第 33 卷 第 9 期 自 动 化 学 报 Vol. 33, No. 9
2007 年 9 月 ACTA AUTOMATICA SINICA September, 2007

一种新的相位法三维轮廓测量系统模型及其标定方法研究

盖绍彦[1] 达飞鹏[1]

摘 要 传统相位法三维轮廓测量系统, 对摄像机和投影装置位置关系要求严格, 难以精确校准, 系统的标定工作操作繁杂, 且精度不高. 针对这个问题, 将传统的相位法测量系统中的相位−高度转换关系推广到三维空间中, 建立新的相位法系统模型. 基于新的系统模型, 提出一种快速标定方法. 新系统对摄像机和投影装置并无任何严格的平行、垂直或相交的要求, 在标定过程中, 对标定面的位置也没有严格的要求. 实验表明, 系统结构易于实现, 标定方法简单有效, 提高了系统标定的可操作性以及标定速度, 系统标定时间在 2 分钟以内, 系统的测量精度较传统方法有较大提高.

关键词 光学测量, 标定, 相位法, 三维轮廓测量系统
中图分类号 TP391

A New Model of 3D Shape Measurement System Based on Phase Measuring Profilometry and Its Calibration

GAI Shao-Yan[1] DA Fei-Peng[1]

Abstract To solve the problems of system calibration in phase measuring profilometry (PMP), a new measurement model is proposed. In this model, the relation between phase and height is extended to the 3D space. And it is no longer necessary to arrange the system in parallel, while the camera and projector can be in arbitrary position. By virtue of the camera calibration technique, a convenient and practical calibration method is proposed. The experiments demonstrate that this calibration method is flexible and applicable to many shape measurement tasks. The calibration proceeding can be accomplished within 2 minutes and the system precision is improved.

Key words Optical measurement, calibration, phase measuring profilometry, 3D shape measurement system

1 引言

光学式三维物体轮廓测量技术[1~10] 通过对物体图像的分析, 得到被测物体表面形状的三维信息, 在 CAD/CAM、机器人视觉、质量控制、逆向工程以及医疗诊断等诸多领域有着广阔的应用前景. 比较有代表性的有基于光栅投影的相位法 (Phase measuring profilometry, PMP)[1, 2]、傅里叶变换法 (FTP)[3, 4]、调制度测量轮廓术 (MMP)[5] 和基于激光的光切法等[6~8]. 其中基于光栅投影的相位法轮廓测量技术对物体的表面反射率的变化不敏感, 具有较高的测量精度, 易实现自动测量, 因而被广泛地研究. 相位法的测量原理是：将一个被周期函数调制的光栅光场投射在被测物体的表面, 由于物体表面高度的变化, 使得各点的光栅条纹的相位发生了偏移, 由测量系统的光路结构可找出相对偏移量与表面高度的关系, 进而求解出物点的三维坐标.

传统的相位法对系统的光路结构, 即投影装置、摄像机和参考面的相对位置关系要求严格, 如光心和投影中心的连线平行于参考面, 光轴 (或投影轴) 垂直于参考面, 光轴和投影轴相交于参考面 (或两轴平行) 等. 在系统校准时, 由于光心是一个假想的空间点, 光轴是一条假想的空间直线, 具体的位置很难确定, 投影中心和投影轴也是如此, 实际操作中上述位置关系很难达到, 导致标定时调整过程繁琐, 标定时间长, 可操作性不好, 而且不能保证标定的精度, 进而影响到整个系统的测量精度[11].

针对这种情况, 许多学者近年做了很多工作, 大致上集中于三个方向：第一种是在传统二维模型基础上进行改进, 如田[12], Hu[13] 等放宽了对平行性的要求, 许[11] 放宽了对平行性, 垂直性的要求, 这些算法或多或少地用到了传统模型中二维平面上的一些三角关系来求物点高度, 仍然需要满足光轴和投影轴相交于参考面, 以及摄像机光轴和投影装置的 Y 轴互相平行等比较严格的位置条件, 但相应的算法简洁明了, 标定时一旦满足了位置要求, 用一个高度已知的块规 (相当于参考面平移一到二次, 或用特制的块规[14] 等) 即可完成标定. 第二种方法是考虑系统中标定面和参考面的相对位置关系或是建立新的投影装置模型, 如陈明仪[15] 引入了虚拟基准面和参考面之间的旋转关系, 并用光心和投影中心的三维

收稿日期 2006-6-12 收修改稿日期 2006-10-26
Received June 12, 2006; in revised form October 26, 2006
江苏省自然基金 (BK2007116), 浙江省重大科技专项基金 (2006C16004) 资助
Supported by Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK2007116), Science and Technology Foundation of Zhejiang Province (2006C16004)
1. 东南大学自动化研究所 南京 210096
1. Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210096
DOI: 10.1360/aas-007-0902

坐标来描述二者的相对位置；于[16] 用针孔模型来描述投影装置的三维模型. 第三种方法是完全不考虑投影装置的投影模型以及相对于摄像机的位置模型, 以物点的相位和在摄像机中的成像位置为输入, 以物点三维坐标为输出, 直接整体建模, 建模方法有多项式法[17], 超平面法[18] 等. 后两种方法对系统位置关系无任何严格的平行、垂直或相交的要求, 在标定时, 多需要用一维平动靶, 将标定面精确的置于一系列的位置, 以采集到足够多的样本进行标定.

本文深入分析了光栅投影系统中的相位－高度关系以及系统空间结构的约束条件, 将传统二维模型中的相位－高度关系推广到三维空间中, 建立了新的相位法测量模型. 新模型对摄像机、投影装置的位置关系无任何严格的要求, 而且在标定时对于标定平面的位置也无严格的要求. 在该模型基础上, 采用了基于摄像机空间定位技术的二维平面标定法, 只要一块标定板, 在测量范围内移动几次, 即可完成标定.

2　经典相位法系统模型

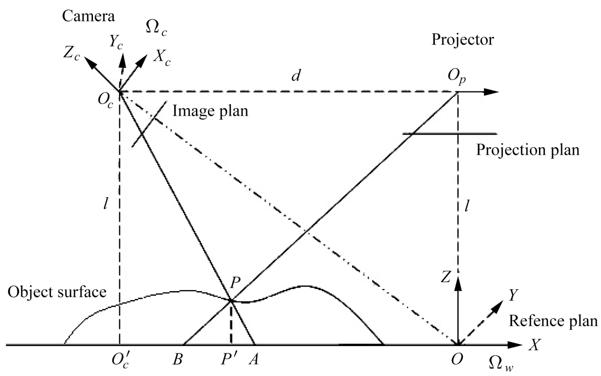


图 1　经典相位法测量系统原理图

Fig. 1　Traditional optical geometry

图 1 描述的是经典的相位法轮廓测量系统模型, 模型中各参量的意义如下：

O_p：投影装置镜头光心, 又称投影中心. O_p 在参考面上的投影为 O.

参考面：又称虚拟面, 即图中的 OXY 平面. 该面平行于投影面, Y 轴平行于投影面上光栅条纹方向, 原点 O 即 O_p 在本面上的投影. 在传统相位法中, 需要将标定工作面设置在此位置, 来获得系统标定和测量时的基准相位值. 故此面又称基准面.

Ω_w：参考坐标系 $OXYZ$. 以参考面为本坐标系的 OXY 平面.

Ω_c：摄像机坐标系 $O_cX_cY_cZ_c$, 原点 O_c 位于镜头光心, Z_c 位于光轴, X_c, Y_c 分别平行于摄像机成像面的横轴和纵轴, O_cO_p 连线平行于参考面, O_c 在参考面上的投影为 O'_c.

d：投影中心 O_p 到摄像机光心 O_c 之间距离.

l：O_p 到参考面之间距离. 由于 O_pO_c 连线平行于参考面, 也是 O_c 到参考面之间距离.

P：物点, 在参考面上的投影为 P'.

2.1　相位的获得

相位法中, 通常采用移相法[2, 19~21] 从摄像机拍摄的光栅条纹图像中提取相位场定量的分布. 以常用的 4 幅图移相法为例, 移相法的原理如下：

通过精确移动投影光栅, 使光栅条纹图像的相位场移相, 得到 4 幅条纹图像, 各图像可表示为

$$I_i(m,n)=I_0(m,n)+\gamma(m,n)\cos[\theta(m,n)+\alpha_I] \quad (1)$$
$$i=1,2,3,4$$

式中, i 表示第 i 次相移, $I_i(m,n)$ 为第 i 幅相移图上 (m,n) 点的灰度值, $I_0(m,n)$ 为条纹图背景值, $\gamma(m,n)$ 为调制强度函数, $\theta(m,n)$ 为待求相位场. α_i 为第 i 幅图的相移值. 令相移分别为 $\alpha_1=0$, $\alpha_2=\pi/2$, $\alpha_3=\pi$, $\alpha_4=3\pi/2$, 由式 (1) 得

$$\tan\theta(m,n)=\frac{I_4(m,n)-I_2(m,n)}{I_1(m,n)-I_3(m,n)} \quad (2)$$

对上式求反正切, 可得相位值, 但通过上式求出的相位值在 $[-\pi/2,\pi/2]$ 区间内, 还要通过解相位的方法[22], 才能得到完整的相位值 θ.

2.2　物点高度的获得

相位法中测量物点位置的核心原理, 就是根据图 1 中的相似三角形关系和相位－坐标关系, 由物点相位得到物点高度. 归纳起来主要有下面两方面：

2.2.1　投影装置和参考面构成的三角关系和相位－坐标关系

投影装置和参考面的位置关系满足：参考面 OXY 平行于投影面, 其 Y 轴平行于光栅条纹, 原点 O 即投影中心 O_p 在本面上的投影.

所以, 有 $\triangle BPP' \backsim \triangle BO_pO$, 则

$$\frac{BP'}{BO}=\frac{PP'}{O_pO}=\frac{PP'}{l} \quad (3)$$

由于参考面 OXY 平行于投影面, Y 轴平行于光栅方向, 所以参考面上相位沿着 X 轴的方向变化. 即：对 OXY 面上任一点 (X,Y), 设其相位为 θ, 有

$$X=\frac{\theta-\theta_0}{2\pi}\lambda_0 \quad (4)$$

式中, θ_0 为原点 O 的相位, λ_0 为栅线节距, 即参考面上, 沿 X 轴相位变化 1 周期 (2π) 对应的长度.

2.2.2　摄像机和参考面构成的三角关系

摄像机和参考面位置关系满足以下条件:

1) $Y_c \parallel Y_w$, 即摄像机的 Y 轴平行于参考面的 Y 轴, 又由 2.2.1 节中参考面的 Y 轴平行于光栅条纹, 得摄像机的 Y 轴平行于光栅条纹. 满足这个关系, 才能保证当物点 P 位于空间中任一位置时, 它在 XOZ 平面上的投影都能一致 (如图 1 所示), 满足图 1 的各种三角关系.

2) 摄像机光心与投影中心连线平行于参考面, 即 O_c 与 O_p 在同一高度上 (相对于参考面); 摄像机光轴与投影仪光轴交于参考面原点 O.

所以, 有 $\triangle APP' \backsim \triangle AO_cO'_c$, 则

$$\frac{AP'}{AO'_c} = \frac{PP'}{O_cO'_c} = \frac{PP'}{l} \tag{5}$$

联立式 (3) 和 (5), 得

$$\frac{PP'}{l} = \frac{AP'+BP'}{AO'_c+BO} = \frac{BA}{BA+O'_cO} = \frac{BA}{BA+d} \tag{6}$$

式中 l, d 为系统参量. 由式 (6) 得

$$BA = OA - OB = (\theta_A - \theta_B)\frac{\lambda_0}{2\pi} \tag{7}$$

式中 λ_0 为栅线节距, 通过标定获得. θ_A、θ_B 分别为 A、B 点的相位值.

将式 (7) 代入式 (6), 得

$$\frac{PP'}{l} = \frac{(\theta_A - \theta_B)\lambda_0/2\pi}{(\theta_A - \theta_B)\lambda_0/2\pi + d} \tag{8}$$

式 (8) 为经典相位法测量原理的核心公式, 即高度－相位对应关系. 式中 PP' 为物点高度. l, d, λ_0 为系统参量, 可在标定时得到. θ_A 为光栅在参考面上的基准相位值, 也是在标定时得到的. 要得到 θ_A, 需要在标定时将标定工作面调整至参考面的位置, 符合 2.2.1 节中的条件, 由摄像机获得此时的光栅图像, 解出基准相位 θ_A. 在测量时, 由于物体高度调制, 光栅图像发生畸变, 通过畸变的光栅图像, 解出此时的相位 θ_B, 代入式 (5), 即可解出物点高度 PP'.

通过上面的分析, 可以看出, 要精确应用上述的经典相位法测量原理, 必须满足 2.2.1 节和 2.2.2 节中的条件. 但在测量时, 由于光心是一个假想的空间点, 光轴是一条假想的空间直线, 具体的位置很难确定, 投影中心和投影轴也是如此, 故实际操作中上述位置关系很难达到, 整个系统测量精度会受到影响.

本文全面考虑了摄像机、投影装置在三维空间的位置关系, 提出了一种新的相位法系统模型. 在模型中, 摄像机和参考面的位置关系可以完全不受 2.2.2 节条件的限制, 而相位－高度对应关系扩展到摄像机坐标系的三维空间来考虑, 这样标定时也不用将标定工作面精确调整至参考面, 完全不受 2.2.1 节条件的限制.

3　新的相位法系统模型

新模型的基本思想是: 将相位－高度对应关系在三维空间中考虑, 在摄像机坐标系中得到物点的相位、相点与物点三维坐标之间的映射关系. 如图 2 所示.

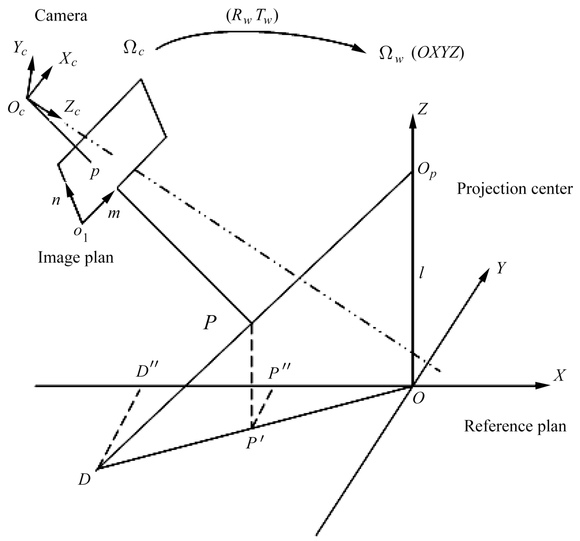


图 2　新的相位法系统模型图

Fig. 2　New optical geometry

图 2 中各参量的意义如下:

Ω_w、Ω_c、O_p、O_c 的意义与经典相位法模型 (如图 1 所示) 相同, 分别表示参考坐标系、摄像机坐标系、投影中心以及光心. o_1mn 表示摄像机成像面坐标系.

参考坐标系 $OXYZ$, 即 Ω_w 是根据投影装置建立的: OXY 平面平行于投影面, Y 轴平行于光栅条纹, Z 轴经过投影中心 O_p.

与图 1 的经典模型不同之处是, 摄像机坐标系 Ω_c 与参考坐标系 Ω_w 的相对位置关系是任意的, 既不要求 O_c 位于 OXZ 平面内, 也不要求 O_cO_p 平行于 OXY 平面, 也不要求 Z_c 轴与 Z 轴相交于 O 点.

在新模型中, 用旋转矩阵 R_w、平移矩阵 T_w 描述 Ω_w 和 Ω_c 之间的位置关系. 即: 设物点 P 在参考坐标系 Ω_w 中的坐标为 (X, Y, Z), 在摄像机坐标系 Ω_c 中的坐标为 (X_c, Y_c, Z_c), 有

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = (R_w \quad T_w) \begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{pmatrix} \tag{9}$$

式中, $R_w = \begin{pmatrix} r_{w1} & r_{w2} & r_{w3} \\ r_{w4} & r_{w5} & r_{w6} \\ r_{w7} & r_{w8} & r_{w9} \end{pmatrix}$ 为单位正交旋转矩阵, $T_w = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix}$ 为平移矩阵, $(R_w \quad T_w)$ 描述了摄像机到参考坐标系的旋转和平移关系.

图 2 中, P' 为物点 P 在 OXY 平面上的投影. O_pP 与 OXY 平面交于 D 点. P''、D'' 分别是 P'、D 在 OXY 平面的 X 轴上的投影.

如图 2 所示, P 点在摄像机成像面中成像于 $p(m,n)$, 相位为 θ, 下面推导 (m,n,θ) 和 P 点在 Ω_c 中的三维坐标 (X_c,Y_c,Z_c) 之间的关系.

3.1 $\theta-(X_c,Y_c,Z_c)$ 关系式

如图 2 所示, P' 和 O 分别是 P 和 O_p 在 OXY 平面上的投影, 所以 $PP' \,/\!/\, O_pO$, 则 $\triangle DP'P \backsim \triangle DOO_p$, 得到

$$\frac{OP'}{OD} = \frac{OO_p - P'P}{OO_p} \tag{10}$$

P'' 和 D'' 分别是 P' 和 D 在 OXZ 平面的 X 轴上的投影, 所以 $P''P' \,/\!/\, D''D$, 则 $\triangle OP''P' \backsim \triangle OD''D$, 得到

$$\frac{OP'}{OD} = \frac{OP''}{OD''} \tag{11}$$

联立式 (10) 和 (11), 得

$$\frac{OP''}{OD''} = \frac{OO_p - P'P}{OO_p} \tag{12}$$

式中, $OO_p = l$；因为 P' 是 P 在 OXZ 平面上的投影, P'' 是 P' 在 OXY 平面的 X 轴上的投影, 所以 OP'', $P'P$ 分别是 P 点在 $OXYZ$ 坐标系中的 X 和 Z 坐标；由于 D'' 是 D 在 OXZ 平面的 X 轴上的投影, 而 OXY 面的 Y 轴平行于光栅方向, 故 D'' 的相位等于 D 的相位, 也等于 P 的相位 θ, 所以

$$OD'' = \frac{\lambda_0}{2\pi}(\theta - \theta_0) \tag{13}$$

式中, θ_0 为原点 O 的相位, λ_0 为栅线节距.

将上述关系代入式 (12), 得

$$\theta = \frac{(2\pi l/\lambda_0)X - \theta_0 Z + l\theta_0}{l - Z} \tag{14}$$

将式 (9) 代入式 (14), 得

$$\theta = \frac{a_1X_c + a_2Y_c + a_3Z_c + a_4}{a_5X_c + a_6Y_c + a_7Z_c + a_8} \tag{15}$$

式中, $\begin{cases} a_1 = 2\pi(r_{w1} - \theta_0 r_{w7})l/\lambda_0 \\ a_2 = 2\pi(r_{w2} - \theta_0 r_{w8})l/\lambda_0 \\ a_3 = 2\pi(r_{w3} - \theta_0 r_{w9})l/\lambda_0 \\ a_4 = 2\pi(t_x - \theta_0 t_z)l/\lambda_0 + \theta_0 l \\ a_5 = -2\pi r_{w7} l/\lambda_0 \\ a_6 = -2\pi r_{w8} l/\lambda_0 \\ a_7 = -2\pi r_{w9} l/\lambda_0 \\ a_8 = -2\pi t_z l/\lambda_0 + l \end{cases}$

上式即 $\theta-(X_c,Y_c,Z_c)$ 关系式, 描述了相位和物点三维坐标 (在 Ω_c 中的三维坐标) 之间的关系, 也是新模型的核心公式之一, 式中 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8 为待标定的系统参量. 与经典模型相比, 上式有如下几个特点：

1) 与参考面没有直接的关系. 经典模型的相位一高度对应关系, 即式 (8) 中, 用相位差 $\theta_A - \theta_B$ 和系统参量 l, d, λ_0 求解物点高度. 其中 l, d, λ_0 是和参考面有直接关系的系统参量, θ_A 为光栅在参考面上的基准相位值, 也是和参考面有直接关系的系统参量. 要得到的这些参量, 需要将工作面调整至参考面的位置, 标定出相关参数. 如前文所述, 在实际操作中, 很难精确将工作面调整至参考面的位置, 这也是系统误差的重要来源之一. 而新模型中, 参考面是模型中一个虚拟的面, 是为了建立 $\theta-(X_c,Y_c,Z_c)$ 关系式而做的一个辅助面, 和这个面有直接关系的参量并未显式的出现在公式中. 这样, 标定系统参量时不要求工作面一定要严格的位于参考面的位置.

2) 摄像机和投影装置可以采取任意相对位置, 没有任何严格的平行、相交等位置要求. 模型中, $(R_w \quad T_w)$ 描述了摄像机坐标系到参考坐标系的旋转和平移关系. 而参考坐标系实际上包含了投影装置的位置信息：坐标系 Z 轴垂直于投影面, 且经过投影中心. 这样, 摄像机和投影装置的相对位置关系就体现在 $(R_w \quad T_w)$ 中, 而矩阵 $(R_w \quad T_w)$ 可以描述三维空间中任意的旋转、平移关系. 经典模型中摄像机和投影装置则需满足一系列平行、相交等位置要求, 这样, 其摄像机坐标系到参考坐标系的相对位置关系实际上可表示为某些元素为 0 的, 退化的旋转、平移矩阵 $(R'_w \quad T'_w)$:

i) $R'_w = \begin{pmatrix} r_{w1} & 0 & r_{w3} \\ 0 & 1 & 0 \\ r_{w7} & 0 & r_{w9} \end{pmatrix}$, 即 R'_w 的某些元素为 0 ($r_{w2} = r_{w4} = r_{w6} = r_{w8} = 0$), 这样才可以满足两坐标系 Y 轴平行的条件 ($Y_c \,/\!/\, Y_w$), 即 2.2.2 节中

的条件 1).

ii) $T'_w = \begin{pmatrix} -d \\ 0 \\ l \end{pmatrix}$, 也就是 T'_w 的第 2 个元素须为 0, 即摄像机坐标系原点 O_c (光心) 在参考坐标系中的 Y 坐标为 0, 这样, 才能使光心位于 OXZ 平面上, 建立起图 1 所示的光路模型. d, l 的含义如图 1 所示.

iii) 必须 $-d/l = r_{w3}/r_{w9}$, 以满足经典模型中摄像机、投影装置两光轴相交于参考坐标系原点 O 的条件, 即 2.2.2 节中的条件 2). 证明如下：因为 O 本来就位于投影装置光轴上, 所以两轴相交于 $O \Leftrightarrow O$ 位于摄像机光轴上 $\Leftrightarrow O$ 在摄像机坐标系中的坐标为 $(0,0,Z_0)$, Z_0 即 O 与 O_c 的距离. 而 O 在参考坐标系中的坐标为 $(0,0,0)$, 将 O 在两个坐标系中的坐标代入式 (9), 得到 $-d/l = r_{w3}/r_{w9}$.

相比之下, 新模型中 $(R_w \ \ T_w)$ 的取值可以是任意的, 不需要满足上述条件 i)～iii), 对摄像机和投影装置相对位置关系的要求大大放宽.

3) 物点的三维坐标用的是在摄像机坐标系 Ω_c 中的坐标, 而不是经典模型中的参考坐标系. 新模型的第 2 部分公式, 即下面 3.2 节中的 $(m,n)-(X_c,Y_c,Z_c)$ 关系式, 用的也是在摄像机坐标系 Ω_c 中的相点－物点关系.

3.2 $(m,n)-(X_c,Y_c,Z_c)$ 关系式

本关系式描述的是摄像机成像模型中, 物点在摄像机坐标系 Ω_c 中的三维坐标 (X_c,Y_c,Z_c) 与其相点 (m,n) 的映射关系, 可以由摄像机标定技术[23~25] 得到. 摄像机标定技术近年来随着计算机视觉的兴起得到了很大发展, 目前技术比较成熟. 其中, 基于摄像机针孔模型的透视变换矩阵方法[23, 24] 被广泛地应用于实际的视觉系统中. 该模型如下式所述

$$\rho \begin{pmatrix} m \\ n \\ 1 \end{pmatrix} = A_c \begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{pmatrix} \tag{16}$$

式中, ρ 为比例因子, A_c 为摄像机内部参量参矩阵, $A_c = \begin{pmatrix} f_m & \gamma & m_0 \\ 0 & f_n & n_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 其中 m_0, n_0 为摄像机成像面上主点坐标, f_m, f_n 分别为成像面 m 轴和 n 轴方向的放大系数, γ 为两轴偏斜系数.

式 (16) 为不考虑摄像机镜头畸变时, 理想的无畸变图像坐标 (m,n) 与物点坐标之间的映射关系. 若考虑镜头畸变, 则无畸变图像坐标 (m,n) 到畸变图像坐标 (m_d,n_d) 之间有如下关系

$$\begin{cases} m_d = m + k_1 m(m^2+n^2) + k_2 m(m^2+n^2)^2 \\ n_d = n + k_1 n(m^2+n^2) + k_2 n(m^2+n^2)^2 \end{cases} \tag{17}$$

式中 k_1, k_2 为镜头径向畸变参量.

式 (17) 中的畸变图像坐标 (m_d,n_d) 即摄像机输出的实际图像坐标.

式 (16) 和 (17) 即 $(m,n)-(X_c,Y_c,Z_c)$ 关系式.

将 3.1 节和 3.2 节结合起来, 即可得到完整的 $(m,n,\theta)-(X_c,Y_c,Z_c)$ 模型, 即式 (15)～(17). 在实际测量时, 将图像上每一点 (m,n) 及其相位值 θ 代入模型中, 即可得到物点坐标 (X_c,Y_c,Z_c).

4 系统标定

由上可知, 本系统模型中需要标定的参量为: 1) $\theta-(X_c,Y_c,Z_c)$ 关系式中的 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8; 2)$(m,n)-(X_c,Y_c,Z_c)$ 关系式中的 A_c, k_1, k_2. 在 2) 中的参量实际上就是对摄像机内部参量的标定, 我们用文献 [24] 的方法预先标出. 而在 1) 中的参量的标定方法如下所述.

4.1 标定原理

由式 (15) 可以看出, 需要标定的参量 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ 描述的是 $\theta-(X_c,Y_c,Z_c)$ 映射关系, 所以只要采集足够多的样本点 $(X_{ci},Y_{ci},Z_{ci},\theta_i)$(表示第 i 个样本点的三维坐标 (X_{ci},Y_{ci},Z_{ci}) 及其相位值 θ_i), 代入式 (15), 即可得到参量. 我们用一块标定板进行标定, 标定板是一个 2 维的平面板, 如图 3 所示 (见下页), 标定板底色为白色, 上面分布着二维坐标已知的标定点 $Q_i\,(i=1,2,\cdots,k)$, 其二维坐标为 (a_i,b_i).

标定时, 标定板放置于测量范围内的某任意位置, 不要求与投影仪坐标系或摄像机坐标系有严格的平行或共面等关系 (如图 4 所示). 建立以标定板中心为原点, Z 轴垂直于标定板面的标定板坐标系 Ω_0. 则标定板上点 $Q(a,b)$ 在 Ω_0 中的三维坐标为 $(a,b,0)$, 在 Ω_c 中的坐标为

$$\begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{pmatrix} = (R_0 \ \ T_0) \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (\boldsymbol{r}_1 \ \ \boldsymbol{r}_2 \ \ T_0) \begin{pmatrix} a \\ b \\ 1 \end{pmatrix} \tag{18}$$

式中, R_0, T_0 为 Ω_0 到 Ω_c 的旋转矩阵和平移矩阵. $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ 为旋转矩阵 R_0 的前 2 列. 故有

$$||\boldsymbol{r}_1||_2 = 1, \quad ||\boldsymbol{r}_2||_2 = 1, \quad \boldsymbol{r}_1 \cdot \boldsymbol{r}_2 = 0 \tag{19}$$

式中, $||\boldsymbol{r}||_2$ 表示向量 $\boldsymbol{r}$ 的 2 范数, "·" 表示内积.

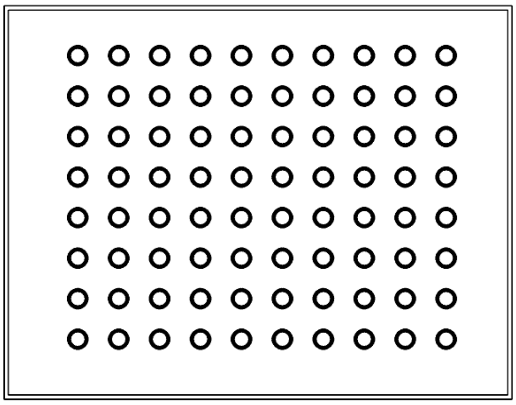


图 3　标定板示意图

Fig. 3　Calibration gauge

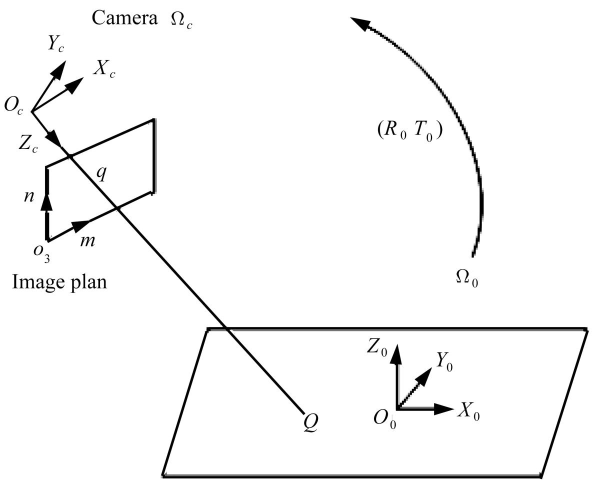


图 4　标定原理图

Fig. 4　Calibration model

由式 (16) 和 (18), $Q(a,b)$ 和其像点 $q(m,n)$ 的关系为

$$\rho'\begin{pmatrix}m\\n\\1\end{pmatrix}=A_c\begin{pmatrix}X_c\\Y_c\\Z_c\end{pmatrix}=A_c(\boldsymbol{r}_1\ \ \boldsymbol{r}_2\ \ T_0)\begin{pmatrix}a\\b\\1\end{pmatrix}=H\begin{pmatrix}a\\b\\1\end{pmatrix}\quad(20)$$

式中, ρ' 为比例因子, $H=A_c(\boldsymbol{r_1}\ \ \boldsymbol{r_2}\ \ \boldsymbol{T_0})$ 为 3×3 矩阵. 令

$$G=H^{-1}=(\boldsymbol{r}_1\ \ \boldsymbol{r}_2\ \ T_0)^{-1}A_c^{-1}=\begin{pmatrix}g_1&g_2&g_3\\g_4&g_5&g_6\\g_7&g_8&g_9\end{pmatrix}\quad(21)$$

由式 (20) 和 (21) 得

$$\begin{pmatrix}a\\b\\1\end{pmatrix}=\rho'G\begin{pmatrix}m\\n\\1\end{pmatrix}=\frac{1}{m\cdot g_7+n\cdot g_8+g_9}G\begin{pmatrix}m\\n\\1\end{pmatrix}\quad(22)$$

将式 (20) 和 (21) 代入式 (18), 得

$$\begin{pmatrix}X_c\\Y_c\\Z_c\end{pmatrix}=\frac{1}{m\cdot g_7+n\cdot g_8+g_9}A_c^{-1}\begin{pmatrix}m\\n\\1\end{pmatrix}\quad(23)$$

上式说明, 只要得到摄像机一标定板对应关系矩阵 G, 即可由相点坐标 (m,n) 得到对应的物点坐标 (X_c,Y_c,Z_c). 再由相位图求出 (m,n) 点的相位 θ, 即可得到样本点 (X_c,Y_c,Z_c,θ). 具体步骤如下.

4.2　标定步骤

步骤 1. 矩阵 G 的确定;

将标定板放置于测量范围内的某任意位置, 如图 4. 投影装置先不工作, 摄像机拍摄标定板图像, 由图像得到各标定点 $Q_i(a_i,b_i)$ 的相点坐标 (m_i,n_i) $(i=1,2,\cdots,k)$. 代入式 (18), 得式 (24).

$$\begin{pmatrix}m_1&n_1&1&0&0&0&-a_1m_1&-a_1n_1&-a_1\\0&0&0&m_1&n_1&1&-b_1m_1&-b_1n_1&-b_1\\m_2&n_2&1&0&0&0&-a_2m_2&-a_2n_2&-a_2\\0&0&0&m_2&n_2&1&-b_2m_2&-b_2n_2&-b_2\\&&&\cdots&\cdots&\cdots&&&\\m_k&n_k&1&0&0&0&-a_km_k&-a_kn_k&-a_k\\0&0&0&m_k&n_k&1&-b_km_k&-b_kn_k&-b_k\end{pmatrix}\begin{pmatrix}g_1\\g_2\\g_3\\g_4\\g_5\\g_6\\g_7\\g_8\\g_9\end{pmatrix}=0\quad(24)$$

式 (24) 是一个含有 9 个未知数 ($g_1, \cdots, g_9$, 即矩阵 G 的 9 个元素) 的齐次线性方程组. 当 $k \geq 4$ 时, 可以解得一个含有比例因子的解. 再由式 (19), 即可求出比例因子, 得到矩阵 G.

步骤 2. 样本点采集;

标定板不动, 投影装置投下投影光栅条纹, 由条纹图像解出相位图. 这样, 对于图像上第 i 点 (m_i, n_i), 可以得到其相位值 θ_i. 再由步骤 1 求得的矩阵 G, 得到对应的物点三维坐标 (X_{ci}, Y_{ci}, Z_{ci}). 由此可得样本点 $(X_{ci}, Y_{ci}, Z_{ci}, \theta_i)$ $(i = 1, 2, \cdots, l)$.

步骤 3. 求解参量.

在测量范围内, 将标定板换个位置 (只要板面不与原位置共面即可), 重复步骤 1 和步骤 2 共 s 次 $(s \geq 2)$. 得到样本集 $(X_{cij}, Y_{cij}, Z_{cij}, \theta_{ij})$, $i = 1, 2, \cdots, l$, $j = 1, 2, \cdots, s$. 其中, j 表示标定板在第 j 个位置时的样本.

将样本集 $(X_{cij}, Y_{cij}, Z_{cij}, \theta_{ij})$ 代入式 (15), 可得到一组以参量 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8 为未知数的线性方程, 解这个方程组, 即可得到参量.

需要注意的是, 求解参量时, 若样本集中的样本点 $(X_{cij}, Y_{cij}, Z_{cij}, \theta_{ij})$ 位于同一平面上, 则方程组中各方程并不互相独立, 无法解出全部的未知数, 所以要求标定板至少放置于 2 个位置, 即 $s \geq 2$, 且样本点总数 ≥ 8 (方程组中未知数共 8 个).

5 实验

5.1 系统构建及标定

按照上述系统原理, 我们构建了一个测量系统, 测量系统由 CCD 相机 (SONY XC-ST50CE), 投影仪 (Optoma EP737), 图像采集卡 (美国 Foresight 公司 I50) 和计算机组成. 摄像机内部参量采用文献 [24] 的方法得到:

$$A_c = \begin{pmatrix} 1481.805214 & -0.826189 & 379.489240 \\ 0 & 1479.154853 & 293.164384 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$k_1 = -1.738609 \times 10^{-8},\ k_2 = -4.574067 \times 10^{-14}.$$

应用文中标定方法对系统进行标定, 实验中将标定板先后放置于测量范围内的 4 个位置采集样本点, 得到 4 个位置的旋转、平移矩阵 $(R_j\ \ T_j)$, 摄像机一标定板对应关系矩阵 G_j $(j = 1, 2, 3, 4)$ 分别如表 1 所示.

由采集的样本点集, 得到标定结果为: $a_1 = 0.263378$, $a_2 = 0.00364482$, $a_3 = 0.166183$, $a_4 = -34.9416$, $a_5 = -0.000693301$, $a_6 = -0.000484305$, $a_7 = 0.00197585$, $a_8 = 1$.

至此, 系统的标定工作完成. 与传统相位轮廓测量术相比, 由于不需要精确的校准系统结构来满足平行、相交等严格的位置关系, 系统的构建简单, 方便, 标定时只需将标定板在测量范围内移动几次, 2 分钟以内就可完成标定.

表 1 标定过程中的矩阵 $(R\ T)$ 和矩阵 G

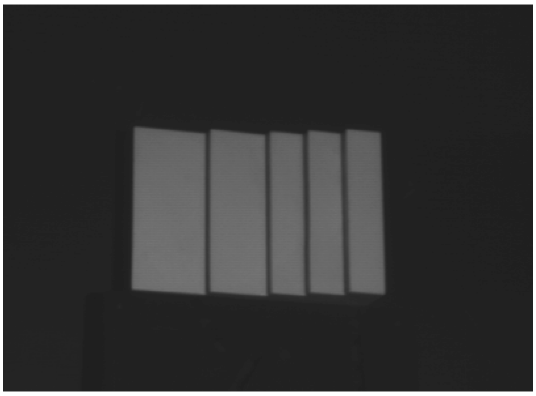
Table 1 The $(R\ T)$ and G matrix in the calibration process

j	$(R_j\ \ T_j)$	G_j
1	$\begin{pmatrix} 0.983841 & -0.118531 & -0.134194 & -51.3559 \\ 0.0757074 & 0.954595 & -0.288127 & 14.1924 \\ 0.162253 & 0.273312 & 0.948143 & 740.566 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.000673031 & 7.1096 * 10^{-5} & -0.209096 \\ -5.14671 * 10^{-5} & 0.000706689 & -0.212967 \\ -1.28462 * 10^{-7} & -2.76386 * 10^{-7} & 0.00147473 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 0.985653 & -0.104821 & -0.132286 & -43.5545 \\ 0.0777045 & 0.977589 & -0.195656 & 23.8782 \\ 0.149831 & 0.18257 & 0.971709 & 687.572 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.000673434 & 6.51528 * 10^{-5} & -0.214777 \\ -5.02701 * 10^{-5} & 0.000691211 & -0.223788 \\ -1.33402 * 10^{-7} & -1.97734 * 10^{-7} & 0.00156062 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 0.983717 & -0.120515 & -0.133331 & -29.0785 \\ 0.0758881 & 0.95101 & -0.299701 & 28.5843 \\ 0.162918 & 0.284703 & 0.944669 & 662.006 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.000675667 & 7.82592 * 10^{-5} & -0.240347 \\ -4.95592 * 10^{-5} & 0.000714457 & -0.239504 \\ -1.44966 * 10^{-7} & -3.26519 * 10^{-7} & 0.00167271 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 0.98473 & -0.107764 & -0.13672 & -22.478 \\ 0.0764076 & 0.973221 & -0.2168 & 37.2282 \\ 0.156423 & 0.203044 & 0.966591 & 616.233 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.000676592 & 7.1165 * 10^{-5} & -0.247377 \\ -4.71438 * 10^{-5} & 0.000698573 & -0.251881 \\ -1.56211 * 10^{-7} & -2.48239 * 10^{-7} & 0.00176855 \end{pmatrix}$

5.2　实例测量

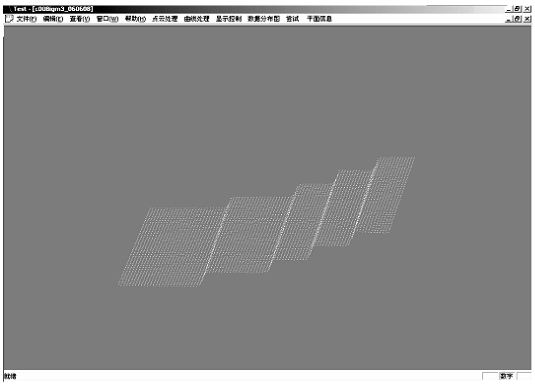
在完成了标定后, 为了检测系统测量的精度, 本文测量了一个梯形工件和一个鼠标.

梯形工件如图 5(a) 所示, 该工件有 5 个平行的平面, 用三坐标测量机得到该工件各面之间距离, 作为标准值. 用本系统测量得到的点云如图 5(b) 所示, 将点云中梯形块的各面分别拟合成平面, 计算得到各面之间的距离. 同时, 用经典相位法的系统标定方法及测量原理对该工件进行测量, 以进行比较. 结果如表 2 所示.



(a) 梯形工件图像

(a) 2-D image of the stairstepping workpiece



(b) 梯形工件点云

(b) Result point clouds of the stairstepping workpiece

图 5　梯形工件图像及测量得到的点云

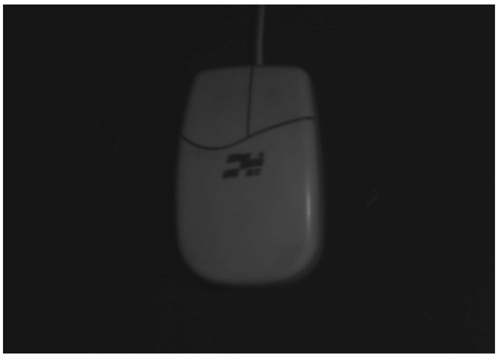
Fig. 5　2-D image and result point clouds of the stairstepping workpiece

表 2　梯形工件测量结果

Table 2　The experiment result of the stairstepping workpiece

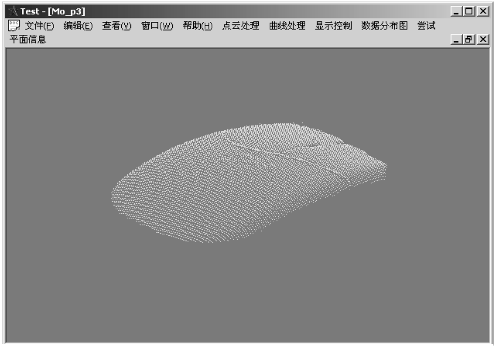
面间距标准值 (mm)	4.86	9.64	14.87	20. 16
新系统误差 (mm)	-0.03	-0.06	-0.05	-0.06
经典相位法误差 (mm)	0.12	0.25	0.29	0.38

图 6 为鼠标的图像及测量得到的点云.



(a) 鼠标图像

(a) 2-D image of the mouse



(b) 鼠标点云

(b) Result point clouds of the mouse

图 6　鼠标图像及测量得到的点云

Fig. 6　2-D image and result point clouds of the mouse

注. 实验中点云的显示以及相关的计算由作者所在实验室开发的 Test3D 点云处理软件完成.

6　结论

本文建立了新的相位法测量原理模型, 提出了相应的系统标定方法, 并且对该方法进行了实验验证. 实验结果表明, 该方法简单、可靠, 与传统方法相比, 简化了系统的构建和标定过程, 并且提高了系统的测量精度, 使光栅投影检测系统的实用性得到加强.

References

1 Srinivasan V, Liu H C, Haliou M. Automated phasemeasuring profilometry of 3-D diffuse objects. *Applied Optics*, 1984, **23**(18): 3105～3108

2 Kang Xin, He Xiao-Yuan. Two-step phase-shifting technique for phase measurement profilometry by grating projection. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(1): 75～79
(康新, 何小元. 两步相移实现投影栅相位测量轮廓术. 光学学报, 2003, **23**(1): 75～79)

3 Takeda M, Mutoh K. Forier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes. *Applied Optics*, 1983, **22**(24): 3977～3982

4 Bone D J, Bachor H A, Sandeman R J. Fringe-pattern analysis using a 2-D Fourier transform. *Applied Optics*, 1986, **25**(10): 1653～1660

5 Su L K, Su X Y, Li W S, Xiang L Q. Application of modulation measurement profilometry to objects with surfaceholes. *Applied Optics*, 1999, **38**(7): 1153～1158

6 Tao Guo-Zhi, Liu Wen, Ye Sheng-Hua. The mathematical model and measurement method of single-line sturctured light transducer. *Journal of Astronautic Metrology and Measurement*, 1999, **19**(6): 51～54
(陶国智, 刘雯, 叶声华. 线结构光传感器的数学模型及其测试方法. 宇航计测技术, 1999, **19**(6): 51～54)

7 Xu Chang-Sheng, Xu Yan, Tian Ying-Li, Ma Song-De. 3-D facial data acquisition and reconstruction system. *Journal of Image and Graphics*, 1998, **3**(2): 146～150
(徐常胜, 徐焱, 田英利, 马颂德. 三维面像数据采集和重建系统. 中国图象图形学报, 1998, **3**(2): 146～150)

8 Zhou Fu-Qiang, Zhang Guang-Jun. Position and orientation estimation method for landing of unmanned aerial vehicle with two circle based computer vision. *Astronautica Sinica*, 2005, **26**(3): 344～348
(周富强, 张广军. 表面视觉传感器模型参数的简易标定方法. 机械工程学报, 2005, **26**(3): 344～348)

9 Xin Qin, Ding Ming-Yue, Tu Ji-Lin. Research on active 3-D shape retrieval based on one shot image. *Acta Automatica Sinica*, 2001, **27**(1): 47～55
(辛勤, 丁明跃, 涂吉林. 单像机有源形状恢复方法研究. 自动化学报, 2001, **27**(1): 47～55)

10 Goudemand N. Application of dynamic phase shifting with wavelet analysis to electronic speckle contouring. *Applied Optics*, 2006, **45**(16): 3704～3711

11 Xu Qing-Hong, Zhong Yue-Xian, You Zhi-Fu. System calibration technique of profilometry by projected grating. *Optical Technique*, 2000, **26**(2): 126～133
(许庆红, 钟约先, 由志福. 光栅投影轮廓测量的系统标定技术. 光学技术, 2000, **26**(2): 126～133)

12 Tian Ai-Ling, Jiang Zhuang-De, Huang Meng-Tao, Li Bing. New method of three-dimensional profile measurement based on fringe pattern projection. *Journal of Xi′an Jiaotong University*, 2004, **38**(9): 959～962
(田爱玲, 蒋庄德, 黄梦涛, 李兵. 基于条纹投影的三维轮廓测量新方法. 西安交通大学学报, 2004, **38**(9): 959～962)

13 Hu Q Y, Huang P S, Fu Q L, Chiang F P. Calibration of a three-dimensional shape measurement system. *Optical Engineering*, 2003, **42**(2): 487～493

14 Su X Y, Song W Z, Cao Y P, Xiang L Q. Both phaseheight mapping and coordinates calibration in PMP. In: Proceedings of the International Society for Optical Engineering, 19th Congress of the International Commission for Optics: Optics for the Quality of Life. Firenze, Italy: SPIE Press, 2003. 874～875

15 Chen M Y, He H T, Guo H W. Novel calibration method for 3-D measurement system based on fringe projection. In: Proceedings of the International Society for Optical Engineering, Third International Conference on Experimental Mechanics and Third Conference of the Asian Committee on Experimental Mechanics. Singapore: SPIE Press, 2004. 501～507

16 Yu Q F, Ding X H, Oyang H J. Calibration method of structured light system with a planar object. In: Proceedings of the International Society for Optical Engineering, Optical Measurement Systems for Industrial Inspection III. Munich, Germany: SPIE Press, 2003. 420～430

17 Sitnik R. New method of structure light measurement system calibration based on adaptive and effective evaluation of 3D-phase distribution. In: Proceedings of SPIE Optical Measurement Systems for Industrial Inspection IV. Munich, Germany: SPIE Press, 2005. 109～117

18 Ha T, Takaya Y, Miyoshi T, Ishizuka S, Suzuki T. High-precision on-machine 3-D shape measurement using hypersurface calibration method. In: Proceedings of the International Society for Optical Engineering, Machine Vision and Its Optomechatronic Applications. Philadelphia, United States: SPIE Press, 2004. 40～50

19 Pan Wei, Zhao Yi. New method of phase calculation of fringe projection measurement. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2003, **37**(7): 1068～1071
(潘伟, 赵毅. 提高光栅投影测量精度的相移精确测量法. 上海交通大学学报, 2003, **37**(7): 1068～1071)

20 Wang Feng, Veronique P, Ma Song-De, Wu Gang. Phase unwrapping based on region block. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(4): 481～486
(王风, Veronique P, 马颂德, 吴刚. 基于分块技术的相位展开算法. 自动化学报, 2004, **30**(4): 481～486)

21 Yu Qi-Feng, Lu Hong-Wei, Liu Xiao-Lin. *Precision Measurement and Movement Measurement Based on Image*. Beijing: Science Press, 2002. 56～60
(于起峰, 陆宏伟, 刘肖琳. 基于图像的精密测量与运动测量. 北京: 科学出版社, 2002. 56～60)

22 Liu Fei, Teng Qi-Zhi, Yu Yan-Mei, Luo Dai-Sheng. An algorithm for discriminating overlapped stripes in 3D object reconstruction using phase-shifting raster projection. *Journal of Image and Graphics*, 2005, **10**(6): 725～730
(刘飞, 滕奇志, 余艳梅, 罗代升. 相移法光栅投影 3 维物体表面重建中一种消除交叠的算法. 中国图象图形学报, 2005, **10**(6): 725～730)

23 Qiu Mao-Lin, Ma Song-De, Li Yi. Overview of camera calibration for computer vision. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(1): 43～55
(邱茂林, 马颂德, 李毅. 计算机视觉中摄像机定标综述. 自动化学报, 2000, **26**(1): 43～55)

24 Forsyth D A, Ponce J. *Computer Vision: A Modem Approach*. Beijing: Tsinghua University Publishing House, 2004. 38～45

25 Lou Jian-Guang, Liu Qi-Feng, Tan Tie-Niu, Hu Wei-Ming. 3-D model based visual traffic surveillance. *Acta Automatica Sinica*, 2003, **29**(3): 434～449
(楼建光, 柳崎峰, 谭铁牛, 胡卫明. 基于三维模型的交通场景视觉监控. 自动化学报, 2003, **29**(3): 434～449)

盖绍彦 东南大学自动化研究所博士研究生. 主要研究方向为三维重构和图像处理. E-mail: qxxymm@163.com
(**GAI Shao-Yan** Ph. D. candidate at Research Institute of Automation, Southeast University. His research interest covers surface reconstruction and image processing.)

达飞鹏 东南大学自动化研究所教授. 主要研究方向为三维重构, 智能控制和计算可视化. 本文通信作者.
E-mail: dafp@seu.edu.cn
(**DA Fei-Peng** Professor at Research Institute of Automation, Southeast University. His research interest covers surface reconstruction, intelligent control, and computer visualization. Corresponding author of this paper.)