-II 的 Q1 Pareto 前沿
(a) The Pareto front of Q1 based on the improved NSGA-II

(b) 改进 NSGA-II 的 Q2 Pareto 前沿
(b) The Pareto front of Q2 based on the improved NSGA-II

图 4 不同算法的 Pareto 前沿

Fig. 4 The Pareto fronts based on different algorithms

表 3 不同算法的 Pareto 前沿测度指标

Table 3 The performance measures of Pareto fronts in different algorithms

算法	算法 1			算法 2		
测度	E 测度	D 测度	C 测度	E 测度	D 测度	C 测度
Q1	0.1877	8.1380	0.4383	0.1609	8.2498	0.3390
Q2	0.7258	9.8332	0.3789	0.2232	11.8130	0.3032

问题 Q1 和 Q2 实验获得的 Pareto 前沿中心分布图, 可看出对于 Q1 和 Q2, 算法 2 要好于算法 1. 为了全面分析两算法性能, 表 3 为两算法的前沿测度指标. 由表 3 可知, 算法 2 所对应优化问题的所有测度都要好于算法 1. 即在同样的评估次数下, 引入约束、支配及同序解筛选策略后前沿性能有明显提升. 故针对优化函数未知的昂贵区间多目标优化问题, 本文提出的策略可以挖掘已有评估数据, 利用有益知识驱动算法优化, 实现在不增加评估实验成本情况下, 提高算法的性能.

本文的算法用于文献 [24] 中的其他仿真实例也能得到相同结论.

6 结论

本文利用最近邻法实现了对解的支配性和可行解的预测, 并基于决策空间的流形理论, 以提高流形上的多样性为目标, 利用 K-均值聚类和 PCA 提出了决策空间拥挤距离的计算方法, 改进了求解区间多目标优化问题的 NSGA-II 算法. 经仿真实验得该算法在不增加评估成本的条件下, 可有效提高算法性能. 与优化函数已知情况下区间多目标优化算法相比, 本文算法在优化函数未知的情况下, 通过少量的实验数据便可获得理想前沿, 故应用范围比基于精确函数模型的优化方法广.

References

1 Sadollah A, Eskandar H, Kim J H. Water cycle algorithm for solving constrained multi-objective optimization problems. *Applied Soft Computing*, 2015, **27**: 279−298

2 Zuo Xing-Quan, Wang Chun-Lu, Zhao Xin-Chao. Combining multi-objective immune algorithm and linear programming for double row layout problem. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(3): 528−540
(左兴权, 王春露, 赵新超. 一种结合多目标免疫算法和线性规划的双行设备布局方法. 自动化学报, 2015, **41**(3): 528−540)

3 Zhong Yun-Feng. Multi-objective Optimizated Applications in the Safety Design of Vehicle Collision [Master dissertation], Hunan University, China, 2013.
(钟云锋. 多目标优化在汽车碰撞安全性设计中的应用 [硕士学位论文], 湖南大学, 中国, 2013.)

4 Jin Y C, Sendhoff B. A systems approach to evolutionary multiobjective structural optimization and beyond. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2009, **4**(3): 62−76

5 Douguet D. e-LEA3D: a computational-aided drug design web server. *Nucleic Acids Research*, 2010, **38**(Suppl 2): W615−W621

6 Gong D W, Ji X F, Sun J, Sun X Y. Interactive evolutionary algorithms with decision-maker′s preferences for solving interval multi-objective optimization problems. *Neurocomputing*, 2014, **137**: 241−251

7 Li Fang-Yi, Li Guang-Yao, Zheng Gang. Uncertain multi-objective optimization method based on interval. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2010, **31**(1): 86−93
(李方义, 李光耀, 郑刚. 基于区间的不确定多目标优化方法研究. 固体力学学报, 2010, **31**(1): 86−93)

8 Sun Jing. Genetic Algorithms for Solving Multi-objective Optimization Problems with Interval Parameters [Ph. D. dissertation], University of Mining and Technology, China, 2012.
(孙靖. 用于区间参数多目标优化问题的遗传算法 [博士学位论文]. 中国矿业大学, 中国, 2012.)

9 Chen Zhi-Wang, Chen Lin. Improved NSGA-II for constrained multi-objective optimization problems with interval numbers. *Journal of Chinese Computer Systems*, 2014, **35**(11): 2502−2506
(陈志旺, 陈林. 求解约束多目标区间优化问题的改进 NSGA-II. 小型微型计算机系统, 2014, **35**(11): 2502−2506)

10 Zhang L C. A framework to model big data driven complex cyber physical control systems. In: Proceedings of the 20th International Conference on Automation and Computing (ICAC). Cranfield, UK: IEEE, 2014. 283−288

11 Gambi A, Hummer W, Dustdar S. Testing elastic systems with surrogate models. In: Proceedings of the 1st International Workshop on Combining Modelling and Search-Based Software Engineering (CMSBSE). San Francisco, USA: IEEE, 2013. 8−11

12 Ho T Q, Ogawa H, Bil C. Investigation on effective sampling strategy for multi-objective design optimization of RBCC propulsion systems via surrogate-assisted evolutionary algorithms. *Procedia Engineering*, 2015, **99**: 1252−1262

13 Zhang Q F, Liu W D, Tsang E, Virginas B. Expensive multi-objective optimization by MOEA/D with Gaussian process model. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, **14**(3): 456−474

14 Goel T, Vaidyanathan R, Haftka R T, Shyy W, Queipo N V, Tucker K. Response surface approximation of Pareto optimal front in multi-objective optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2007, **196**(4−6): 879−893

15 Zhou Z Z, Ong Y S, Nair P B, Keane A J, Lum K Y. Combining global and local surrogate models to accelerate evolutionary optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man,*

and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2007, **37**(1): 66−76

16 Li S Z, Liu X J, Yuan G. Supervisory predictive control of weighted least square support vector machine based on Cauchy distribution. In: Proceedings of the 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC). Changsha, China: IEEE, 2014. 3523−3526

17 Mlakar M, Petelin D, Tušar T, Filipič B. GP-DEMO: differential evolution for multiobjective optimization based on Gaussian process models. *European Journal of Operational Research*, 2015, **243**(2): 347−361

18 Guo Guan-Qi, Yin Cheng, Zeng Wen-Jing, Li Wu, Yan Tai-Shan. Prediction of Pareto dominance by cross similarity of equivalent components. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(1): 33−40
(郭观七, 尹呈, 曾文静, 李武, 严太山. 基于等价分量交叉相似性的 Pareto 支配性预测. 自动化学报, 2014, **40**(1): 33−40)

19 Zhang Q F, Zhou A M, Jin Y C. RM-MEDA: a regularity model-based multiobjective estimation of distribution algorithm. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2008, **12**(1): 41−63

20 Zhou A M, Jin Y C, Zhang Q F, Sendhoff B, Tsang E. Combining model-based and genetics-based offspring generation for multi-objective optimization using a convergence criterion. In: Proceedings of the 2006 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Vancouver, BC: IEEE, 2006. 892−899

21 Chen X M, Zhang C Y, Zhou Z X. Improve recognition performance by hybridizing principal component analysis (PCA) and elastic bunch graph matching (EBGM). In: Proceedings of the 2014 IEEE Symposium on Computational Intelligence for Multimedia, Signal and Vision Processing (CIMSIVP). Orlando, FL: IEEE, 2014. 1−5

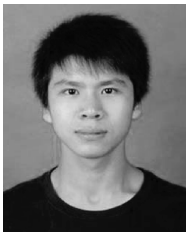
22 Jiang Chao. Theories and Algorithms of Uncertain Optimization Based on Interval [Ph. D. dissertation], Hunan University, China, 2008.
(姜潮. 基于区间的不确定性优化理论与算法 [博士学位论文], 湖南大学, 中国, 2008.)

23 Zhang Xiao-Hui, Dai Guan-Zhong, Xu Nai-Ping. Study on diversity of population in genetic algorithms. *Control Theory and Application*, 1998, **15**(1): 17−23
(张晓缋, 戴冠中, 徐乃平. 遗传算法种群多样性的分析研究. 控制理论与应用, 1998, **15**(1): 17−23)

24 Zhang Yong, Gong Dun-Wei, Hao Guo-Sheng, Jiang Yu-Qing. Particle swarm optimization for multi-objective systems with interval parameters. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(8): 921−928
(张勇, 巩敦卫, 郝国生, 蒋余庆. 含区间参数多目标系统的微粒群优化算法. 自动化学报, 2008, **34**(8): 921−928)

陈志旺 燕山大学电气工程学院副教授. 主要研究方向为多目标优化和多属性决策. E-mail: czwaaron@ysu.edu.cn
(**CHEN Zhi-Wang** Associate professor at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers multi-objective optimization and multiple attribute decision.)

白 锌 燕山大学电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为多目标优化. 本文通信作者.
E-mail: 15233013272@163.com
(**BAI Xin** Master student at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers multi-objective optimization. Corresponding author of this paper.)



杨 七 燕山大学电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为多属性决策.
E-mail: yang0000qi@126.com
(**YANG Qi** Master student at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers multiple attribute decision.)

黄兴旺 燕山大学电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为多目标优化.
E-mail: xingwang22@foxmail.com
(**HUANG Xing-Wang** Master student at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers multi-objective optimization.)

李国强 燕山大学电气工程学院讲师. 主要研究方向为复杂工业系统的建模与控制. E-mail: zhihuiyuang@163.com
(**LI Guo-Qiang** Lecturer at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers modeling and control of complex industrial systems.)