非线性系统参数自适应直接广义预测控制

王洪瑞 [1,2] 陈志旺 [1] 李建雄 [1]

摘 要 针对广义预测控制 (Generalized predictive control, GPC) 计算量大的缺陷, 本文对参数未知非线性系统提出一种直接广义预测控制 (Direct generalized predictive control, DGPC) 方法. 该方法直接辨识广义预测控制器参数, 即基于广义误差估计值对控制器参数 $\boldsymbol{\theta}_u$ 和广义误差估计值中的未知向量 $\boldsymbol{\theta}_e$ 进行自适应辨识. 理论证明了该方法可使广义误差估值收敛到原点的一个小邻域内.

关键词 非线性系统, 广义预测控制, 稳定性分析
中图分类号 TP273

Direct Generalized Predictive Control of Parameter Adaptation for Nonlinear Systems

WANG Hong-Rui[1, 2] CHEN Zhi-Wang[1] LI Jian-Xiong[1]

Abstract A kind of direct generalized predictive control (DGPC) method for a class of nonlinear systems with unknown parameters is proposed to overcome the shortcoming of large computation load of original GPC. This method directly recognizes the parameters of GPC controller, namely the controller parameters $\boldsymbol{\theta}_u$ and the unknown vectors $\boldsymbol{\theta}_e$ in the estimated generalized error are adjusted adaptively. It is proved that the method can make the estimated generalized error converge to a small neighborhood of the origin.

Key words Nonlinear systems, generalized predictive control, stability analysis

1 引言

目前, 预测控制在线性系统中的理论研究已经日趋成熟, 而对于非线性系统还没有较为系统且行之有效的方法, 较多的采用近似线性化进行处理[1~5]. 文献 [1] 先将非线性系统近似线性化, 然后将近似的线性系统写成状态方程的形式, 利用最小二乘法辨识参数, 然而它所辨识的仍是时变参数. 文献 [2] 将近似线性系统的时变参数利用三次样条函数逼近转化成时不变的参数, 再进行辨识, 但是 Diophantine 方程的求解、矩阵求逆计算和最小二乘的递推求解需要较长的在线计算时间. 而文献 [6] 提出的预测控制直接算法省掉了 Diophantine 方程所要求的递推求解和矩阵的求逆计算, 因此减少了在线计算量. 文献 [7] 利用构造的性能误差 e_f, 采

收稿日期 2006-6-23 收修改稿日期 2006-12-4
Received June 23, 2006; in revised form December 4, 2006
河北省科学技术研究与发展计划项目基金 (03213543D)
Supported by Science Technology Research and Development Project Foundation of Hebei Province (03213543D)
1. 燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066004 2. 河北大学工商学院 保定 071000
1. Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004 2. Industrial and Commercial College, Hebei University, Baoding 071000
DOI: 10.1360/aas-007-1110

用递推最小二乘法直接辨识控制器参数. 文献 [8] 将模糊逻辑系统引入广义预测控制, 对参数未知线性系统提出了一种直接自适应模糊广义预测控制方法, 直接利用模糊逻辑系统设计广义预测控制器, 并基于广义误差 e_g(类似于文献 [7] 中的 e_f) 对控制器参数和广义误差估计值中的未知向量进行自适应调节. 在文献 [2, 8] 的基础上, 本文提出一种非线性系统的直接广义预测控制算法, 算法简单, 实时性好, 仿真结果令人满意.

2　被控对象模型

设被控对象的输入输出模型描述如下

$$\begin{aligned} y(k) =& f(y(k-1), \cdots, y(k-n_a), u(k-1), \cdots, \\ & u(k-n_b)) \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $u(k)$、$y(k)$ 分别表示系统输入和输出, $f(\cdot)$ 是关于 $y(k-1), \cdots, y(k-n_a), u(k-1), \cdots, u(k-n_b)$ 的阶次已知参数未知的非线性函数, 且满足下列条件

1) $f(\underbrace{0, \cdots, 0}_{n_a}, \underbrace{0, \cdots, 0}_{n_b}) = 0$;

2) $f(\cdot)$ 对 $y(k-1), \cdots, y(k-n_a), u(k-1), \cdots, u(k-n_b)$ 连续可导, 且各偏导数有界;

3) $f(\cdot)$ 满足广义 Lipschitz 条件, 即对任意的 k 和 $\Delta u(k) \neq 0$, 存在 $|\Delta y(k+1)| \leq L|\Delta u(k)|$, 其中 L 是常数.

引理 1[2]**.** 非线性系统 (1) 可等价表示为如下时变线性系统

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n_a} a_i(k) y(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} b_i(k) u(k-i) \tag{2}$$

式中

$$a_i(k) = \left.\frac{\partial f}{\partial y(k-i)}\right|_{(y(k-1), \cdots, y(k-i+1), \xi_y, 0, \cdots, 0)} \quad \xi_y \in (0, y(k-i))$$

$$b_i(k) = \left.\frac{\partial f}{\partial u(k-i)}\right|_{(y(k-1), \cdots, y(k-n_a), u(k-1), \cdots, u(k-i+1,), \xi_u, 0, \cdots, 0)} \quad \xi_u \in (0, u(k-i))$$

根据引理 1 可知对于被控对象 (1) 可采用如下模型描述：

$$A(k, z^{-1}) \Delta y(k) = B(k, z^{-1}) \Delta u(k-1) \tag{3}$$

式中 A、B 为时变系数项. 式 (3) 广义预测控制律增量为：

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \boldsymbol{p}_1^{\mathrm{T}}(k) [\boldsymbol{y}_r - \boldsymbol{f} y(k) - \boldsymbol{h} \Delta u(k-1)] \\ &= P(k, z^{-1}) y_r(k+N) + \alpha(k, z^{-1}) y(k) + \\ &\quad \beta(k, z^{-1}) \Delta u(k-1) \\ &= \boldsymbol{\theta}_u(k) \boldsymbol{z}_u(k) \end{aligned} \tag{4}$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}_u(k) = [& p_1(k), \cdots, p_N(k), \alpha_0(\Delta k), \cdots, \alpha_{n_a}(k), \\ & \beta_1(k), \cdots, \beta_{n_{b-1}}(k)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{z}_u^{\mathrm{T}}(k) = [& y_r(k+1), \cdots, y_r(k+N), y(k), \cdots, \\ & y(k-n_a), \Delta u(k-1), \cdots, \Delta u(k-n_b)] \end{aligned}$$

$\boldsymbol{f}, \boldsymbol{h}, \alpha_i, \beta_i$ 与文献 [6] 中的对应参数意义一致, $\boldsymbol{p}_1^{\mathrm{T}}(k) = [p_1(k), \cdots, p_N(k)]$ 为 $\left(G^{\mathrm{T}} G + \lambda I\right)^{-1} G^{\mathrm{T}}$ 的第一行.

由于样条插值基函数与其它多项式基函数相比, 具有更好的光滑逼近性, 并且计算简单, 因此本文采用三次样条基函数来逼近 $\boldsymbol{\theta}_u(k)$ 中的时变系数. 三次样条基函数形式如下

$$\begin{cases} F_{0,3}(t) = \dfrac{1}{6}(-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \\ F_{1,3}(t) = \dfrac{1}{6}(3t^3 - 6t^2 + 4) \\ F_{2,3}(t) = \dfrac{1}{6}(-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1) \\ F_{3,3}(t) = \dfrac{1}{6} t^3 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$$

取 $t = \exp\left(-(kT - 10)^2 / 0.9\right)$, 则 $\boldsymbol{\theta}_u(k)$ 中的时变参数可写为：$p_i(k) = \sum\limits_{j=0}^{3} p_{i,j} F_{j,3}(t)$, $\alpha_i(k) = \sum\limits_{j=0}^{3} \alpha_{i,j} F_{j,3}(t)$, $\beta_i(k) = \sum\limits_{j=0}^{3} \beta_{i,j} F_{j,3}(t)$.

式 (4) 可写为

$$\Delta u(k) = \boldsymbol{\theta}_u'(k) \boldsymbol{z}_u'(k, t) \tag{5}$$

式中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}_u' = [& p_{1,0} \ \cdots \ p_{1,3} \ \cdots \ p_{N,0} \ \cdots \ p_{N,3} \ \ \alpha_{1,0} \ \cdots \ \alpha_{1,3} \ \cdots \\ & \alpha_{n_a,0} \ \cdots \ \alpha_{n_a,3} \ \ \beta_{0,0} \ \cdots \ \beta_{0,3} \ \cdots \ \beta_{n_b-1,0} \ \cdots \ \beta_{n_b-1,3}] \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{z}_u'(k) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}(t) & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \boldsymbol{F}(t) \end{bmatrix} \boldsymbol{z}_u(k)$$

$$\boldsymbol{F}(t) = \begin{bmatrix} F_{0,3}(t) & F_{1,3}(t) & F_{2,3}(t) & F_{3,3}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

这样, 对式 (4) 中时变参数 $\boldsymbol{\theta}_u(k)$ 的估计就转化为对式 (5) 中是不变参数 $\boldsymbol{\theta}_u'(k)$ 的估计.

引理 2[8]**.** 定义广义误差 N 步预测为

$$e_g(k+N) = \boldsymbol{p}_1^{\mathrm{T}}(k)(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}_r) + \lambda \boldsymbol{q}_1^{\mathrm{T}}(k) \boldsymbol{U} \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{q}_1^{\mathrm{T}}(k)$ 是 $(G^{\mathrm{T}} G + \lambda I)^{-1}$ 的第一行. 当且仅当 $\Delta u(k)$ 由式 (5) 定义时, 有

$$e_g(k+N) = 0$$

3　控制器设计

由引理 2 知, 使广义误差 $e_g(k+N) = 0$ 的控制律 $\Delta u(k)$ 就是广义预测控制律, 因此基于广义误差 $e_g(k)$ 对控制律 $\Delta u(k)$ 中的参数 $\boldsymbol{\theta}_u'(k)$ 进行自适应调节, 便能够保证序列 $\{e_g(k)\}$ 的收敛性, 而对于参数未知系统, 无法算出 $e_g(k)$. 因此首先应获得 $e_g(k)$ 的估值 $\hat{e}_g(k)$, 然后再通过 $\hat{e}_g(k)$ 计算出 $\boldsymbol{\theta}_u'(k)$, 从而得到控制律 $\Delta u(k)$.

由式 (6) 得

$$\hat{e}_g(k) = \hat{\boldsymbol{p}}_1^{\mathrm{T}}(k-N)\begin{bmatrix} e(k-N+1) \\ \vdots \\ e(k) \end{bmatrix} + \lambda\hat{\boldsymbol{q}}_1^{\mathrm{T}}(k-N)\begin{bmatrix} \Delta u(k-N) \\ \vdots \\ \Delta u(k-N+N_u-1) \end{bmatrix} = \boldsymbol{\theta}_e(k-N)\boldsymbol{z}_e(k-N) \tag{7}$$

式中 $\hat{\boldsymbol{p}}_1$ 和 $\hat{\boldsymbol{q}}_1$ 分别是 $\boldsymbol{p}_1$ 和 $\boldsymbol{q}_1$ 的估计值, $e(k) = y(k) - y_r(k)$, $e(k)$ 为输出误差,

$$\boldsymbol{\theta}_e(k) = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{p}}_1^{\mathrm{T}}(k) & \hat{\boldsymbol{q}}_1^{\mathrm{T}}(k) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{z}_e^{\mathrm{T}}(k-N) = [e(k-N+1), \cdots, e(k), \lambda\Delta u(k-N), \cdots, \lambda\Delta u(k-N+N_u-1)]$$

用三次样条函数逼近 $\boldsymbol{\theta}_e(k)$ 中时变系数

$$\hat{p}_i(k) = \sum_{j=0}^{3} a_{ij}F_{j,3}(t), \quad i = 1, 2, \cdots, N$$

$$\hat{q}_i(k) = \sum_{j=0}^{3} b_{ij}F_{j,3}(t), \quad i = 0, 1, \cdots, N_u - 1$$

则广义误差的估值可以写成

$$\hat{e}_g(k) = \boldsymbol{\theta}'_e(k-N)\boldsymbol{z}'_e(k-N) \tag{8}$$

$$\boldsymbol{\theta}'_e(k-N) = [a_{1,0} \ \cdots \ a_{1,3} \ \cdots \ a_{N,0} \ \cdots \ a_{N,3} \ b_{0,0} \ \cdots b_{0,3} \ \cdots \ b_{N_u-1,0} \ \cdots \ b_{N_u-1,3}]$$

$$\boldsymbol{z}'_e(k-N) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}(t) & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \boldsymbol{F}(t) \end{bmatrix} \boldsymbol{z}_e(k-N)$$

取自适应律 $\boldsymbol{\theta}'_e(k)$ 辨识算法为

$$\boldsymbol{\theta}'_e(k) = \begin{cases} \boldsymbol{\psi}(k) & |\boldsymbol{\psi}(k)| \le M_e \\ P\{\boldsymbol{\psi}(k)\} & |\boldsymbol{\psi}(k)| > M_e \end{cases} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\psi}(k) = \boldsymbol{\theta}'_e(k-N) - \gamma_1\frac{\boldsymbol{z}_e'^{\mathrm{T}}(k-N)}{1+\boldsymbol{z}_e'^{\mathrm{T}}(k-N)\boldsymbol{z}'_e(k-N)}\hat{e}_g(k)$$

控制律参数 $\boldsymbol{\theta}'_u(k)$ 通过如下自适应律来调节

$$\boldsymbol{\theta}'_u(k) = \begin{cases} \boldsymbol{\varphi}(k) & |\boldsymbol{\varphi}(k)| \le M_u \\ P\{\boldsymbol{\varphi}(k)\} & |\boldsymbol{\varphi}(k)| > M_u \end{cases} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\varphi}(k) = \boldsymbol{\theta}'_u(k-N) - \gamma_2\frac{\boldsymbol{z}_u'^{\mathrm{T}}(k-N)}{1+\boldsymbol{z}_u'^{\mathrm{T}}(k-N)\boldsymbol{z}'_u(k-N)}\hat{e}_g(k)$$

其中 γ_1、γ_2 是自适应学习率, M_e, M_u 由设计者取定, 投影算子定义为[9]

$$P\{\boldsymbol{\psi}(k)\} = M_e\frac{\boldsymbol{\psi}(k)}{|\boldsymbol{\psi}(k)|}, \quad P\{\boldsymbol{\varphi}(k)\} = M_u\frac{\boldsymbol{\varphi}(k)}{|\boldsymbol{\varphi}(k)|}$$

从而由式 (5) 可得到控制增量 $\Delta u(k)$, 然后可得控制律 $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$.

4 稳定及收敛性分析

定理 1. 被控对象 (1) 取控制律 $\Delta u(k)$ 为式 (5), 参数向量 $\boldsymbol{\theta}'_e(k)$、$\boldsymbol{\theta}'_u(k)$ 的自适应调节律为式 (9) 和 (10), 则当 $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$ 且 $\gamma_1 + \gamma_2 < 1$ 时, $\hat{e}_g(k)$ 收敛到原点的一个小邻域内.

证明. 由文献 [6] 可知系统输出预测为

$$\boldsymbol{y} = G\boldsymbol{U} + \boldsymbol{f}y(k) + \boldsymbol{h}\Delta u(k-1) \tag{11}$$

将式 (11) 代入式 (6) 并结合式 (5) 可得

$$e_g(k+N) = \boldsymbol{\theta}'_u(k)\boldsymbol{z}'_u(k) - \boldsymbol{p}_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}_r - \boldsymbol{f}y(k) - \boldsymbol{h}\Delta u(k-1)) \tag{12}$$

令 $\boldsymbol{\theta}_u^*$ 为 $\boldsymbol{\theta}'_u$ 的最佳逼近, 并记 $\boldsymbol{\phi}_u(k) = \boldsymbol{\theta}'_u(k) - \boldsymbol{\theta}_u^*$, 最佳逼近误差为

$$\omega(k) = \boldsymbol{\theta}_u^*\boldsymbol{z}'_u(k) - \boldsymbol{p}_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}_r - \boldsymbol{f}y(k) - \boldsymbol{h}\Delta u(k-1))$$

则由式 (12) 可以得到 k 时刻的广义误差为

$$e_g(k) = \boldsymbol{\phi}_u(k-N)\boldsymbol{z}'_u(k-N) + \omega(k-N) \tag{13}$$

同样令 $\boldsymbol{\theta}_e^*$ 为 $\boldsymbol{\theta}'_e$ 的最佳逼近, $e_g(k) = \boldsymbol{\theta}_e^*\boldsymbol{z}'_e(k-N)$, 并记 $\boldsymbol{\phi}_e(k) = \boldsymbol{\theta}'_e(k) - \boldsymbol{\theta}_e^*$, 通过式 (8) 和 (13) 可得

$$\hat{e}_g(k) = \boldsymbol{\phi}_u(k-N)\boldsymbol{z}'_u(k-N) + \boldsymbol{\phi}_e(k-N)\boldsymbol{z}'_e(k-N) + \omega(k-N) \tag{14}$$

令

$$V(k) = \frac{1}{\bar{\gamma}_1}\boldsymbol{\phi}_e(k)\boldsymbol{\phi}_e^{\mathrm{T}}(k) + \frac{1}{\bar{\gamma}_2}\boldsymbol{\phi}_u(k)\boldsymbol{\phi}_u^{\mathrm{T}}(k) \tag{15}$$

式中

$$\bar{\gamma}_1 = \frac{\gamma_1}{1+\boldsymbol{z}_e'^{\mathrm{T}}(k-N)\boldsymbol{z}'_e(k-N)}$$

$$\bar{\gamma}_2 = \frac{\gamma_2}{1+\boldsymbol{z}_u'^{\mathrm{T}}(k-N)\boldsymbol{z}'_u(k-N)}$$

以下分情况讨论

1) 如果式 (10) 和 (9) 第一行成立, 则得

$$\boldsymbol{\phi}_e(k) = \boldsymbol{\phi}_e(k-N) - \bar{\gamma}_1\boldsymbol{z}_e'^{\mathrm{T}}(k-N)\hat{e}_g(k) \tag{16}$$

$$\boldsymbol{\phi}_u(k) = \boldsymbol{\phi}_u(k-N) - \bar{\gamma}_2\boldsymbol{z}_u'^{\mathrm{T}}(k-N)\hat{e}_g(k) \tag{17}$$

则由式 (15)~(17) 可得

$$V(k) - V(k-N) = -2\boldsymbol{\phi}(k-N)\boldsymbol{z}'(k-N)\hat{e}_g(k) + \Pi_Z(k-N)\hat{e}_g^2(k) \tag{18}$$

式中

$$\Pi_Z(k-N)=\bar{\gamma}_1\boldsymbol{z}_e'^{\mathrm{T}}(k-N)\boldsymbol{z}_e'(k-N)+\bar{\gamma}_2\boldsymbol{z}_u'^{\mathrm{T}}(k-N)\boldsymbol{z}_u'(k-N)$$

$$\boldsymbol{\phi}(k)=\left[\begin{array}{cc}\boldsymbol{\phi}_u(k) & \boldsymbol{\phi}_e(k)\end{array}\right]$$

$$\boldsymbol{z}'(k-N)=\left[\begin{array}{cc}\boldsymbol{z}_u'(k-N) & \boldsymbol{z}_e'^{\mathrm{T}}(k-N)\end{array}\right]$$

由式 (14) 知

$$\boldsymbol{\phi}(k-N)\boldsymbol{z}'(k-N)=\hat{e}_g(k)-\omega(k-N) \tag{19}$$

将式 (19) 代入式 (18) 得

$$V(k)-V(k-N)=(\Pi_Z(k-N)-1)\times \tag{20}$$

$$\left[\hat{e}_g(k)+\frac{\omega(k-N)}{\Pi_Z(k-N)-1}\right]^2-\hat{e}_g^2(k)+\frac{\omega^2(k-N)}{1-\Pi_Z(k-N)}$$

由于

$$\frac{|\boldsymbol{z}_e'(k-N)|^2}{1+|\boldsymbol{z}_e'(k-N)|^2}<1,\quad \frac{|\boldsymbol{z}_u'(k-N)|^2}{1+|\boldsymbol{z}_u'(k-N)|^2}<1$$

以及 $\Pi_Z(k-N)<\gamma_1+\gamma_2<1$, 可以得 $(\Pi_Z(k-N)-1)<0$, 因此, 由式 (20) 得

$$V(k)-V(k-N)<-\hat{e}_g^2(k)+\frac{\omega^2(k-N)}{1-\Pi_Z(k-N)} \tag{21}$$

2) 如果式 (9) 第一行和式 (10) 第二行成立, 由于 $|\boldsymbol{\theta}_u^*|\le M_u$, 根据投影算法可知

$$\left|\boldsymbol{\theta}_u'(k)-\boldsymbol{\theta}_u^*\right|^2<\left|\boldsymbol{\theta}_u'(k-N)-\bar{\gamma}_2\boldsymbol{z}_u'^{\mathrm{T}}(k-N)\hat{e}_g(k)-\boldsymbol{\theta}_u^*\right|^2$$

因此 $|\boldsymbol{\phi}_u(k)|^2<|\boldsymbol{\phi}_u(k-N)|^2-2\bar{\gamma}_2\boldsymbol{\phi}_u(k-N)\boldsymbol{z}_u'(k-N)\hat{e}_g(k)+\bar{\gamma}_2^2\left|\boldsymbol{z}_u'(k-N)\right|^2\hat{e}_g^2(k)$. 又由于式 (17) 成立, 所以有

$$\begin{aligned}V(k)-V(k-N)<&-2\boldsymbol{\phi}(k-N)\boldsymbol{z}'(k-N)\hat{e}_g(k)+\\&\Pi_Z(k-N)\hat{e}_g^2(k)\end{aligned} \tag{22}$$

按照 1) 的方法知式 (21) 成立.

同理, 当式 (9) 第二行和式 (10) 第一行及当式 (9) 第二行和式 (10) 第二行成立时, 亦可得到式 (21) 成立.

综上所述, 对于自适应律式 (9) 和 (10), 都有式 (21) 成立, 记

$$\sup|\omega(k-N)|=\epsilon$$

$$W=\frac{1}{1-\Pi_Z(k-N)}$$

由 $\Pi_Z(k-N)$ 定义知 $0<\Pi_Z(k-N)<1$, 故 W 是有界量, 则式 (21) 可以写为

$$V(k)-V(k-N)<-\hat{e}_g^2(k)+\epsilon^2W \tag{23}$$

对式 (23), 当 k 从 1 到 l 时

$$\begin{aligned}V(1)-V(1-N)&<-\hat{e}_g^2(1)+\epsilon^2W\\&\vdots\\V(l)-V(l-N)&<-\hat{e}_g^2(l)+\epsilon^2W\end{aligned}$$

以上各式相加消去 $V(1)\cdots V(l-N)$ 项得

$$0<\sum_{k=l-N+1}^{l}V(k)<-\sum_{k=1}^{l}\left[|\hat{e}_g(k)|^2-\epsilon^2W\right]+\sum_{k=1}^{N}V(k-N) \tag{24}$$

对任意的 k, 由于 $\left|\boldsymbol{\theta}_u'(k)\right|$、$\left|\boldsymbol{\theta}_e'(k)\right|$ 有界, 所以 $|\boldsymbol{\phi}_u(k)|$、$|\boldsymbol{\phi}_e(k)|$ 都有界, 因此 $V(k)$ 有界, 对式 (24) 取极限后得

$$\lim_{l\to\infty}\sum_{k=1}^{l}\left[\hat{e}_g^2(k)-\epsilon^2W\right]<\sum_{k=1}^{N}V(k-N) \tag{25}$$

其中 $V(-N+1),\cdots,V(0)$ 由初始值确定, 是有界量, 所以式 (25) 为

$$\lim_{l\to\infty}\sum_{k=1}^{l}\left[\hat{e}_g^2(k)-\epsilon^2W\right]<\infty \tag{26}$$

利用级数收敛时其通项趋于零的性质, 由式 (26) 可得

$$\lim_{k\to\infty}\left(\hat{e}_g^2(k)-\epsilon^2W\right)=0$$

因此当 $k\to\infty$ 时, $|\hat{e}_g(k)|\to\sqrt{W}\epsilon$, 若式 (10) 辨识足够精确, $\omega(k-N)$ 会充分小, 所以 ϵ 也很小, 因此 $\hat{e}_g(k)$ 收敛到原点的邻域内. □

5 仿真

考虑如下的非线性系统

$$y(k)=\frac{2.5y(k-1)y(k-2)}{1+y^2(k-1)+y^2(k-2)}+1.2u(k-1)+1.4u(k-2)+$$

$$0.7\sin(0.5y(k-1)+y(k-2))\cos(0.5(y(k-1)+y(k-2)))$$

仿真中, 参考轨迹 $y_r(k)=2+\sin(ts\times k\pi/20)$, $N=2$, $N_u=1$, $\lambda=1$, 自适应率 $\gamma_1=0.95$, $\gamma_2=0.03$, $M_u=3.6$, $M_e=4.3$, 采样周期 $ts=0.01\mathrm{s}$, 参数向量初值 $\boldsymbol{\theta}_u(-1)$, $\boldsymbol{\theta}_u(0)$ 的每个分量均在区间 $[-0.5, 0.5]$ 内随机取值, $\boldsymbol{\theta}_e(-1)=\boldsymbol{\theta}_e(0)=[0.05, -0.02, 0.75, 0.07, 0.01, 0.46, 2.20, 0.12, 0.11, 0.85, -2.90]$. 图 1 为系统跟踪曲线, 图 2 为控制输入曲线, 由仿真结果可以看出, 本文的方法能够取得很好的跟踪效果.

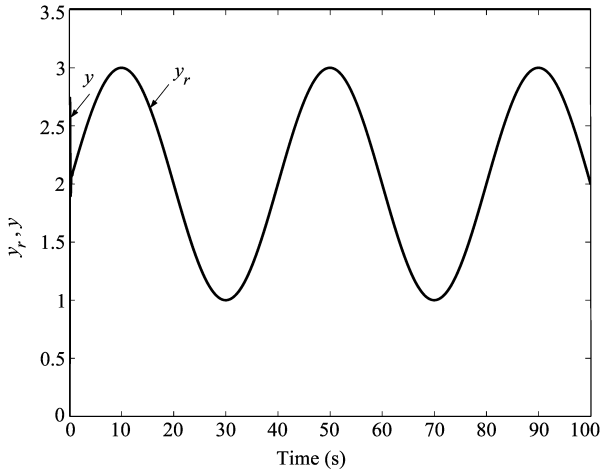

图 1 跟踪曲线

Fig. 1 The curve of tracking

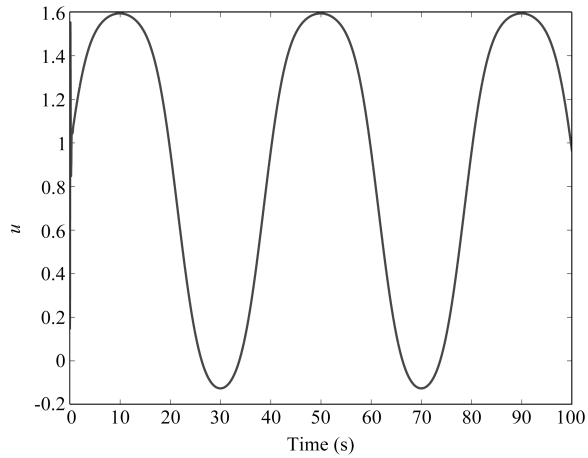

图 2 控制输入

Fig. 2 Control input

6 结论

本文针对参数未知的非线性系统, 提出一种直接自适应广义预测控制方法, 先将非线性系统近似线性化, 转化为时变的线性系统, 再利用三次样条函数逼近时变参数, 然后应用线性系统的直接广义预测控制的策略来实现对原未知非线性系统的自适应预测控制. 理论证明了该方法可以使广义误差收敛到原点的一个小邻域内. 该方法与传统的 GPC 算法相比, 避免了 Diophantine 方程的求解和矩阵求逆, 只需根据输入输出数据辨识两个自适应律 $\boldsymbol{\theta}_u$ 和 $\boldsymbol{\theta}_e$, 计算量大大减少, 因此, 提高了实时性, 有利于实际应用.

References

1 Tan K K, Lee T H, Leu F M. Adaptive predictive control of a class of SISO nonlinear systems. *Dynamics and Control*, 2001, **11**(2): 151∼174

2 Guo Jian, Chen Qing-Wei, Zhu Rui-Jun, Hu Wei-Li. Adaptive predictive control of a class of nonlinear system. *Control Theory and Applications*, 2002, **19**(1): 68∼72
(郭健, 陈庆伟, 朱瑞军, 胡维礼. 一类非线性系统的自适应预测控制. 控制理论与应用, 2002, **19**(1): 68∼72)

3 Lee Y I, Kouvaritakis B, Cannon M. Constrained receding horizon predictive control for nonlinear systems. *Automatica*, 2002, **38**(11): 2093∼2102

4 Chen W H. Predictive control of general nonlinear systems using approximation. *IEE Proceedings Control Theory & Applications*, 2004, **151**(2): 137∼144

5 Luo Qiu-Bin, Li Qiu-Ming, Feng Ru-Peng. Adaptive predictive control of nonlinear system based on multi-layer recursive method. In: Proceedings of the 6th IEEE World Congress on Intelligent Control and Automation. IEEE, 2006. 748∼751
(罗秋滨, 李秋明, 冯汝鹏. 基于多层递阶方法的非线性系统自适应预测控制. 全球智能控制与自动化大会. IEEE, 2006. 748∼751)

6 Wang Wei. *Generalized Predictive Control Theory and Applications*. Beijing: Science Press, 1998. 46∼64
(王伟. 广义预测控制理论及其应用. 北京: 科学出版社, 1998. 46∼64)

7 Pimenta K B, Rosario J M, Dumur D. Application of direct adaptive generalized predictive control to a robotic joint. In: Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics. IEEE, 2003. 1011∼1016

8 Shi Wu-Xi, Huo Wei, Wu Hong-Xin. Direct adaptive fuzzy predictive control for a class of unknown nonlinear discrete systems. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(5): 664∼670
(师五喜, 霍伟, 吴宏鑫. 一类未知非线性离散系统的直接自适应模糊预测控制. 自动化学报, 2004, **30**(5): 664∼670)

9 Goodwin G C, Sin K S. *Adaptive Faltering Predictive and Control*. New Jersey: Prentice Hall, 1984

王洪瑞 教授. 主要研究方向为机器人智能控制、板形板厚控制.
E-mail: hongrui@mail.hbu.edu.cn
(**WANG Hong-Rui** Professor. His research interest covers robot intelligent control, strip flatness and gauge control.)

陈志旺 博士研究生. 主要研究方向为智能控制、预测控制. 本文通信作者. E-mail: czwaaron@ysu.edu.cn
(**CHEN Zhi-Wang** Ph. D. candidate. His research interest covers intelligence control and predictive contro1. Corresponding author of this paper.)

李建雄 硕士研究生. 主要研究方向为预测控制.
E-mail: liljx_2008@sina.com
(**LI Jian-Xiong** Master student. His main research interest is predictive control.)