

基于滤波反步法的欠驱动 AUV 三维路径跟踪控制

王宏健¹ 陈子印^{1,2} 贾鹤鸣³ 李娟¹ 陈兴华¹

摘要 研究了欠驱动自主水下航行器 (Autonomous underwater vehicle, AUV) 的三维空间路径跟踪控制问题. 针对基于虚拟向导建立的三维路径跟踪误差模型, 采用滤波反步法设计跟踪控制器, 通过二阶滤波过程获得虚拟控制量的导数, 避免了直接对虚拟控制量解析求导的复杂过程, 同时滤除了高频测量噪声, 增加了系统对噪声的鲁棒性. 通过设计滤波误差补偿回路, 保证了滤波信号对虚拟控制量的逼近精度. 基于李雅普诺夫稳定性理论设计鲁棒项, 保证了闭环跟踪误差系统状态的渐近稳定. 仿真结果表明了该控制器对噪声干扰具有一定的鲁棒性, 能够实现对三维路径的精确跟踪.

关键词 欠驱动自主水下航行器, 三维路径跟踪, 滤波反步法, 虚拟向导

引用格式 王宏健, 陈子印, 贾鹤鸣, 李娟, 陈兴华. 基于滤波反步法的欠驱动 AUV 三维路径跟踪控制. 自动化学报, 2015, 41(3): 631–645

DOI 10.16383/j.aas.2015.c130883

Three-dimensional Path-following Control of Underactuated Autonomous Underwater Vehicle with Command Filtered Backstepping

WANG Hong-Jian¹ CHEN Zi-Yin^{1,2} JIA He-Ming³ LI Juan¹ CHEN Xing-Hua¹

Abstract This paper studies the path-following control problem for an autonomous underwater vehicle (AUV) in the three-dimensional space. With the three-dimensional path-following error model established based on the virtual guidance law, a path-following controller is designed using the command filtered backstepping method. The derivative of virtual control can be obtained by a second-order filter, which avoids the complexity to compute the analytic derivative of the virtual control, and filters out high frequency measurement noise to keep the control system more robust. A filtering error compensation loop is designed to guarantee the approximation precision between the filtered signal and the command virtual control. The robust terms are designed through Lyapunov stability theorem, then the closed-loop of path-following error system is proved asymptotic stability. Finally, simulation results illustrate the good robustness of the proposed controller under noise disturbances, and accurate tracking ability in the three-dimensional space.

Key words Underactuated autonomous underwater vehicle (AUV), three-dimensional path-following, command filtered backstepping, virtual guidance

Citation Wang Hong-Jian, Chen Zi-Yin, Jia He-Ming, Li Juan, Chen Xing-Hua. Three-dimensional path-following control of underactuated autonomous underwater vehicle with command filtered backstepping. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(3): 631–645

收稿日期 2013-09-22 录用日期 2014-09-27
Manuscript received September 22, 2013; accepted September 27, 2014

国家自然科学基金 (E091002/50979017), 教育部高等学校博士学科点专项科研基金 (20092304110008), 中央高校基本科研业务费专项资金 (HEUCFZ1026), 哈尔滨市科技创新人才 (优秀学科带头人) 研究专项资金 (2012RFXXG083) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (E091002/50979017), Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20092304110008), Fundamental Research Funds for the Central Universities (HEUCFZ1026), and Harbin Science and Technology Innovation Talents of Special Fund Project (Outstanding Subject Leaders) (2012RFXXG083)

本文责任编辑 贾英民

Recommended by Associate Editor JIA Ying-Min

1. 哈尔滨工程大学自动化学院 哈尔滨 150001 2. 北京空间机电研究所 北京 100094 3. 东北林业大学机电工程学院 哈尔滨 150040

1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001 2. Beijing Institute of Space Mechanics and Electricity, Beijing 100094 3. College of Mechanical and Elec-

随着自主水下航行器 (Autonomous underwater vehicle, AUV) 在海洋资源勘探和开发领域 (如海底石油管线检测、海底地形测绘、近海防御等) 应用的不断加深, 使得对其三维空间运动控制技术的研究提出了新的挑战^[1–3]. 由于不满足 Brockett 定理的必要条件, AUV 为欠驱动系统^[4], 横向和垂向运动受限, 考虑模型自由度之间的耦合作用, 可以通过控制艏摇和纵倾运动间接实现欠驱动 AUV 的横移和升沉运动, 因此增加了被控模型的相对阶和额外的指标要求, 增大了控制器设计的难度^[5].

目前, 针对欠驱动 AUV 的路径跟踪问题, 大多针对解耦的水平面^[6–8] 和垂直面运动^[9–11] 分别设计控制器. Lapierre 等^[7–8] 针对 AUV 的水平面路径跟踪问题, 基于虚拟向导建立路径跟踪误差方程,

trical Engineering, Northeast Forestry University, Harbin 150040

通过设计跟踪角误差的趋近律, 保证位置跟踪系统的稳定性, 然后基于反步法设计艏向控制器, 实现艏向角跟踪误差的渐近收敛, 保证系统的稳定性. 由于未考虑模型自由度之间的耦合作用, 无法实现对三维曲线路径的精确跟踪, 因此如何建立三维路径跟踪误差模型和整体设计跟踪控制器成为目前研究的重点. 考虑 AUV 具有欠驱动特性, 大多采用反步法^[12-15]、级联系统^[16]和滑模控制^[17-18]进行控制器设计. 文献 [16] 基于视线法 (Line-of-sight, LOS) 分别建立水平面和垂直面跟踪误差方程, 采用级联系统理论和反步法设计控制器, 仅能实现对空间直线的跟踪, 无法实现对曲线路径的跟踪控制. 文献 [17] 利用时标分离原理, 将 AUV 三维路径跟踪系统分解为运动学回路和动力学回路, 结合动态逆控制、神经网络自适应控制和 H_∞ 鲁棒控制方法设计跟踪控制器, 保证闭环系统的稳定性, 并对外界干扰具有一定的抑制作用. 文献 [19] 针对 AUV 三维路径跟踪问题, 基于工程解耦的思想分别设计速度、纵倾控制和艏向控制子系统的迭代滑模增量反馈控制器, 对模型参数摄动和海流干扰具有一定鲁棒性, 但基于解耦思想设计的控制器仅能保证各子系统的渐近稳定性, 而无法证明整个系统的全局渐近稳定性.

反步法^[20]在解决一类仿射非线性系统的控制设计中具有明显的优越性. 算法设计的本质是通过分步递推的构造李雅普诺夫能量函数, 设计中间虚拟控制函数实现对前级子系统的镇定, 然而, 反步法递推设计中需要逐步计算中间虚拟控制的导数, 当系统的阶数增加或虚拟控制的形式较为复杂时, 求导过程将变得十分繁琐^[13-15]. 为此文献 [12] 将文献 [21] 中反馈增益反步法推广到欠驱动 AUV 三维直线路径跟踪控制器设计中, 通过合理选择控制器的参数消除了部分非线性项, 相比于传统反步法设计过程简化了虚拟控制量的形式, 获得了较为简洁的控制器形式, 但仍需要逐步计算虚拟控制导数的解析形式.

为克服常规反步法递推过程中对虚拟控制信号逐步求导而导致“项数膨胀”的不足, Stotsky 等^[22]和 Yip 等^[23]分别采用滑模滤波器和线性滤波器逼近虚拟控制的导数. Yip^[24]针对这一问题, 提出动态面控制方法, 其核心思想是将虚拟控制作为一阶滤波器的输入信号, 将输出的滤波信号作为实际控制输入, 避免了直接对虚拟信号解析求导的繁琐过程, 由于通过数值微分过程获得虚拟控制的导数信号, 使得系统对测量噪声具有放大作用, 会降低控制器性能. Farrell 等^[25-26]提出基于二阶滤波器设计的反步法, 采用二阶滤波器实现对虚拟控制及其导数信号的逼近, 避免了对虚拟信号的解析求导过程, 大大简化了控制器设计过程, 设计滤波误差补偿回

路提高系统的稳定性, 已经用于解决无人机轨迹跟踪控制问题^[27-28], Lv 等^[29]和 Zhang 等^[30]分别应用滤波反步法解决了控制受限时六自由度航天器和落月器的姿态控制问题. 以上研究成果均针对轨迹跟踪问题, 本文将应用滤波反步法解决 AUV 路径跟踪控制问题.

本文针对基于“虚拟向导”建立 AUV 载体坐标系下的三维路径跟踪误差模型, 采用滤波反步法解决 AUV 三维曲线路径跟踪控制问题, 将设计的虚拟控制作为二阶滤波器的输入, 区别于动态面控制, 通过积分而非微分过程获得虚拟控制的导数, 避免了直接对虚拟控制解析求导的繁琐过程, 且有效地减少了测量噪声对控制系统的影响, 在控制回路中引入抗积分饱和环节, 优化了由滤波反步法积分作用引起控制信号饱和的现象, 通过设计滤波跟踪误差补偿回路, 保证了滤波器对参考输入的逼近精度, 保证控制器的性能. 基于李雅普诺夫稳定性理论设计鲁棒项, 保证了闭环系统跟踪误差的渐近稳定性.

1 控制问题描述

1.1 AUV 数学模型

忽略横摇对 AUV 三维运动的影响, 建立如下欠驱动 AUV 五自由度动力学模型^[31]. 欠驱动系统的小时间局部可控性是衡量 AUV 能否实施有效控制的必要前提^[32], 文献 [5] 证明了 AUV 系统在平衡点是小时间局部可控, 表明在任意小的时间内, 系统状态可以沿着任意方向运动, 满足可控性要求.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{m_2}{m_1}vr - \frac{m_3}{m_1}wq + \frac{d_1}{m_1}u + \frac{1}{m_1}F_u + \omega_1 \\ \dot{v} &= -\frac{m_1}{m_2}ur + \frac{d_2}{m_2}v + \omega_2 \\ \dot{w} &= \frac{m_1}{m_3}uq + \frac{d_3}{m_3}w + g_1 + \omega_3 \\ \dot{q} &= \frac{m_1 - m_3}{m_4}uw + \frac{d_4}{m_4}q - g_2 + \frac{1}{m_4}b_1\delta_s + \omega_4 \\ \dot{r} &= \frac{m_1 - m_2}{m_5}uv + \frac{d_5}{m_5}r + \frac{1}{m_5}b_2\delta_r + \omega_5 \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} m_1 &= m - X_{\dot{u}}, \quad m_2 = m - Y_{\dot{v}}, \quad m_3 = m - Z_{\dot{w}} \\ m_4 &= I_y - M_{\dot{q}}, \quad m_5 = I_z - N_{\dot{r}} \\ g_1 &= (W - B) \cos \theta, \quad g_2 = (z_g W - z_b B) \sin \theta \\ d_1 &= X_u + X_{u|u}|u|, \quad d_2 = Y_v + Y_{v|v}|v| \\ d_3 &= Z_w + Z_{w|w}|w|, \quad d_4 = M_q + M_{q|q}|q| \end{aligned}$$

$$d_5 = N_r + N_{r|r}|r|, \quad b_1 = u^2 M_{\delta_s}, \quad b_2 = u^2 N_{\delta_r}$$

其中, 状态变量 u, v, w, q 和 r 分别表示载体坐标系下 AUV 的纵向速度、横向速度、垂向速度、绕 y 轴旋转的纵倾角速度和绕 z 轴旋转的船摇角速度; m 和 $m_{(\cdot)}$ 分别表示 AUV 质量和由流体作用产生的附加质量, I_y 为 AUV 绕 y 轴的转动惯量, I_z 为 AUV 绕 z 轴的转动惯量, $X_{(\cdot)}, Y_{(\cdot)}, Z_{(\cdot)}, M_{(\cdot)}$ 和 $N_{(\cdot)}$ 为粘性流体水动力系数; z_g 和 z_b 分别为载体坐标下垂直轴上重心和浮心的坐标位置, W 和 B 分别表示 AUV 受到的重力和浮力, $d_{(\cdot)}$ 为非线性阻尼水动力项, M_{δ_s} 和 N_{δ_r} 为水平舵和垂直舵舵效系数, 控制输入 F_u, δ_s 和 δ_r 分别表示 AUV 推进器推力、水平舵角和垂直舵角, $w_{(\cdot)}$ 表示包含模型不确定性在内的环境干扰作用在载体坐标系下的分量。

1.2 载体坐标系下三维路径跟踪误差方程

图 1 为欠驱动 AUV 三维路径跟踪示意图, l_k 为规划期望路径, $\{I\}, \{B\}$ 和 $\{F\}$ 分别表示固定坐标系、AUV 随体坐标系和 Serret-Frenet 坐标系, P 点为期望路径 l_k 上的虚拟向导, Q 点表示 AUV 质心位置, 以 P 为原点的移动坐标系 $\{F\}$ 定义为将坐标系 $\{I\}$ 分别绕 ζ 轴和 η 轴旋转 ψ_F 和 θ_F 角度, 然后平移使固定坐标系原点 O 与路径上 P 点重合, 其中旋转角度定义为

$$\theta_F = \arctan \left(\frac{-z'_d(\varpi)}{\sqrt{(x'_d(\varpi))^2 + (y'_d(\varpi))^2}} \right) \quad (2)$$

$$\psi_F = \arctan \left(\frac{y'_d(\varpi)}{x'_d(\varpi)} \right) \quad (3)$$

其中, $x'_d = \frac{\partial x_d}{\partial \varpi}$, $y'_d = \frac{\partial y_d}{\partial \varpi}$, $z'_d = \frac{\partial z_d}{\partial \varpi}$, ϖ 为确定的路径参数, 定义 $r_F = \psi_F$, $q_F = \theta_F$, 定义期望路径 l_k 上虚拟向导 P 在固定坐标系 I 下的位置向量为 $\eta_d^n = [x_d(\varpi), y_d(\varpi), z_d(\varpi)]^T$, AUV 当前点 Q 的在固定坐标系 $\{I\}$ 下的位置向量为 $\eta^n = [x, y, z]^T$, $\varepsilon = [s, e, h]^T$ 为 $\{B\}$ 坐标系下跟踪误差向量, s 表示切向跟踪误差, e 表示横向跟踪误差, h 表示垂向跟踪误差, 所以三维跟踪误差可以表示为

$$\varepsilon = R_b^{nT} \eta_e^n \quad (4)$$

其中, $\eta_e^n = \eta^n - \eta_d^n$, R_b^n 为 $\{B\}$ 坐标系到固定坐标系 $\{I\}$ 的旋转矩阵。

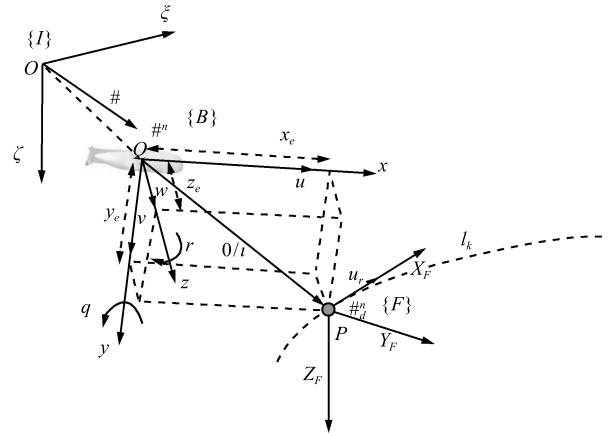


图 1 基于虚拟向导的欠驱动 AUV 三维路径跟踪示意图
Fig.1 Sketch map of underactuated AUV three-dimensional path-following based on virtual guidance

对式 (4) 求导, 得路径跟踪误差方程:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{R}_b^{nT} \eta_e^n + R_b^{nT} \dot{\eta}_e^n \quad (5)$$

由于 $\dot{R}_b^n = R_b^n S(\omega_{nb}^b)$, 其中

$$S(\omega_{nb}^b) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & 0 \\ -q & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

代入式 (5), 得:

$$\dot{\varepsilon} = S^T(\omega_{nb}^b) R_b^{nT} \eta_e^n + R_b^{nT} \dot{\eta}_e^n \quad (7)$$

考虑 $\dot{\eta}_e^n = \dot{\eta}^n - \dot{\eta}_d^n$, 其中 $\dot{\eta}^n = R_b^n v_b$, $v_b = [u, v, w]^T$ 为 AUV 在 $\{B\}$ 坐标系下的速度向量; $\dot{\eta}_d^n = R_F^n v_F$, $v_F = [u_r, 0, 0]^T$ 为 $\{F\}$ 坐标系下虚拟向导的速度向量, 其中 $u_r > 0$, R_F^n 为 $\{F\}$ 坐标系到固定坐标系 $\{I\}$ 的旋转矩阵, 将式 (4) 代入式 (7), 得:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= S^T(\omega_{nb}^b) \varepsilon + R_b^{nT} (\dot{\eta}^n - \dot{\eta}_d^n) = \\ &S^T(\omega_{nb}^b) \varepsilon + R_b^{nT} R_b^n v_b - R_b^{nT} \dot{\eta}_d^n = \\ &S^T(\omega_{nb}^b) \varepsilon + v_b - R(\psi_e, \theta_e) v_F \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$R(\psi_e, \theta_e) = \begin{bmatrix} \cos \theta_e \cos \psi_e & \cos \theta_e \sin \psi_e & -\sin \theta_e \\ -\sin \psi_e & \cos \psi_e & 0 \\ \sin \theta_e \cos \psi_e & \sin \theta_e \sin \psi_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中, $\psi_e = \psi - \psi_F$, $\theta_e = \theta - \theta_F$ 。

式 (8) 整理得:

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} re - qh \\ -rs \\ qs \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - R(\psi_e, \theta_e) \begin{bmatrix} u_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

进一步得:

$$\begin{cases} \dot{s} = re - qh + u - u_r \cos \psi_e \cos \theta_e \\ \dot{e} = -rs + u_r \sin \psi_e \cos \theta_e + v \\ \dot{h} = qs - u_r \sin \theta_e + w \end{cases} \quad (11)$$

同时

$$\begin{cases} \dot{\psi}_e = \frac{r}{\cos \theta} - r_F \\ \dot{\theta}_e = q - q_F \end{cases} \quad (12)$$

其中, 变量 θ 表示为 AUV 的纵倾角, 取值范围为 $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)^{[32]}$.

2 AUV 三维路径跟踪控制器设计

2.1 位置控制

对于位置跟踪误差系统式 (11), 构造李雅普诺夫能量函数

$$V_1 = \frac{1}{2} (s^2 + e^2 + h^2) \quad (13)$$

沿式 (11) 对式 (13) 求导, 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = \dot{s}s + \dot{e}e + \dot{h}h = & s(u - u_r \cos \psi_e \cos \theta_e) + \\ & h(-u_r \sin \theta_e + w) + \\ & e(u_r \sin \psi_e \cos \theta_e + v) \end{aligned} \quad (14)$$

从上式可以看出, 如果设计 AUV 的运动学控制器 u 、姿态角 ψ_e 和 θ_e 的虚拟控制量分别为^[33-34]

$$\begin{cases} u_{co} = -k_1 s + u_r \cos \psi_{co} \cos \theta_{co} \\ \psi_{co} = -\arcsin \frac{k_2 e}{\sqrt{1 + (k_2 e)^2}} \\ \theta_{co} = \arcsin \frac{k_3 h}{\sqrt{1 + (k_3 h)^2}} \end{cases} \quad (15)$$

其中, 增益因子 $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $k_3 > 0$ 为视线角导律归一化参数, 将式 (15) 代入式 (14) 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -k_1 s^2 - \\ & k_2 u_r \frac{1}{\sqrt{1 + (k_2 e)^2}} \frac{1}{\sqrt{1 + (k_3 h)^2}} e^2 - \end{aligned}$$

$$k_3 u_r \frac{1}{\sqrt{1 + (k_3 h)^2}} h^2 + ev + h\omega \quad (16)$$

然后, 基于反步法设计姿态系统的镇定控制律, 但由于在反步法设计过程中需要虚拟控制量式 (15) 的导数形式, 存在计算复杂的情况, 为避免上述不足, 此处将式 (15) 作为滤波器的参考输入信号, 利用二阶滤波器的特性获得虚拟控制量的导数, 避免了直接对虚拟控制求导而导致“项数膨胀”的不足。

2.2 滤波信号设计

首先定义理想虚拟控制信号

$$\alpha_{co} = [s_{co}, e_{co}, h_{co}, \psi_{co}, \theta_{co}, u_{co}, r_{co}, q_{co}]^T \quad (17)$$

关于如何简化获得虚拟控制的导数信号的计算量, 之前的文献 [22-24] 中提出动态面控制, 就是将设计的虚拟控制量通过一阶滤波器, 通过数值微分的形式获得其导数, 避免了直接的求导计算, 其具体过程如下式所示:

$$\tau \dot{\alpha}_c + \alpha_c = \alpha_{co} \quad (18)$$

其中, 时间常数 $\tau > 0$ 为一个时钟周期, 初始条件 $\alpha_c(0) = \alpha_{co}(0)$, 因此利用 $\dot{\alpha}_c$ 去近似 $\dot{\alpha}_{co}$, 即

$$\dot{\alpha}_{co} = \frac{\alpha_{co} - \alpha_c}{\tau} \quad (19)$$

由于一阶滤波器通过对偏差信号 $y = \alpha_{co} - \alpha_c$ 在有限时间内的差分逼近其微分信号, 因而对信号噪声具有一定的放大作用, 而二阶滤波器利用其两个状态变量 α_c 和 $\dot{\alpha}_c$, 结合外部闭环保证 α_c 逼近输入信号 α_{co} 的前提下, 使得 $\dot{\alpha}_c$ 能够无限逼近 $\dot{\alpha}_{co}$, 进而无需对其输入进行解析求导便可获得导数信号. 下面给出分别通过一、二阶滤波器获得的信号导数的响应曲线. 以正弦输入信号 $\alpha_{co} = \sin(\pi t)$ 为例, $\tau = 0.05$, $\zeta = 0.8$, $\omega_n = 20$, 得到对比输出曲线如图 2 所示.

图 2 中变量 α_{co} 表示输入信号, $d\alpha_{co}$ 为其导数值, α_c 和 $d\alpha_c$ 分别为二阶滤波器的输出, α_{c1} 为一阶滤波器输出, $d\alpha_{c1}$ 为通过式 (19) 计算得到, 由图 2 可以看出, 一、二阶滤波器获得的导数信号误差均比较大, 且二阶滤波器获得的导数误差略大.

对二阶滤波器在输入端, 根据采用鲁棒项式 (54)~(58) 对 α_{co} 进行补偿, 滤波补偿 Simulink 框图如图 3 所示. 得到的滤波输出曲线如图 4 所示, 对比图 3 可以看出, 通过滤波误差补偿后的二阶滤波器输出导数信号精度显著提高, 说明了对二阶滤波器进行补偿的必要性.

本文采用如下二阶滤波器对理想虚拟控制信号 α_{co} 进行逼近:

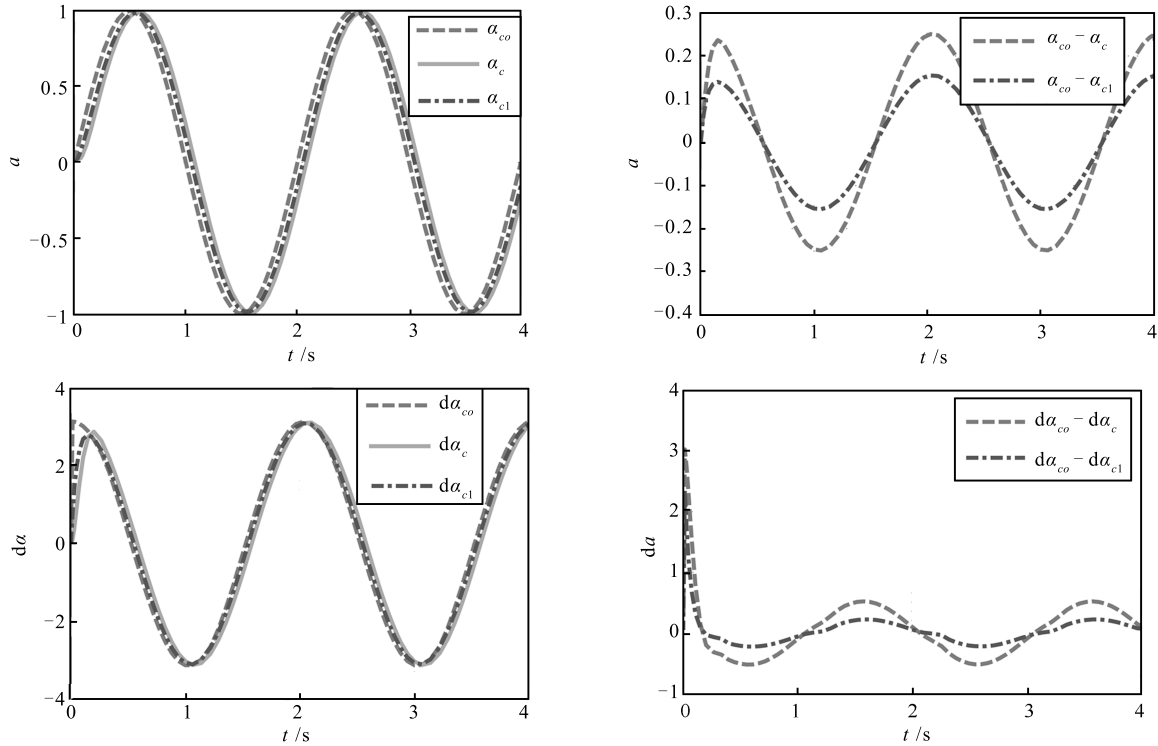


图2 滤波器输出对比曲线

Fig.2 The curves of filter output

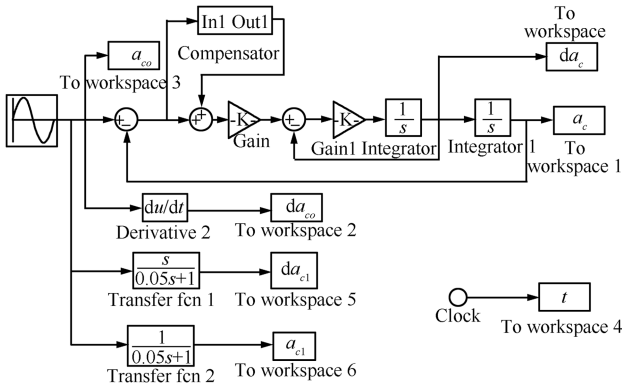


图3 滤波补偿 Simulink 框图

Fig.3 The Simulink block of compensated filter

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -2\zeta\omega_n z_2 - \omega_n^2(z_2 - \alpha_{co}) \end{cases} \quad (20)$$

其中, $\alpha_c = z_1$, $\dot{\alpha}_c = z_2$, $z_1, z_2 \in \mathbf{R}^8$, $0 < \zeta < 1$ 和 $\omega_n > 0$ 分别表示阻尼比和自然频率。

式(20)为线性稳定系统,可见当 α_{co} 为有界值时, α_c 和 $\dot{\alpha}_c$ 均为连续有界信号,从输入信号 α_{co} 到输出信号 α_c 的传递函数为

$$H(s) = \frac{\alpha_c(s)}{\alpha_{co}(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (21)$$

图5为二阶滤波器的结构框图,从图5可以看出,信号 $\dot{\alpha}_c$ 是通过积分过程而非微分过程得到的,这可以大大减少测量噪声对控制系统的影响,不同于动态面中利用一阶滤波器,通过数值微分的方法获得虚拟控制的导数的过程。对于滤波反步法中积分操作容易导致控制器出现“积分饱和”的现象,本文采用在控制回路中串联抗积分饱和环节的方法,进一步优化控制器的输出信号^[35]。

定义理想信号 α_{co} 通过滤波器得到的滤波信号 α_c 和其导数 $\dot{\alpha}_c$ 为

$$\alpha_c = [s_c, e_c, h_c, \psi_c, \theta_c, u_c, r_c, q_c]^T \quad (22)$$

$$\dot{\alpha}_c = [\dot{s}_c, \dot{e}_c, \dot{h}_c, \dot{\psi}_c, \dot{\theta}_c, \dot{u}_c, \dot{r}_c, \dot{q}_c]^T \quad (23)$$

在控制器设计中采用滤波器的输出信号 α_c 和 $\dot{\alpha}_c$ 代替理想虚拟控制信号 α_{co} 和 $\dot{\alpha}_{co}$,避免直接对虚拟控制求导而导致“项数膨胀”的不足。

定义位置滤波跟踪误差信号

$$\begin{bmatrix} \tilde{s} \\ \tilde{e} \\ \tilde{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s - s_c \\ e - e_c \\ h - h_c \end{bmatrix} \quad (24)$$

对式(24)两边求导,将式(11)代入整理得:

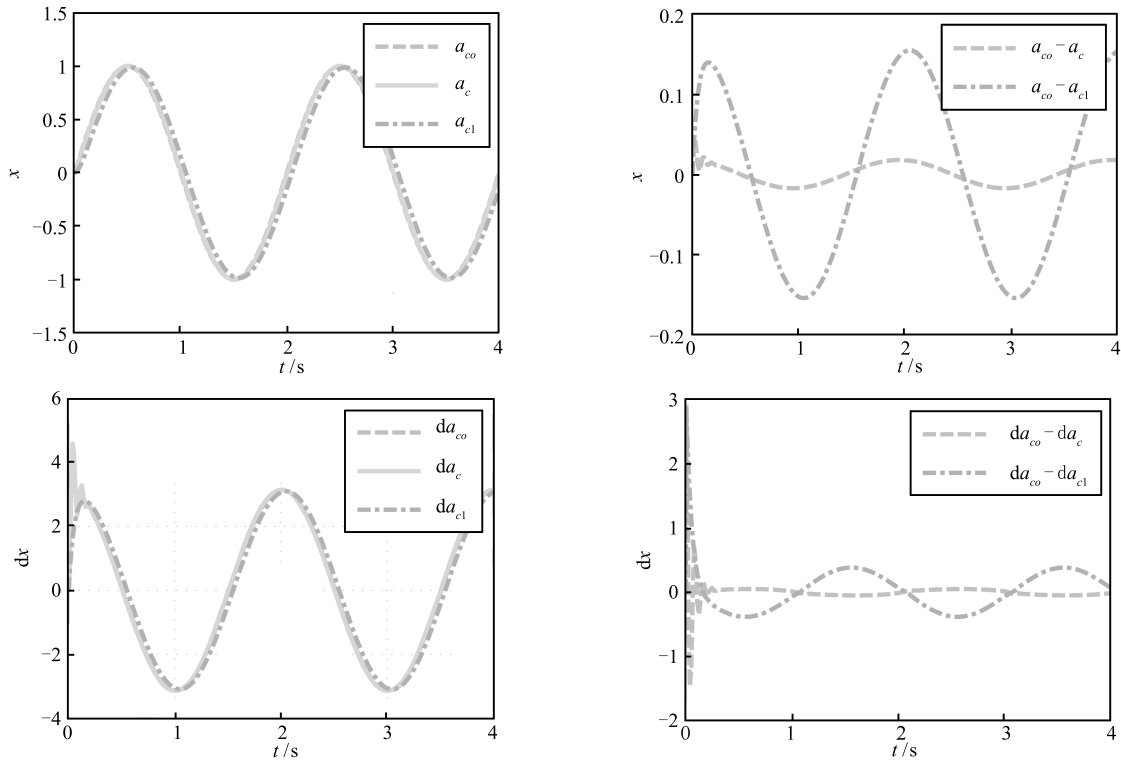


图 4 补偿后滤波器输出对比曲线

Fig. 4 The curves of filter output after compensation

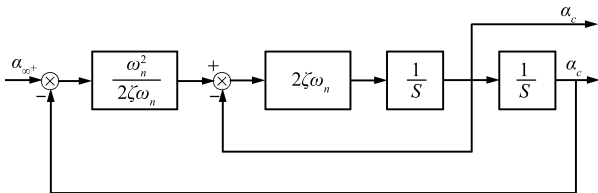


图 5 二阶滤波器结构图

Fig. 5 The structure of second-order filter

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{s}} \\ \dot{\tilde{e}} \\ \dot{\tilde{h}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r\tilde{e} - q\tilde{h} \\ -r\tilde{s} \\ q\tilde{s} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} A & Bg(\tilde{\psi})u_r & Cg(\tilde{\theta})u_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{\psi} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中, 定义滤波跟踪误差为

$$\tilde{u} = u - u_c, \quad \tilde{\psi} = \psi_e - \psi_c, \quad \tilde{\theta} = \theta_e - \theta_c$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos \theta_e \cos \psi_c & -\cos \theta_e \sin \psi_c \\ \cos \theta_c \sin \psi_c & \cos \theta_c \cos \psi_c \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \cos \psi_c \cos \theta_c & -\cos \psi_c \sin \theta_c \\ \sin \psi_c \cos \theta_c & -\sin \psi_c \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & -\cos \theta_c \end{bmatrix}$$

$$g(\tilde{\psi}) = \begin{bmatrix} \frac{\cos \tilde{\psi} - 1}{\tilde{\psi}} \\ \frac{\sin \tilde{\psi}}{\tilde{\psi}} \end{bmatrix}, \quad g(\tilde{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\cos \tilde{\theta} - 1}{\tilde{\theta}} \\ \frac{\sin \tilde{\theta}}{\tilde{\theta}} \end{bmatrix}$$

且满足

$$\lim_{\tilde{\psi} \rightarrow 0} g(\tilde{\psi}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \lim_{\tilde{\theta} \rightarrow 0} g(\tilde{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

对位置滤波跟踪误差式 (24) 移项, 在等式右侧同时加上和减去一项 $[\dot{s}_{co} \ \dot{e}_{co} \ \dot{h}_{co}]^T$, 整理得:

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{s}_{co} \\ \dot{e}_{co} \\ \dot{h}_{co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\tilde{s}} \\ \dot{\tilde{e}} \\ \dot{\tilde{h}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{s}_c - \dot{s}_{co} \\ \dot{e}_c - \dot{e}_{co} \\ \dot{h}_c - \dot{h}_{co} \end{bmatrix} \quad (26)$$

根据跟踪控制器设计目标, 选择理想期望信号 $[\dot{s}_{co} \ \dot{e}_{co} \ \dot{h}_{co}]^T$ 为

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_{co} \\ \dot{e}_{co} \\ \dot{h}_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_x \tilde{s} + \dot{s}_c \\ -k_y \tilde{e} + \dot{e}_c \\ -k_z \tilde{h} + \dot{h}_c \end{bmatrix} \quad (27)$$

从上式可以看出, 当 \tilde{s} , \tilde{e} 和 \tilde{h} 分别趋于零时, 滤波信号 \dot{s}_c , \dot{e}_c 和 \dot{h}_c 将分别收敛于期望信号 \dot{s}_{co} , \dot{e}_{co} 和 \dot{h}_{co} , 保证了滤波器对输入信号的逼近, 将式 (25) 和式 (27) 代入式 (26), 整理得:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{s}} \\ \dot{\tilde{e}} \\ \dot{\tilde{h}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r\tilde{e} - q\tilde{h} \\ -r\tilde{s} \\ q\tilde{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -k_x \tilde{s} \\ -k_y \tilde{e} \\ -k_z \tilde{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{S}_c - \dot{S}_{co} \\ \dot{e}_c - \dot{e}_{co} \\ \dot{h}_c - \dot{h}_{co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A & Bg(\tilde{\psi})u_r & Cg(\tilde{\theta})u_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{\psi} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} \quad (28)$$

2.3 姿态控制

对 $\tilde{\psi} = \psi_e - \psi_c$, $\tilde{\theta} = \theta_e - \theta_c$ 求导, 得:

$$\dot{\tilde{\psi}} = \frac{r}{\cos \theta} - r_F - \dot{\psi}_c = \frac{r_{co} + (r_c - r_{co}) + \tilde{r}}{\cos \theta} - r_F - \dot{\psi}_c \quad (29)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = q - q_F - \dot{\theta}_c = \frac{q_{co} + (q_c - q_{co}) + \tilde{q} - q_F - \dot{\theta}_c}{\cos \theta} \quad (30)$$

其中, 角速度跟踪误差定义为 $\tilde{r} = r - r_c$, $\tilde{q} = q - q_c$. 根据式 (29) 和式 (30), 分别设计角速度 r 和 q 的理想虚拟控制信号 r_{co} 和 q_{co} 为

$$r_{co} = \cos \theta (r_F + \dot{\psi}_c - k_\psi \tilde{\psi} - \psi_{bs}) \quad (31)$$

$$q_{co} = q_F + \dot{\theta}_c - k_\theta \tilde{\theta} - \theta_{bs} \quad (32)$$

其中, $k_\psi > 0$ 和 $k_\theta > 0$ 为控制器参数, ψ_{bs} 和 θ_{bs} 为待设计反馈补偿项, 在稳定性证明中给出.

将式 (31) 和式 (32) 代入式 (29) 和式 (30), 得:

$$\dot{\tilde{\psi}} = -k_\psi \tilde{\psi} + \frac{(r_c - r_{co}) + \tilde{r}}{\cos \theta} - \psi_{bs} \quad (33)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = -k_\theta \tilde{\theta} + (q_c - q_{co}) + \tilde{q} - \theta_{bs} \quad (34)$$

2.4 速度和角速度控制

为保证跟踪系统存在外干扰下的鲁棒性, 引入积分项增加系统的鲁棒性, 定义 $\dot{\varepsilon}_1 = \tilde{u}$, $\dot{\varepsilon}_2 = \tilde{q}$, $\dot{\varepsilon}_3 = \tilde{r}$, 其中设计 AUV 三维路径跟踪控制输入为

$$\begin{cases} F_u = m_1(-k_u \tilde{u} - k_{iu} \varepsilon_1 + \dot{u}_c - u_{bs}) - f_u \\ \delta_s = b_1^{-1} [m_4(-k_q \tilde{q} - k_{iq} \varepsilon_2 + \dot{q}_c - q_{bs}) - f_q] \\ \delta_r = b_2^{-1} [m_5(-k_r \tilde{r} - k_{ir} \varepsilon_3 + \dot{r}_c - r_{bs}) - f_r] \end{cases} \quad (35)$$

其中, $f_u = m_2 vr - m_3 wq + d_1 u$, $f_q = (m_1 - m_3) \times uw + d_4 q - g_2$, $f_r = (m_1 - m_2) uv + d_5 qr$ 为模型非线性水动力项, u_{bs} , q_{bs} 和 r_{bs} 为待设计反馈补偿鲁棒项, 将在稳定性证明中给出. 将式 (35) 代入式 (1), 得到 u , q 和 r 的误差系统为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{u}} = -k_u \tilde{u} - k_{iu} \varepsilon_1 - u_{bs} \\ \dot{\tilde{q}} = -k_q \tilde{q} - k_{iq} \varepsilon_2 - q_{bs} \\ \dot{\tilde{r}} = -k_r \tilde{r} - k_{ir} \varepsilon_3 - r_{bs} \end{cases} \quad (36)$$

定义信号 $\nu_u = \tilde{u}$, $\nu_r = \tilde{r}$ 和 $\nu_q = \tilde{q}$, 其中得到滤波补偿误差系统的动态为

$$\begin{cases} \dot{\nu}_u = -k_u \nu_u - k_{iu} \varepsilon_1 - u_{bs} \\ \dot{\nu}_q = -k_q \nu_q - k_{iq} \varepsilon_2 - q_{bs} \\ \dot{\nu}_r = -k_r \nu_r - k_{ir} \varepsilon_3 - r_{bs} \end{cases} \quad (37)$$

进一步, 由于 $\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\nu}_u$, $\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\nu}_q$, $\dot{\varepsilon}_3 = \dot{\nu}_r$, 所以系统 (37) 可以重写为

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = -k_u \varepsilon_1 - k_{iu} \varepsilon_1 - u_{bs} \\ \dot{\varepsilon}_2 = -k_q \varepsilon_2 - k_{iq} \varepsilon_2 - q_{bs} \\ \dot{\varepsilon}_3 = -k_r \varepsilon_3 - k_{ir} \varepsilon_3 - r_{bs} \end{cases} \quad (38)$$

定义误差向量 $\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3]^T$, $\dot{\varepsilon} = [\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2, \dot{\varepsilon}_3]^T$, $E = [\varepsilon^T, \dot{\varepsilon}^T]^T$, 则系统 (38) 可以表示为

$$\dot{E} = AE + BU \quad (39)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ -K_{I3 \times 3} & -K_{P3 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} -u_{bs} \\ -q_{bs} \\ -r_{bs} \end{bmatrix}$$

$$K_I = \text{diag}\{-k_{iu}, -k_{iq}, -k_{ir}\}$$

$$K_P = \text{diag}\{-k_u, -k_q, -k_r\}$$

2.5 滤波误差补偿回路设计

滤波误差补偿系统并未改善控制器 (15) 作用于跟踪系统 (11) 时的闭环稳定, 其作用体现在: 由于在控制回路中引入二阶滤波器获得虚拟控制的导数, 从而避免了直接对虚拟控制量解析求导的繁琐过程, 而滤波器对参考输入的跟踪精度直接影响控制系统的性能, 所以通过设计位置控制和姿态控制回路的滤波误差补偿回路, 对理想虚拟控制信号 α_{co} 与经过二阶滤波器的输出信号 α_c 之间的偏差进行补偿, 从而保证滤波误差系统的渐近稳定性, 即保证了信号 α_c 能够渐近趋近于 α_{co} , 从而使得二阶滤波器的另一组输出信号 $\dot{\alpha}_c$ 能够精确地趋近于 $\dot{\alpha}_{co}$, 实现了通过二阶滤波器获得虚拟控制量的导数, 简化了控制其设计过程, 这也是与动态面控制中通过一阶差分过程获得虚拟控制量的导数的方法的本质区别。

1) 对于位置控制回路, 定义滤波信号补偿误差

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{s} - \zeta_x \\ \tilde{e} - \zeta_y \\ \tilde{h} - \zeta_z \end{bmatrix} \quad (40)$$

其中, 根据式 (28) 构造位置滤波补偿信号 ζ_x , ζ_y 和 ζ_z 如下:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\zeta}_x \\ \dot{\zeta}_y \\ \dot{\zeta}_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r\zeta_y - q\zeta_z \\ -r\zeta_x \\ q\zeta_x \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} -k_x\zeta_x \\ -k_y\zeta_y \\ -k_z\zeta_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{s}_c - \dot{s}_{co} \\ \dot{e}_c - \dot{e}_{co} \\ \dot{h}_c - \dot{h}_{co} \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} A & Bg(\psi)u_r & Cg(\tilde{\theta})u_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_u \\ \zeta_\psi \\ \zeta_\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (41)$$

其中, 初始条件 $\zeta_x(0) = 0$, $\zeta_y(0) = 0$, $\zeta_z(0) = 0$; ζ_ψ 和 ζ_θ 的定义如式 (45) 和式 (46). 结合式 (40) 构造李雅普诺夫能量函数:

$$E_1 = \frac{1}{2} (\nu_x^2 + \nu_y^2 + \nu_z^2) \quad (42)$$

对上式求导, 将式 (28) 和式 (41) 代入得:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= \dot{\nu}_x\nu_x + \dot{\nu}_y\nu_y + \dot{\nu}_z\nu_z = \\ &-k_x\nu_x^2 - k_y\nu_y^2 - k_z\nu_z^2 + \begin{bmatrix} \nu_x & \nu_y & \nu_z \end{bmatrix} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} A & Bg(\psi)u_r & Cg(\tilde{\theta})u_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_u \\ \zeta_\psi \\ \zeta_\theta \end{bmatrix} = \\ &-k_x\nu_x^2 - k_y\nu_y^2 - k_z\nu_z^2 + A^T \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \nu_u + \\ &g^T(\tilde{\psi})B^T u_r \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \nu_\psi + g^T(\tilde{\theta})C^T u_r \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \nu_\theta \end{aligned} \quad (43)$$

其中, ν_μ , ν_ψ , ν_θ 定义如式 (44).

2) 对于姿态控制回路, 定义滤波信号补偿误差

$$\begin{bmatrix} \nu_\psi \\ \nu_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\psi} - \zeta_\psi \\ \tilde{\theta} - \zeta_\theta \end{bmatrix} \quad (44)$$

结合式 (33) 和式 (34), 有:

$$\dot{\zeta}_\psi = -k_\psi\zeta_\psi + \frac{r_c - r_{co}}{\cos\theta} + \frac{\zeta_r}{\cos\theta} \quad (45)$$

$$\dot{\zeta}_\theta = -k_\theta\zeta_\theta + (q_c - q_{co}) + \zeta_q \quad (46)$$

其中, $\zeta_\psi(0) = 0$, $\zeta_\theta(0) = 0$, $\zeta_r = 0$, $\zeta_q = 0$.

根据式 (44) 构造李雅普诺夫能量函数:

$$E_2 = \frac{1}{2} (\nu_\psi^2 + \nu_\theta^2) \quad (47)$$

对上式求导, 将式 (33) 和式 (46) 代入得:

$$\begin{aligned} \dot{E}_2 &= \dot{\nu}_\psi\nu_\psi + \dot{\nu}_\theta\nu_\theta = \\ &(\dot{\tilde{\psi}} - \dot{\zeta}_\psi)\nu_\psi + (\dot{\tilde{\theta}} - \dot{\zeta}_\theta)\nu_\theta = \\ &\left(-k_\psi\tilde{\psi} + \frac{\tilde{r}}{\cos\theta} - \psi_{bs} + k_\psi\zeta_\psi - \frac{\zeta_r}{\cos\theta}\right)\nu_\psi + \\ &\left(-k_\theta\tilde{\theta} + \tilde{q} - \theta_{bs} + k_\theta\zeta_\theta - \zeta_q\right)\nu_\theta = \\ &-k_\psi\nu_\psi^2 - k_\theta\nu_\theta^2 + \nu_q\nu_\theta + \frac{\nu_r}{\cos\theta}\nu_\psi - \\ &\theta_{bs}\nu_\theta - \psi_{bs}\nu_\psi \end{aligned} \quad (48)$$

图 6 给出基于滤波反步法的三维路径跟踪控制器框图, 图中标出了 AUV 系统的状态信号、虚拟控制量和滤波信号及其导数值的相互关系, 前向回路主要通过二阶滤波器获得虚拟控制的滤波信号和导数信号, 通过设计滤波误差补偿回路保证滤波器对输入信号的跟踪精度。

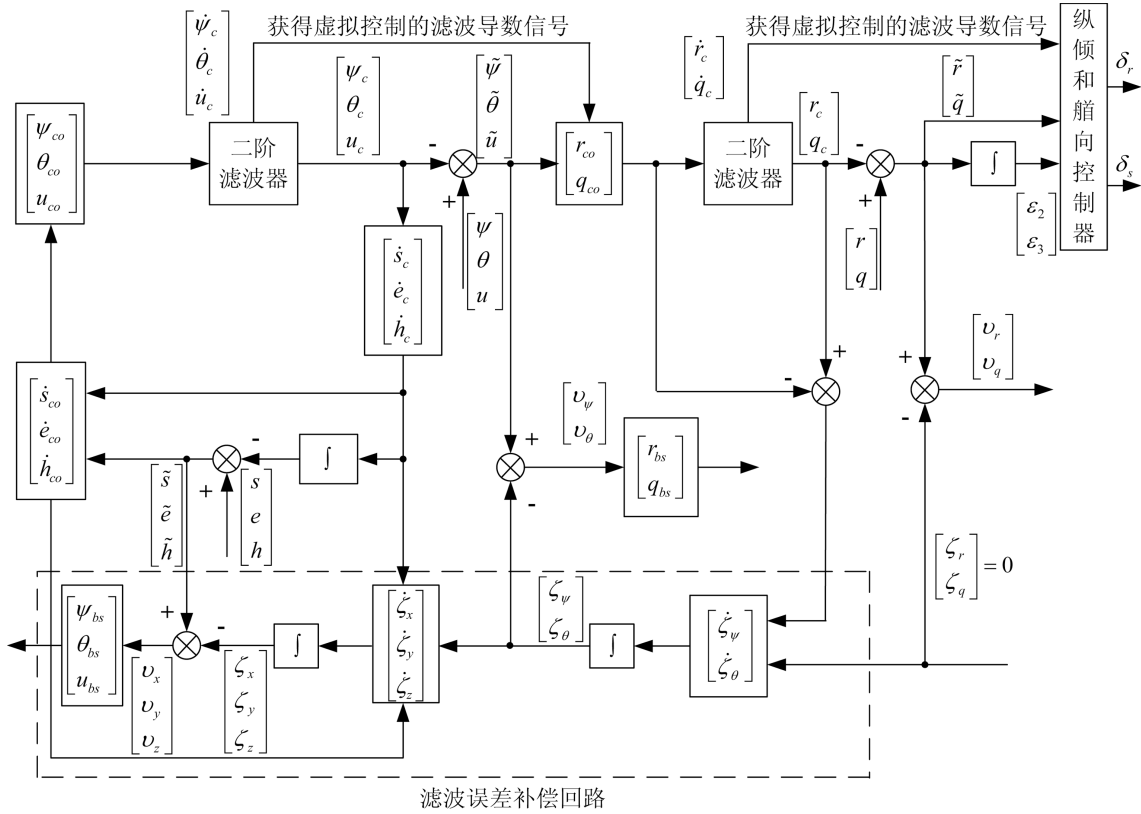


图 6 基于滤波反步法的三维路径跟踪控制器框图

Fig. 6 Block diagram of the filtered backstepping based three-dimensional path-following control

2.6 抗积分饱和 (Anti-windup) 设计

对于滤波反步法控制器设计中容易导致控制信号积分饱和的现象, 对最终的控制信号进行抗积分饱和设计^[27, 29], 在反馈回路中串联抗积分饱和环节, 在控制信号达到饱和和前降低其幅值, 因此抗积分饱和环节只在信号超出饱和和区间时起作用, 优化控制器输出信号。

对于滤波反步法控制器, 输出信号为 $u = [F_u, \delta_r, \delta_s]^T$, 经过饱和环节后输出信号为 u_s , 其中饱和环节定义为

$$u_s = \begin{cases} u_M, & u \geq u_M \\ u, & -u_M < u < u_M \\ -u_M, & u \leq -u_M \end{cases} \quad (49)$$

其中, u_M 为控制信号受限幅值, 根据式 (49) 设计抗积分饱和环节的控制量为

$$u = u_s - K_s \int (u - u_s) dt \quad (50)$$

其中, K_s 为抗积分饱和环节的增益系数, 图 7 给出了包含抗积分饱和环节的控制系统结构图。

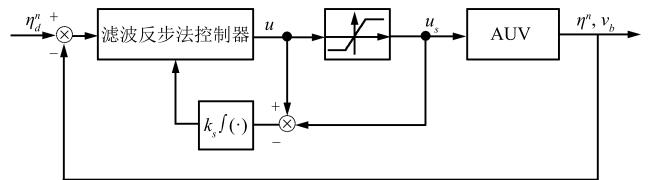


图 7 具有抗积分饱和的滤波反步法控制系统框图
Fig. 7 System diagram of filtered backstepping controller with anti-windup scheme

3 稳定性分析及鲁棒项设计

定理 1. 基于李雅普诺夫稳定性理论, 对于 AUV 三维路径跟踪误差系统 (11) 和 AUV 模型 (1), 给定三维曲线路径, 设计 AUV 纵向速度、艏向和纵倾控制器如式 (35), 鲁棒反馈补偿项为式 (54) ~ (58), 则能够保证 AUV 三维路径跟踪误差系统一致最终有界。

证明. 结合式 (42) 和式 (47) 构造李雅普诺夫能量函数:

$$V = E_1 + E_2 + \frac{1}{2} E_T P E \quad (51)$$

其中, $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & P_2 \end{bmatrix}$, $P_i = \text{diag}\{p_{i1}, p_{i2}\}$,

p_{i3} , $i = 1, 2$ 为正定对称矩阵. 令 $A^T P + PA = -Q$, 对式 (51) 进行求导, 将式 (43)、(48) 和 (39) 代入整理得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + E_T P \dot{E} = & -k_x \nu_x^2 - k_y \nu_y^2 - k_z \nu_z^2 - k_u \nu_u^2 - k_\psi \nu_\psi^2 - \\ & k_\theta \nu_\theta^2 - \frac{1}{2} E^T Q E + A^T \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \nu_u + \\ & g^T(\dot{\psi}) B^T u_r \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \nu_\psi \psi_{bs} + \frac{\nu_r}{\cos \theta_B} \nu_\psi + \\ & g^T(\tilde{\theta}) C^T u_r \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \nu_\theta + \nu_q \nu_\theta - \theta_{bs} - \\ & p_{21} \nu_u u_{bs} - p_{22} \nu_q q_{bs} - p_{2w} \nu_r r_{bs} \end{aligned} \quad (52)$$

其中, $Q = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & K_I P_2 - P_1 \\ K_I P_2 - P_1 & 2K_I P_2 \end{bmatrix}$ 为半正定对称阵, 式 (52) 进一步变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + E_T P \dot{E} = & -k_x \nu_x^2 - k_y \nu_y^2 - k_z \nu_z^2 - k_u \nu_u^2 - k_\psi \nu_\psi^2 - \\ & k_\theta \nu_\theta^2 - \frac{1}{2} E^T Q E + A^T \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \nu_u + \\ & g^T(\dot{\psi}) B^T u_r \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \nu_\psi - \psi_{bs} + \frac{\nu_r}{\cos \theta_B} \nu_\psi + \\ & g^T(\tilde{\theta}) C^T u_r \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \nu_\theta + \nu_q \nu_\theta - \\ & \theta_{bs} + E^T P B U \end{aligned} \quad (53)$$

如果设计鲁棒项为

$$\psi_{bs} = g^T(\tilde{\psi}) B^T u_r \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\theta_{bs} = g^T(\tilde{\theta}) C^T u_r \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$u_{bs} = \frac{1}{p_{21}} A^T \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$r_{bs} = \frac{1}{p_{23}} \times \frac{\nu_\psi}{\cos \theta} \quad (57)$$

$$q_{bs} = \frac{1}{p_{22}} \nu_\theta \quad (58)$$

将式 (54) ~ (58) 代入式 (52), 整理得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -k_x \nu_x^2 - k_y \nu_y^2 - k_z \nu_z^2 - k_u \nu_u^2 - \\ & k_\psi \nu_\psi^2 - k_\theta \nu_\theta^2 - \frac{1}{2} E^T Q E \leq 0 \end{aligned} \quad (59)$$

□

上述定理证明了补偿跟踪误差系统 ν_i 的渐近稳定性^[36], 由二阶滤波器的设计过程可知, 当选择合适的自然频率 ω_n , α_{co} 为滤波器的参考输入信号时, 滤波器为线性稳定系统, 可见当 α_{co} 为有界值时, 则 α_c 和 $\dot{\alpha}_c$ 均为连续有界信号, 如果信号 α_{co} 的带宽低于滤波器设计带宽, 那么误差信号 $|a_{co}(t) - a_c(t)|$ 将会很小, 由于 ζ_i 是一阶稳定线性系统, 所以 ζ_i 将渐近趋近于零值, 从而系统跟踪误差渐近趋近于零值.

4 仿真实验结果与分析

仿真实验对象为哈尔滨工程大学实验型 AUV, 其外形尺寸为长 4.5 m、宽 1.2 m、高 0.6 m, 质量为 2535 kg, 相关水动力系数为: 舵效系数 $M_{\delta_s} = 900 \text{ kg/rad}$, $N_{\delta_r} = 850 \text{ kg/rad}$; 转动惯量 $I_y = 1700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_z = 2000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 附加质量参数 $X_u = -142 \text{ kg}$, $Y_v = -1700 \text{ kg}$, $Z_w = -4600 \text{ kg}$, $M_{\dot{q}} = -1700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad}$, $N_{\dot{r}} = -1350 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad}$; 阻尼水动力系数 $X_{|u|u} = -35 \text{ kg/m}$, $Y_v = -346 \text{ kg/s}$, $Y_{|v|v} = -667 \text{ kg/m}$, $Z_w = -1000 \text{ kg/s}$, $Z_{|w|w} = -2000 \text{ kg/m}$, $M_{\dot{q}} = -900 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, $M_{|q|q} = -1100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad}^2$, $N_r = -300 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, $N_{|r|r} = -350 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad}^2$. 根据实测水动力系数建立 AUV 六自由度仿真模型, 采用 Matlab 环境搭建 AUV 三维路径跟踪控制系统进行仿真实验. 为验证本文设计的 AUV 三维路径跟踪控制器的有效性, 与常规反步法控制仿真结果进行对比分析. 针对 AUV 螺旋下潜作业, 规划期望三维曲线路径为 (单位: m)

$$\begin{cases} x(\varpi) = 50 \cos(0.02\varpi) \\ y(\varpi) = 50 \sin(0.02\varpi) \\ z(\varpi) = \varpi \end{cases}$$

选取 AUV 的初始位置为 $[x, y, z]^T = [10, -5, 1]^T$ m, 初始艏向为 $\psi = \pi/4$, 纵倾角 $\theta = 0$ rad, AUV 初始速度为 $[u, v, w]^T = 0$ m/s, 初始角速度 $q = 0$ rad/s, $r = 0$ rad/s.

为了避免对虚拟控制量直接解析求导, 引入复杂的计算过程, 本文利用二阶滤波器的特性. 从式 (20) 可以看出, 将理想虚拟控制量 α_{co} 作为滤波器的参考输入, 信号 $\dot{\alpha}_c$ 是通过积分而非微分的过程获得的, 这可以大大减少基于状态反馈设计的控制系统中测量噪声的影响, 假设在已知 α_{co} 带宽的情况下, 通过合理选择的自然角频率 ω_n 就能够获得 x_c 和 \dot{x}_c , 且保证逼近误差 $|\alpha_{co}(t) - \alpha_c(t)|$ 很小; 同时选择过大的 ω_n 又会增加高频噪声对系统的影响, 结合工程实际, 考虑 AUV 的工作频率为 $f = 3 \sim 4$ Hz, 这里设计滤波器的剪切频率 $\omega_n = 2\pi f \approx 20$ rad/s, 过滤掉高频噪声干扰, 设计阻尼比 ζ 大于 0.707, 保证系统为过阻尼态, 这里选择 $\zeta = 0.9$.

选择控制器参数 $k_x = 10, k_y = 5, k_z = 4, k_\psi = k_\theta = 5, k_u = 20, k_q = k_r = 10, k_{iu} = 5, k_{iq} = k_{ir} = 2, p_{21} = 10, p_{22} = p_{23} = 5$; 期望路径上虚拟向导设计参数 $u_r = 2$ m/s; 仿真实验时考虑舵机特性, $T_E \dot{\delta} = K_E(\delta_d - \delta)$, 其中 δ_d 表示指令舵角, δ 为实际舵角, K_E 为舵机控制增益, T_E 为舵机时间常数, 约为 $3 \sim 4$ s, 实际舵角幅值 $|\delta| \leq \delta_{\max} = 30^\circ$. 模型中环境扰动作用信号 ω 的形式为 $\omega + T\dot{\omega} = K\varepsilon$, 其中 ε 为高斯白噪声, $K = \text{diag}\{20, 10, 10, 25, 25\}$ 为增益系数矩阵, $T = \text{diag}\{5, 5, 5, 5, 5\}$ 为时间常数矩阵, 通过选取不同的增益系数和时间常数, 验证设计控制器的鲁棒性.

图 8 和图 9 分别为滤波反步法设计中的 AUV 艏摇角和纵倾角、理想控制信号和滤波信号变化曲线,

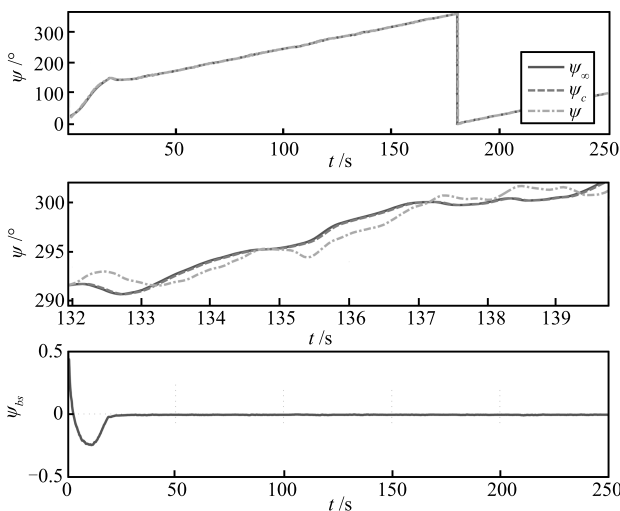


图 8 AUV 艏摇角及补偿项响应曲线

Fig. 8 Response curves of yaw angle and compensation terms for AUV

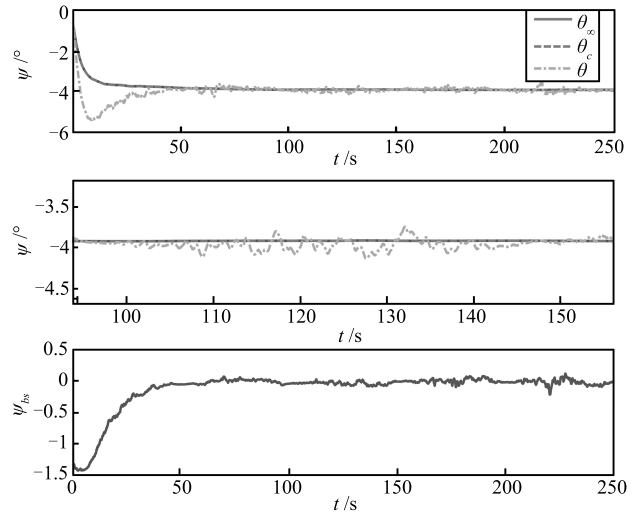


图 9 AUV 纵倾角及补偿项响应曲线

Fig. 9 Response curves of pitch angle and compensation terms for AUV

从局部放大图可以看出, 滤波信号 ψ_c 和 θ_c 较好地跟踪了理想虚拟信号 ψ_{co} 和 θ_{co} , 滤波器对于艏摇角 ψ 和纵倾角 θ 中包含的测量噪声具有一定的滤波作用, 从滤波补偿项 ψ_{bs} 和 θ_{bs} 的变化趋势可以看出, 当跟踪系统稳定时, ψ_{bs} 和 θ_{bs} 将最终收敛.

图 10 为 AUV 纵向速度 u 、理想虚拟控制量 u_{co} 和其滤波信号 u_c 的响应曲线, 从局部放大图中可以看出, 滤波信号 u_c 较好地跟踪了理想虚拟信号 u_{co} , u_{bs} 为滤波补偿项, 当跟踪系统稳定时, u_{bs} 最终稳定且收敛于零.

图 11 为 AUV 艏摇角速度 r 、理想虚拟控制量 r_{co} 和其滤波信号 r_c 的响应曲线, 从局部放大图中可以看出, 滤波信号 r_c 较好地跟踪了理想虚拟信号 r_{co} , 滤波器对于艏摇角速度 r 中包含的测量噪声具有一定的滤波作用, r_{bs} 为滤波补偿项, 当跟踪系统稳定时, r_{bs} 最终收敛到零.

图 12 为 AUV 纵倾角速度 q 、理想虚拟控制量 q_{co} 和其滤波信号 q_c 的响应曲线, 从局部放大图中可以看出, 滤波信号 q_c 较好地跟踪了理想虚拟信号 q_{co} , 滤波器对于纵倾角速度 q 中包含的测量噪声具有一定的滤波作用, q_{bs} 为滤波补偿项, 当跟踪系统稳定时, q_{bs} 最终稳定收敛于零.

从图 8~12 中可以看出, 本文基于滤波器设计的非线性控制器, 通过积分过程而非微分过程获得虚拟控制的滤波值和导数值, 因而对测量噪声具有一定的滤波作用, 通过滤波补偿系统, 能够保证理想虚拟控制量的滤波值对真实状态的逼近, 进而补偿标称模型的状态响应与真实模型状态响应的偏差.

图 13 为 AUV 三维螺旋下潜路径跟踪轨迹, 图 14 和图 15 分别为 AUV 三维路径跟踪轨迹在 XY

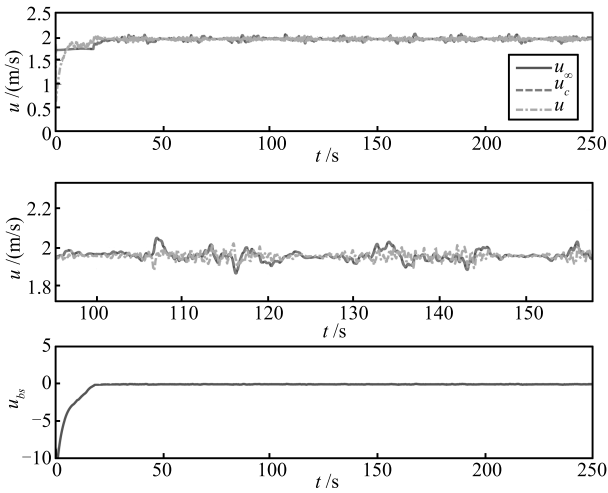


图 10 AUV 纵向速度及补偿项响应曲线
 Fig. 10 Response curves of surge velocity and compensation terms for AUV

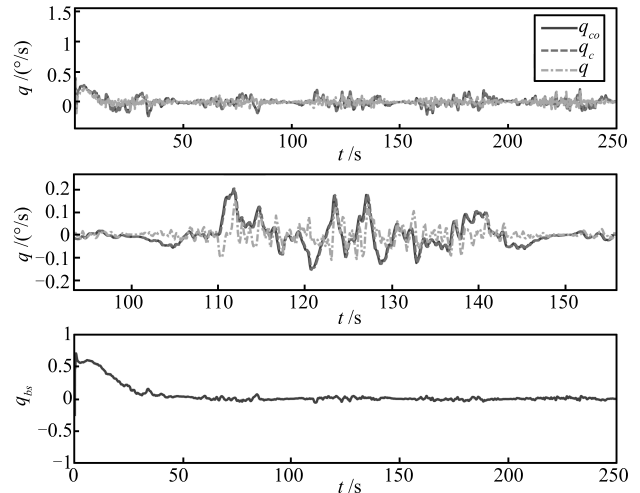


图 12 AUV 纵倾角速度及补偿项响应曲线
 Fig. 12 Response curves of pitch angular rate and compensation terms for AUV

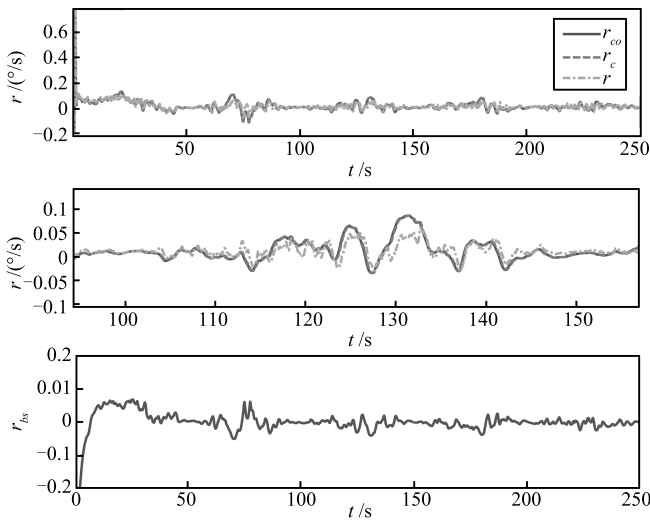


图 11 AUV 船摇角速度及补偿项响应曲线
 Fig. 11 Response curves of yaw angular rate and compensation terms for AUV

平面和 XZ 平面的投影曲线, 可以看出, 基于常规反步法设计的控制器, 当存在环境扰动和状态测量噪声时, 控制效果较差, 无法实现对三维路径的精确跟踪, 而本文基于滤波器设计的控制器, 对测量噪声不敏感, 通过滤波器对虚拟控制的逼近保证了存在模型不确定性时的控制器性能, 在具有一定初始位置偏差下较平滑地实现对三维路径的跟踪控制, 且保证了跟踪精度。

图 16 为 AUV 三维路径跟踪控制中跟踪误差曲线. 与常规反步法控制器相比, 可以看出, 本文设计的三维路径控制器在存在环境扰动作用下具有更加稳定的控制能力, 保证 AUV 较快地跟踪并收敛到期望路径, 使得跟踪误差最终收敛到零, 表明了控制器的跟踪精度和响应速度. 图 17 为 AUV 三维路径

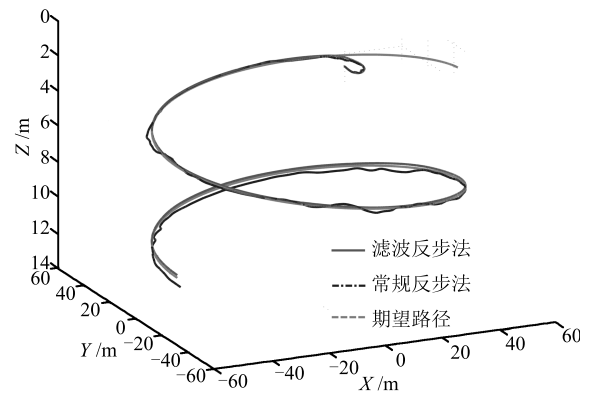


图 13 AUV 三维路径跟踪轨迹
 Fig. 13 Three-dimensional path-following trajectory of AUV

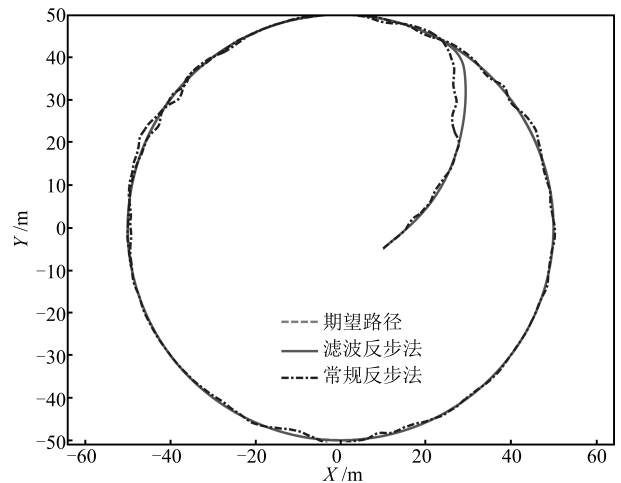


图 14 AUV 三维路径跟踪 XY 平面投影
 Fig. 14 XY plane projection for three-dimensional path-following of AUV

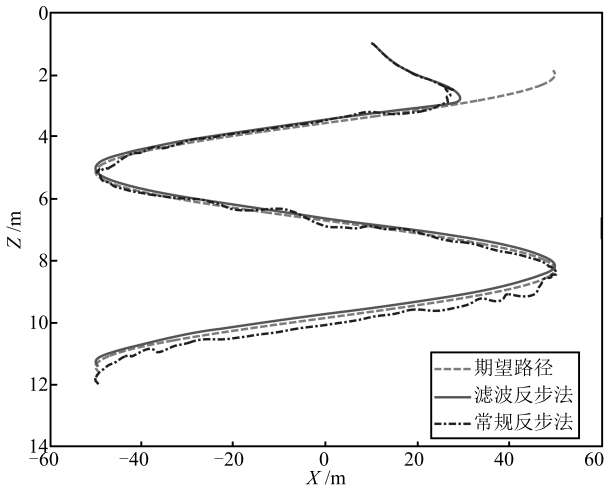


图 15 AUV 三维路径跟踪 XZ 平面投影

Fig. 15 XZ plane projection for three-dimensional path-following of AUV

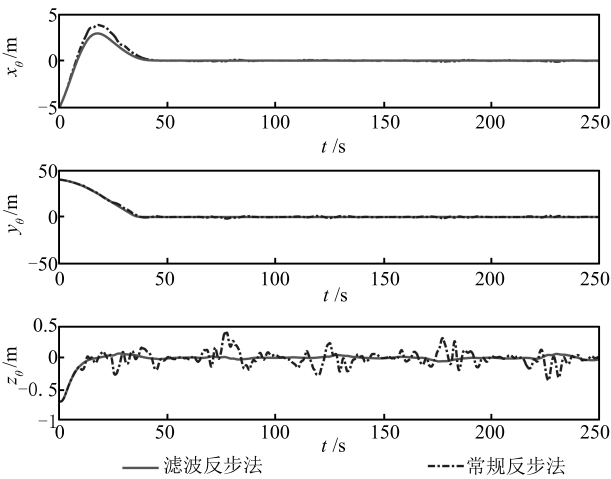


图 16 AUV 三维路径跟踪误差曲线

Fig. 16 Three-dimensional path-following errors of AUV

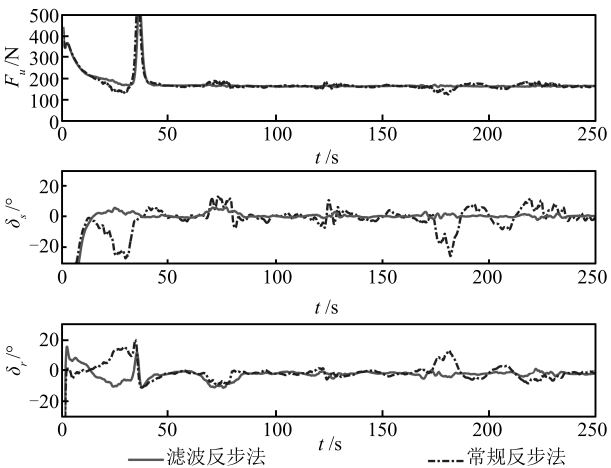


图 17 AUV 三维路径跟踪控制输入

Fig. 17 Control inputs of AUV in three-dimensional path-following

跟踪控制器输出响应。

5 结论

本文针对欠驱动水下航行器的三维路径跟踪控制问题, 基于滤波反步法设计跟踪控制器, 通过二阶滤波器逼近理想虚拟控制信号, 避免了由于在常规反步法设计中需要逐步计算虚拟控制量的导数的不足, 简化了控制器设计; 定义滤波跟踪补偿误差系统, 保证了滤波信号对理想虚拟控制的逼近精度。基于李雅普诺夫稳定性理论设计鲁棒反馈镇定项, 保证了闭环跟踪误差系统的全局渐近收敛。最后将本文设计的控制器应用于水下航行器进行螺旋线下潜曲线跟踪仿真实验, 结果表明控制器具有较高的跟踪精度和较好的鲁棒性。

致谢

感谢哈尔滨工程大学自动化学院 409 教研室提供实验平台, 感谢硕士研究生金灿对论文写作思路提供的建议。

References

- Xiang Xian-Bo. Research on Path Following and Coordinated Control for Second-order Nonholonomic UUVs [Ph. D. dissertation], Huazhong University of Science and Technology, China, 2010.
(向先波. 二阶非完整性水下机器人的路径跟踪与协调控制研究 [博士学位论文], 华中科技大学, 中国, 2010.)
- Wang Fang, Wan Lei, Li Ye, Su Yu-Min, Xu Yu-Ru. A survey on development of motion control for underactuated AUV. *Shipbuilding of China*, 2010, **51**(2): 227–241
(王芳, 万磊, 李晔, 苏玉民, 徐玉如. 欠驱动 AUV 的运动控制技术综述. 中国造船, 2010, **51**(2): 227–241)
- Zhang Li-Jun, Jia He-Ming, Bian Xin-Qian, Yan Zhe-Ping, Cheng Xiang-Qin. Three-dimensional path tracking control for an autonomous underwater vehicle based on L_2 disturbance attenuation method. *Control Theory and Applications*, 2011, **28**(5): 645–651
(张利军, 贾鹤鸣, 边信黔, 严浙平, 程相勤. 基于 L_2 干扰抑制的水下机器人三维航迹跟踪控制. 控制理论与应用, 2011, **28**(5): 645–651)
- Jia He-Ming, Zhang Li-Jun, Qi Xue, Yang Li-Xin. Three-dimensional path tracking control for autonomous underwater vehicle based on neural network. *Control Theory and Applications*, 2012, **29**(7): 877–883
(贾鹤鸣, 张利军, 齐雪, 杨立新. 基于神经网络的水下机器人三维航迹跟踪控制. 控制理论与应用, 2012, **29**(7): 877–883)
- Jia He-Ming, Cheng Xiang-Qin, Zhang Li-Jun, Bian Xin-Qian, Yan Zhe-Ping. Three-dimensional path tracking control for underactuated AUV based on adaptive Backstepping. *Control and Decision*, 2012, **27**(5): 652–657
(贾鹤鸣, 程相勤, 张利军, 边信黔, 严浙平. 基于自适应 Backstepping 的欠驱动 AUV 三维航迹跟踪控制. 控制与决策, 2012, **27**(5): 652–657)
- Shi Shu-Wei, Yan Wei-Sheng, Gao Jian, Li Wen-Bai. Path-following control of an AUV in the horizontal plane with

- constant ocean currents. *Acta Armamentarii*, 2010, **31**(3): 375–379
(施淑伟, 严卫生, 高剑, 李闻白. 常值海流作用下的 AUV 水平路径跟踪控制. 兵工学报, 2010, **31**(3): 375–379)
- 7 Lapiere L, Soetanto D. Nonlinear path-following control of an AUV. *Ocean Engineering*, 2007, **34**(11): 1734–1744
- 8 Lapiere L, Jouvencel B. Robust nonlinear path-following control of an AUV. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2008, **33**(2): 89–102
- 9 Bian Xin-Qian, Cheng Xiang-Qin, Jia He-Ming, Yan Zhe-Ping, Zhang Li-Jun. A bottom-following controller for underactuated AUV based on iterative sliding and increment feedback. *Control and Decision*, 2011, **26**(2): 289–292
(边信黔, 程相勤, 贾鹤鸣, 严浙平, 张利军. 基于迭代滑模增量反馈的欠驱动 AUV 地形跟踪控制. 控制与决策, 2011, **26**(2): 289–292)
- 10 Wang H J, Chen Z Y, Jia H M, Chen X H. NN-backstepping for diving control of an underactuated AUV. In: Proceedings of the 2011 MTS/IEEE Kona Conference OCEANS'11. Waikoloa, HI: IEEE, 2011. 1–6
- 11 Li J H, Lee P M. Path tracking in dive plane for a class of Torpedo-type underactuated UUVs. In: Proceedings of the 7th Asian Control Conference. Hong Kong, China: IEEE, 2009. 360–365
- 12 Wang Hong-Jian, Chen Zi-Yin, Bian Xin-Qian, Jia He-Ming, Li Juan. Three-dimensional straight line path-tracking control for underactuated underwater vehicle. *Control Theory and Applications*, 2013, **30**(4): 443–453
(王宏健, 陈子印, 边信黔, 贾鹤鸣, 李娟. 欠驱动水下航行器三维直线航迹跟踪控制. 控制理论与应用, 2013, **30**(4): 443–453)
- 13 Do K D, Pan J, Jiang Z P. Robust and adaptive path following for underactuated autonomous underwater vehicles. *Ocean Engineering*, 2004, **31**(16): 1967–1997
- 14 Aguiar A P, Hespanha J P. Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(8): 1362–1379
- 15 Encarnacao P, Pascoal A. 3D path following for autonomous underwater vehicle. In: Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney, NSW: IEEE, 2000. 2978–2982
- 16 Borhaug E, Pettersen K Y. Cross-track control for underactuated autonomous vehicles. In: Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. Spain: IEEE, 2005. 602–608
- 17 Ge Hui, Jing Zhong-Liang, Gao Jian. Neural network H_∞ robust adaptive control for autonomous underwater vehicle in 3-dimensional path following. *Control Theory and Applications*, 2012, **29**(3): 317–322
(葛晖, 敬忠良, 高剑. 自主式水下航行器三维路径跟踪的神经网络 H_∞ 鲁棒自适应控制方法. 控制理论与应用, 2012, **29**(3): 317–322)
- 18 Jia He-Ming, Zhang Li-Jun, Cheng Xiang-Qin, Bian Xin-Qian, Yan Zhe-Ping. Three-dimensional path tracking control for an underactuated AUV based on discrete-time sliding mode prediction. *Control and Decision*, 2011, **26**(10): 1452–1458
(贾鹤鸣, 张利军, 程相勤, 边信黔, 严浙平. 基于离散滑模预测的欠驱动 AUV 三维航迹跟踪控制. 控制与决策, 2011, **26**(10): 1452–1458)
- 19 Jia He-Ming, Zhang Li-Jun, Cheng Xiang-Qin, Bian Xin-Qian, Yan Zhe-Ping, Zhou Jia-Jia. Three-dimensional path following control for an underactuated UUV based on nonlinear iterative sliding mode. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(2): 308–313
(贾鹤鸣, 张利军, 程相勤, 边信黔, 严浙平, 周佳加. 基于非线性迭代滑模的欠驱动 UUV 三维航迹跟踪控制. 自动化学报, 2012, **38**(2): 308–313)
- 20 Yang Jun-Hua, Wu Jie, Hu Yue-Ming. Backstepping method and its applications to nonlinear robust control. *Control and Decision*, 2002, **17**(S1): 641–653
(杨俊华, 吴捷, 胡跃明. 反步方法原理及在非线性的鲁棒控制中的应用. 控制与决策, 2002, **17**(S1): 641–653)
- 21 Wang Hong-Jian, Chen Zi-Yin, Jia He-Ming, Li Juan. Backstepping method with PID gain tuning in diving control of autonomous underwater vehicle. *Control Theory and Applications*, 2012, **29**(9): 1139–1145
(王宏健, 陈子印, 贾鹤鸣, 李娟. 具有 PID 反馈增益的自主水下航行器反步法变深控制. 控制理论与应用, 2012, **29**(9): 1139–1145)
- 22 Stotsky A, Hedrick J K, Yip P P. The use of sliding modes to simplify the backstepping control method. In: Proceedings of the 1997 American Control Conference. Albuquerque, NM: IEEE, 1997. 1703–1708
- 23 Yip P P, Hedrick J K, Swaroop D. The use of linear filtering of simplified integrator backstepping control of nonlinear systems. In: Proceedings of the 1996 IEEE Workshop on Variable Structure System. Tokyo: IEEE, 1996. 211–215
- 24 Yip P C P. Robust and Adaptive Nonlinear Control Using Dynamic Surface Controller with Applications to Intelligent Vehicle Highway Systems [Ph. D. dissertation], University of California, Berkeley, 1997. 70–90
- 25 Dong W J, Farrell J A, Polycarpou M M, Sharma M. Command filtered adaptive backstepping. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, **20**(3): 566–580
- 26 Farrell J A, Polycarpou M, Sharma M, Dong W J. Command filtered backstepping. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **54**(6): 1391–1395
- 27 Zhou Hong-Bo, Pei Hai-Long, He Yue-Bang, Sun Tai-Ren. Trajectory-tracking control for small unmanned helicopter with state constraints. *Control Theory and Applications*, 2012, **29**(6): 778–784
(周洪波, 裴海龙, 贺跃帮, 孙太任. 状态受限的小型无人直升机轨迹跟踪控制. 控制理论与应用, 2012, **29**(6): 778–784)
- 28 Zhou Hong-Bo, Pei Hai-Long, He Yue-Bang, Zhao Yun-Ji. Trajectory tracking control of unmanned helicopter via filtering backstepping. *Control and Decision*, 2012, **27**(4): 613–617
(周洪波, 裴海龙, 贺跃帮, 赵运基. 基于滤波反步法的无人直升机轨迹跟踪控制. 控制与决策, 2012, **27**(4): 613–617)
- 29 Lv Y Y, Hu Q L, Ma G F, Zhou J K. 6 DOF synchronized control for spacecraft formation flying with input constraint and parameter uncertainties. *ISA Transactions*, 2011, **50**(4): 573–580
- 30 Zhang F, Duan G R. Integrated translational and rotational control for the terminal landing phase of a lunar module. *Aerospace Science and Technology*, 2013, **27**(1): 112–126
- 31 Fossen T I. *Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Trondheim: Marine Cybernetics, 2002. 88–114

- 32 Reyhanoglu M, van der Schaf A, McClamroch N H, Kolmanovsky I. Dynamics and control of a class of underactuated mechanical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(9): 1663–1672
- 33 Breivik M, Fossen T I. Guidance-based path following for autonomous underwater vehicles. In: Proceedings of the 2005 MTS/IEEE. Seville, Spain: IEEE, 2005. 2807–2814
- 34 Breivik M, Fossen T I. Principles of guidance-based path following in 2D and 3D. In: Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. Seville, Spain: IEEE, 2005. 627–634
- 35 Bang H, Tahk M J, Choi H D. Large angle attitude control of spacecraft with actuator saturation. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(9): 989–997
- 36 Khalil H K. *Nonlinear System (3rd edition)*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2002.

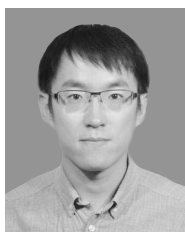


王宏健 哈尔滨工程大学自动化学院教授。主要研究方向为智能控制, 智能优化方法与技术。本文通信作者。

E-mail: cctime99@163.com

(**WANG Hong-Jian** Professor at the College of Automation, Harbin Engineering University. Her research interest covers intelligent control and intelligent optimization method and application technology.

Corresponding author of this paper.)



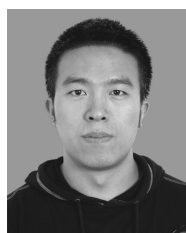
陈子印 北京空间机电研究所工程师。2013 年获得哈尔滨工程大学模式识别与智能系统专业博士学位。主要研究方向为非线性控制系统, 稳像控制, 视觉伺服控制, 并联机械系统。

E-mail: chenzyin_heu@163.com

(**CHEN Zi-Yin** Engineer at Beijing Institute of Space Mechanics and Elec-

tricity. He received his Ph. D. degree in pattern recognition and intelligent system from Harbin Engineering University

in 2013. His research interest covers nonlinear control systems, image stabilization, visual servo control, and parallel mechanism system.)



贾鹤鸣 东北林业大学副教授。2012 年获得哈尔滨工程大学工学博士学位。主要研究方向为非线性系统控制, 无人水下航行器控制技术。

E-mail: jiaheminglucky99@126.com

(**JIA He-Ming** Associate professor at Northeast Forestry University. He received his Ph. D. degree from the Col-

lege of Automation, Harbin Engineering University in 2012. His research interest covers nonlinear system control and unmanned underwater vehicle control technology.)

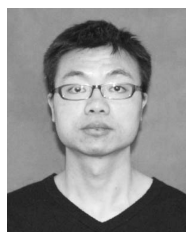


李娟 哈尔滨工程大学自动化学院副教授。2012 年获得哈尔滨工程大学自动化学院博士学位。主要研究方向为自主水下航行器运动与控制。

E-mail: lijuan041@163.com

(**LI Juan** Associate professor at the College of Automation, Harbin Engineering University. She received her

Ph. D. degree from the College of Automation, Harbin Engineering University in 2012. Her research interest covers motion and control of AUV.)



陈兴华 哈尔滨工程大学自动化学院讲师。2009 年获得哈尔滨工程大学硕士学学位。主要研究方向为船舶运动控制。

E-mail: mathematics0618@163.com

(**CHEN Xing-Hua** Lecturer at the College of Automation, Harbin Engineering University. He received his master degree from the College of Au-

tomation, Harbin Engineering University in 2009. His research interest covers motion control of ship vessel.)