

研究简报

具有延时的继电系统自持振荡的研究*

邵 荣 士

摘 要

本文对于由延时、继电环节及非周期反馈环节所构成的自持振荡迴路的稳定性,进行了分析。研究了在不同输入量下,单、双边不对称自振荡的周期解、两种振荡的转换条件及自振迴路对缓慢变化外作用的反应。

一、前 言

在自动调节系统中,继电式伺服系统以其体积小、重量轻、线路简单、反应灵敏和动作迅速等优点而得到广泛应用。没有采用任何附加装置的简单继电伺服系统有着较大的静差。为了改善继电系统的品质,提高其控制准确度,常把本质上非线性的继电特性展平,即所谓振动线性化。目前在继电系统所采用的附加校正装置中实现起来简单而效果比较显著的方法,是在继电元件两端跨接非周期延迟反馈以构成自持振荡迴路。本文着重研究图1结构形式的自振迴路当 $x_1 = 0$ 时的稳定性及自振条件以及当 $x_1 \neq 0$ 时,双边及单

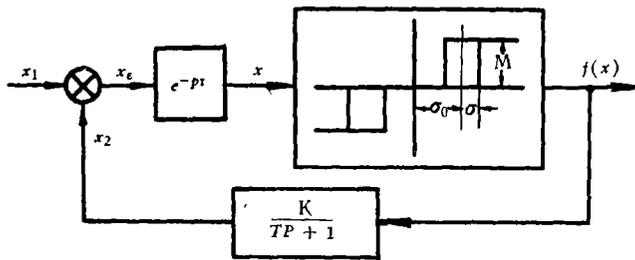


图1. 自振迴路结构图

边不对称自振参量与迴路参数及 x_1 的关系、双边振荡到单边振荡的转化条件以及自振荡线性化等问题。

二、繼电 延 时

控制用继电器的延时一般为几毫秒到几十毫秒,它对继电伺服系统的工作常常有着严重的影响。对于图1结构形式的自振迴路,继电延时环节 e^{-pt} 使线性部分频率特性

* 本文于1964年1月10日收到。

$W_{\Sigma}(j\omega)$ (见图 2) 的幅值不变、相角随频率增高而成比例滞后, 半圆形的频率特性变成螺旋线捲向原点, 过大的延时可能使线性部分频率特性与非线性倒幅特性相交而产生振荡。因此在对自振迴路进行分析时, 继电器延时是不容忽略的重要因素。

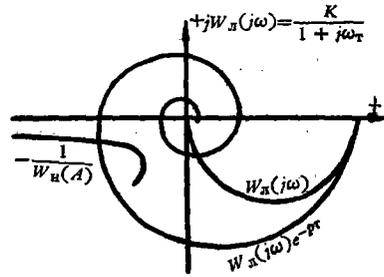


图 2. 自振迴路谐波平衡分析图

继电器的吸合时间包括两部分, 其一是电流由零增长到足以使衔铁开始运动的触动时间, 其二是衔铁触动到触点闭合的运动时间。继电器的释放时间也是由触动时间与衔铁运动时间二部分组成。触动时间一般与控制迴路的时间常数、初始值及终了值以及输入信号大小等有关。而运动时间则取决于衔铁惯性、行程、电磁吸力与弹簧等机械反力。继电器在吸合和释放情况下的延时常常不同, 一般释放时间比吸合时间短。如果采用灭弧线路或延时线路, 可使释放时间增长。

当继电器控制绕组中的电流增加到吸合时触动值 AW_{TP} 后 (它产生的吸力等于衔铁在释放位置的机械反力), 衔铁开始触动。只有当电流增大到吸合安匝 AW_{CP} 之后, 才能保证在运动过程中电磁吸力永远大于机械反力, 衔铁最后可靠吸合。继电器的释放只有在安匝值减小到释放时触动安匝 AW'_{TP} 之后才有可能 (AW'_{TP} 产生吸力与衔铁闭合位置的机械反力相等)。当电磁吸力全部在机械特性下方时, 衔铁才能反回起始位置, 与其对应的为释放安匝 AW_{OR} (见图 3)。

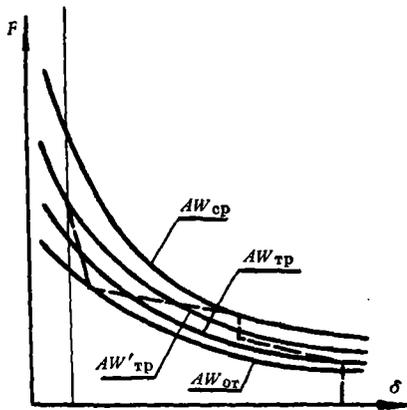


图 3. 继电器电磁吸力与负载特性

本文分析时认为吸合时触动值等于吸合值, 即在沒有达到吸合安匝以前衔铁不触动。与此类似, 释放时触动值亦与释放值相等, 即只有当安匝小于释放值之后衔铁才开始释放, 在此之前衔铁闭合不动。这种假设, 对于构成自振迴路常采用的极化继电器与触点组不多、机械负载突起变化不大的中间继电器而言, 是完全适用的。

三、稳定条件及自振条件

设继电器的吸合、释放值为 $\sigma_0 + \sigma$ 及 $\sigma_0 - \sigma$ (见图 1 继电器特性), 输出脉冲的幅值为 M , 在吸合与释放时衔铁运动时间分别为 τ, τ' , 非周期反馈环节的时间常数为 T , 放大系数为 K 。

1. 稳定的充分条件

设 $x_1 = 0$ 时, 继电器在初始偏移 $x_2(0)$ 下吸合, 输出幅值为 M 正脉冲, $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$ 分别表示 x_2 在脉冲历时和休止期内的运动轨迹。当非周期环节输出量在正脉冲作用下增长到 $x_2 = -(\sigma_0 - \sigma)$ 时, 衔铁开始释放。由该瞬时开始, 经过延时 τ' 后触点断开, 正脉冲到此终止。在正脉冲终了瞬间 $F_1(\theta_1)$ 如果小于反向继电器吸合值 $\sigma_0 + \sigma$, 则负脉冲

不会出现, 迥路是稳定的, 于是得到迥路稳定条件为

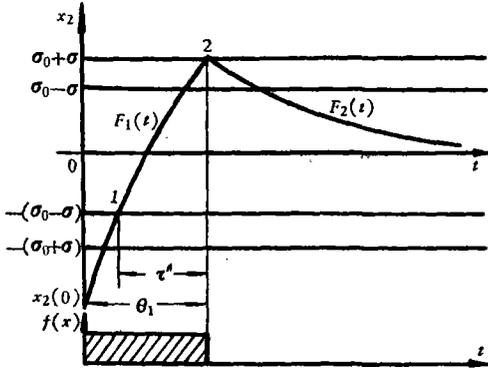


图4. 充分稳定的波形图

$$F_1(\theta_1) \leq \sigma_0 + \sigma. \quad (1)$$

$F_1(\theta_1)$ 很容易由图4中 $F_1(t)$ 上“1”、“2”两点间轨迹, 运动时间及初始终了值得得, 由此得到稳定条件:

$$KM(1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}) - (\sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}} \leq \sigma_0 + \sigma, \quad (2)$$

$$\frac{\tau'}{T} \leq \ln \frac{KM + \sigma_0 - \sigma}{KM - \sigma_0 - \sigma}.$$

如果知道继电器环节静特性 σ_0, σ, M 及释放时运动时间 τ' , 则根据式(2)可以划出非周期环节参数 T, K 平面稳定域. 这里必须指出式(2)是非常保守的稳定条件, 因为它要求反向继电器根本不触动. 实际上衔铁触动不一定吸合, 而吸合之后也不一定自振.

2. 稳定条件

这里进一步研究 $F_1(\theta_1) > \sigma_0 + \sigma$ 的情况. 当 $x_2 = \sigma_0 + \sigma$ 时(见图5), 反向继电器衔铁开始运动. 衔铁能否最终闭合, 要取决于在吸合运动过程中, 电磁吸力是否一直大于机械负荷反力. 由 $x_2 = \sigma_0 + \sigma$ 反向继电器衔铁开始运动(此时正向继电器还未返回到原始位置)到最后闭合时间的延时 τ 内, 如果 x_2 小于反向继电器释放值 $\sigma_0 - \sigma$, 则电磁吸力不能克服机械反力, 衔铁虽被触动但不会最后闭合, 于是负脉冲不出现, 迥路必然稳定. 由此得到稳定条件为:

$$F_2(\theta_2) \leq \sigma_0 - \sigma. \quad (3)$$

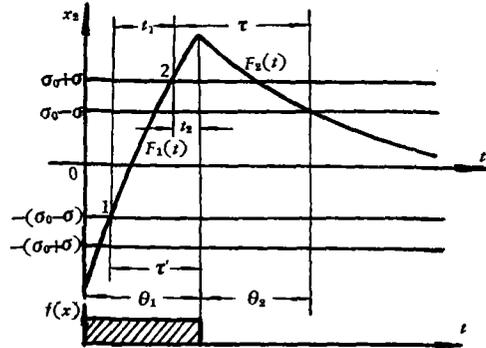


图5. 稳定波形图

我们认为 $F_2(\theta_2) = \sigma_0 - \sigma$ 时衔铁也不吸合, 因为继电器释放值一般都小于释放时触动值(见图3), 衔铁尚未完全吸合已小到释放触动值, 继电器是不能吸合的.

由图5得:

$$F_2(\theta_2) = F_1(\theta_1)e^{-\frac{\theta_2}{T}}, \quad (4)$$

$$\theta_2 = \tau - t_2, \quad (5)$$

$$t_2 = \tau' - t_1, \quad (6)$$

$$F_1(\theta_1) = KM(1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}) - (\sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}, \quad (7)$$

$$\sigma_0 + \sigma = KM(1 - e^{-\frac{t_1}{T}}) - (\sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{t_1}{T}}. \quad (8)$$

由式(8)得

$$t_1 = T \ln \frac{KM + \sigma_0 - \sigma}{KM - \sigma_0 - \sigma}. \quad (9)$$

由以上各式解得:

$$F_2(\theta_2) = [KM(1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}) - (\sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}] \cdot \frac{KM - \sigma_0 - \sigma}{KM + \sigma_0 - \sigma} e^{-\frac{\tau - \tau'}{T}}. \quad (10)$$

将上式代入式(3)便得稳定条件为

$$\frac{\tau'}{T} \leq \ln \frac{KM + \sigma_0 - \sigma}{KM - (\sigma_0 - \sigma) \frac{KM + \sigma_0 - \sigma}{KM - \sigma_0 - \sigma} \cdot e^{\frac{\tau - \tau'}{T}}}. \quad (11)$$

稳定充分条件式(2)是要求反向继电器根本不触动, 而式(11)则表示衔铁触动而不吸合. 式(2)的形式简单, 便于划分稳定域, 然而它异常保守, 大大缩小了稳定区域. 式(11)虽也是稳定充分条件, 但它更接近了稳定的充分必要条件.

3. 自振条件

在衔铁触动到最后吸合的延时 τ 内, 只有吸力一直大于机械负荷反力, 即绕组中电流始终大于吸合值时, 反向继电器才会接通触点, 产生周期性自振荡 (见图 6). 自振条件为:

$$F_2(\theta_2) \geq \sigma_0 + \sigma. \quad (12)$$

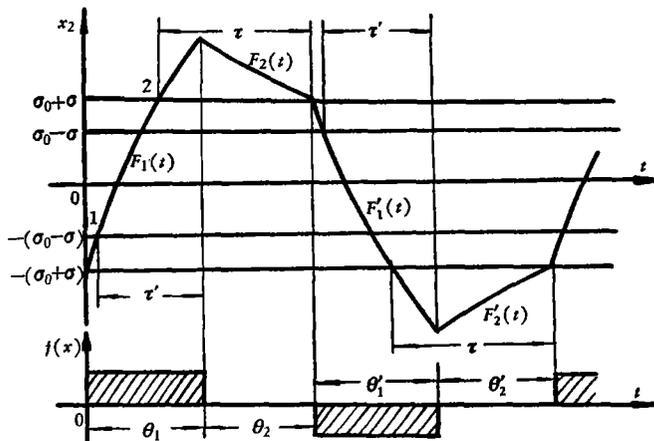


图 6. 自振波形图

将式(10)代入上式后则得

$$\frac{\tau'}{T} \geq \ln \frac{KM + \sigma_0 - \sigma}{KM - (\sigma_0 + \sigma) \frac{KM + \sigma_0 - \sigma}{KM - \sigma_0 - \sigma} \cdot e^{\frac{\tau - \tau'}{T}}}. \quad (13)$$

前面讨论了 $F_2(\theta_2) \leq \sigma_0 - \sigma$ 及 $F_2(\theta_2) \geq \sigma_0 + \sigma$ 的情况, 前者是稳定充分条件, 后者是自振充分条件, 只有当 $\sigma = 0$ 时才有稳定充要条件:

$$\frac{\tau'}{T} \leq \ln \frac{KM + \sigma_0}{KM - \sigma_0 \frac{KM + \sigma_0}{KM - \sigma_0} e^{\frac{\tau - \tau'}{T}}}. \quad (14)$$

继电器的返回系数, 即释放值与吸动值之比, 取决于吸力特性与机械反力特性的关系. 只有当返回系数等于 1 时, 才有 $\sigma = 0$. 各种继电器吸力特性与机械特性的匹配关

系不同,在 $\sigma_0 - \sigma < F_2(\theta_2) < \sigma_0 + \sigma$ 临界区域内,吸力变化又严重地影响着衔铁的运动规律及运动时间,因此要找出稳定充要条件的解析表达式是很困难的,也是没有必要的。

当绕组中电流比吸合值 $\sigma_0 + \sigma$ 大的不多时,继电器吸合变慢 (τ 增加),而释放变快 (τ' 减小),故回路在 $F_2(\theta_2) = \sigma_0 + \sigma$ 情况下常常不自振或自振几次后就停止。在 $\sigma \approx 0$ 但又不太大(即返回系数接近1)时,稳定的充要条件可由 $F_2(\theta_2) \leq \sigma_0 + \sigma$ 代之,即

$$\frac{\tau'}{T} \leq \ln \frac{KM + \sigma_0 - \sigma}{KM - (\sigma_0 + \sigma) \frac{KM + \sigma_0 - \sigma}{KM - \sigma_0 - \sigma} e^{-\frac{\tau - \tau'}{T}}} \quad (15)$$

四、双边不对称自振荡

当输入量 x_1 不为零时,对称自振荡波形将偏移时间轴而呈现相对于时间轴不对称的双边自振荡波形(见图7)。

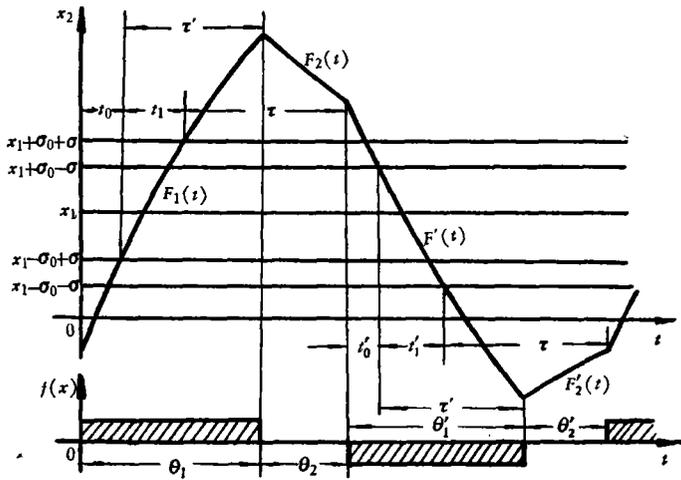


图7. 双边不对称自振荡波形图

现求自振参量 $\theta_1, \theta_2, \theta_1', \theta_2', F_1(\theta_1), F_2(\theta_2), F_1'(\theta_1'), F_2'(\theta_2')$ 与输入量 x_1 及回路参数关系,以及维持双边不对称自振条件,自振荡线性化静特性等。

由图7得:

$$F_1(\theta_1) = KM(1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}) + (x_1 - \sigma_0 + \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}, \quad (16)$$

$$F_2(\theta_2) = F_1(\theta_1)e^{-\frac{\theta_2}{T}}, \quad (17)$$

$$\theta_2 = \tau - \tau' + t_1. \quad (18)$$

$$\text{由 } x_1 + \sigma_0 + \sigma = KM(1 - e^{-\frac{t_1}{T}}) + (x_1 - \sigma_0 + \sigma)e^{-\frac{t_1}{T}}, \quad (19)$$

$$\text{得 } t_1 = T \ln \frac{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}{KM - x_1 - \sigma_0 - \sigma}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \therefore F_2(\theta_2) &= [KM(1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}) + (x_1 - \sigma_0 + \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}] \cdot \\ &\quad \cdot \frac{KM - x_1 - \sigma_0 - \sigma}{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma} \cdot e^{-\frac{\tau - \tau'}{T}}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$F'_1(\theta'_1) = -KM(1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}) + (x_1 + \sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}, \quad (22)$$

$$F'_2(\theta'_2) = F'_1(\theta'_1) e^{-\frac{\theta'_2}{T}}, \quad (23)$$

$$\theta'_2 = \tau - \tau' + i'_1. \quad (24)$$

$$\therefore x_1 - \sigma_0 - \sigma = -KM(1 - e^{-\frac{i'_1}{T}}) + (x_1 + \sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{i'_1}{T}}, \quad (25)$$

$$i'_1 = T \ln \frac{KM + x_1 + \sigma_0 - \sigma}{KM + x_1 - \sigma_0 - \sigma}, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \therefore F'_2(\theta'_2) &= [KM(e^{-\frac{\tau'}{T}} - 1) + (x_1 + \sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}] \cdot \\ &\quad \cdot \frac{KM + x_1 - \sigma_0 - \sigma}{KM + x_1 + \sigma_0 - \sigma} e^{-\frac{\tau - \tau'}{T}}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\theta_1 = t_0 + \tau'. \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \therefore x_1 - \sigma_0 + \sigma &= KM(1 - e^{-\frac{t_0}{T}}) + F'_2(\theta'_2) e^{-\frac{t_0}{T}}, \\ t_0 &= T \ln \frac{KM - F'_2(\theta'_2)}{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\therefore \theta_1 = \tau' + T \ln \frac{KM - F'_2(\theta'_2)}{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}, \quad (30)$$

$$\theta_2 = \tau - \tau' + T \ln \frac{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}{KM - x_1 - \sigma_0 - \sigma}, \quad (31)$$

$$\theta'_1 = t'_0 + \tau'. \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \therefore x_1 + \sigma_0 - \sigma &= -KM(1 - e^{-\frac{t'_0}{T}}) + F_2(\theta_2) e^{-\frac{t'_0}{T}}, \\ t'_0 &= T \ln \frac{KM + F_2(\theta_2)}{KM + x_1 + \sigma_0 - \sigma}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\therefore \theta'_1 = \tau' + T \ln \frac{KM + F_2(\theta_2)}{KM + x_1 + \sigma_0 - \sigma}, \quad (34)$$

$$\theta'_2 = \tau - \tau' + T \ln \frac{KM + x_1 + \sigma_0 - \sigma}{KM + x_1 - \sigma_0 - \sigma}. \quad (35)$$

在输入量 x_1 作用下, 回路能够维持双边不对称自振荡的条件为

$$F_2(\theta_2) \geq x_1 + \sigma_0 + \sigma. \quad (36)$$

(21)代入并整理得:

$$\frac{\tau'}{T} \geq \ln \frac{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}{KM - (x_1 + \sigma_0 + \sigma) \frac{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}{KM - x_1 - \sigma_0 - \sigma} e^{-\frac{\tau - \tau'}{T}}}. \quad (37)$$

上式中令 $x_1 = 0$ 即为式(13).

图 8 表示 $\theta_1, \theta_2, \theta'_1, \theta'_2$ 与 x_1 的关系. 正脉冲历时 θ_1 随输入量 x_1 增加而增加. 当 $x_1 \geq KM + \sigma_0 - \sigma$ 时, $\theta_1 = \infty$ (见式 30). 这是因为在 $x_1 \geq KM + \sigma_0 - \sigma$ 作用下继电器吸合后, 误差信号 $x_1 - x_2 > x_1 - KM \geq \sigma_0 - \sigma$, 继电器不可能释放.

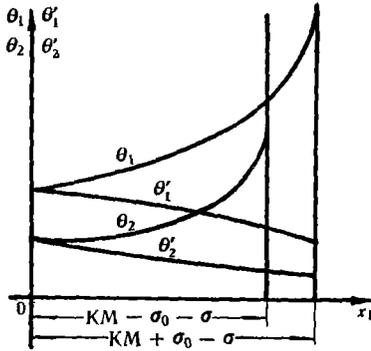


图 8. $\theta_1, \theta_2, \theta'_1, \theta'_2$ 与 x_1 的关系曲线

正、负脉冲间隔 θ_2 随 x_1 增加而增大. 当 $x_1 \geq KM - \sigma_0 - \sigma$ 时, $\theta_2 = \infty$ (见式 31). 这是因为 $F_1(\theta_1) \leq F_1(\infty) \leq KM \leq x_1 + \sigma_0 + \sigma$, 反向继电器不触动, 负脉冲永不出现.

随着 x_1 增加, 负脉冲历时 θ'_1 下降. 由 (34) 可知, 当 $F_2(\theta_2) < x_1 + \sigma_0 - \sigma$ 时, $\theta'_1 < \tau'$. 实际上只要继电器吸合, 触点接触时间就必然大于释放时衔铁运动时间 τ' . $\theta'_1 < \tau'$ 说明继电器并未完全吸合 (虽然触点已接触) 就开始释放.

负、正脉冲间隔 θ'_2 随 x_1 增加虽也下降, 但其变化不太大 (见图 8).

当自振回路参数选择适当, 自振频率足够高时, 对于缓慢变化外作用反应, 可用输出脉冲列之平均值来描述:

$$\overline{f(x)} = \frac{\theta_1 - \theta'_1}{\theta_1 + \theta_2 + \theta'_1 + \theta'_2} M. \quad (38)$$

振动线性化静特性如图 9 所示. 当 $x_1 \geq KM - \sigma_0 - \sigma$ 时, 输出为恒值 M . 由于在 $x_1 = 0$ 时有自振荡, 所以静特性通过原点. 该特性只有在双边不对称振荡条件下才适用, 在这段范围内它近为直线. 随着 x_1 增长, 将转变为单边不对称振荡, 它的静特性及计算方法将在下节讨论.

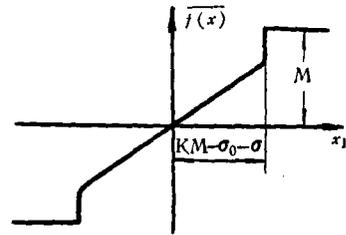


图 9. 双边振荡静特性

五、单边不对称自振荡

与前基本思想一致, 在 $x_1 \approx 0$ 情况下, 由“1”点 (见图 10) 开始, 在释放时衔铁运动时间 τ' 内, x_2 之值不大于反向继电器动作值 $x_1 + \sigma_0 + \sigma$, 则只能输出单极性脉冲. 单边不

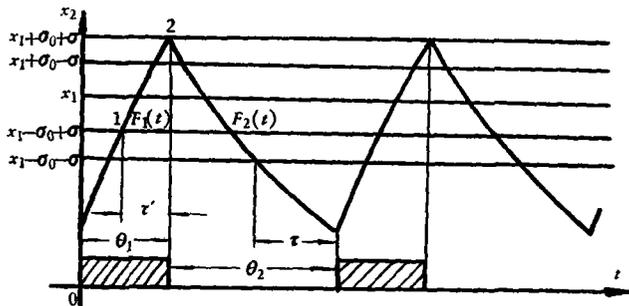


图 10. 单边不对称自振荡波形图 (1)

对称自振荡充分条件为

$$F_1(\theta_1) \leq x_1 + \sigma_0 + \sigma, \quad (39)$$

将(16)代入, 上不等式有如下两种形式:

$$\frac{\tau'}{T} \leq \ln \frac{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}{KM - x_1 - \sigma_0 - \sigma}, \quad (40)$$

$$x_1 \geq \frac{(KM - \sigma_0 - \sigma) - (KM + \sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}}{1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}}. \quad (41)$$

当 $x_1 = 0$ 时, (40) 变为 (2), 单边不对称自振荡充分条件与稳定充分条件一致。如果在 $x_1 = 0$ 时回路稳定无自振, 则 x_1 为任何值时恒满足(41), 说明只能发生单边不对称振荡。如果 $x_1 = 0$ 时有双边对称自振荡, 则随 x_1 增长, 波形偏离时间轴变为双边不对称自振荡, 当 x_1 增加满足(41)时, 发生单边不对称振荡。

下面寻找双、单边振荡转化条件。设 x_1 为某值时发生的双边不对称振荡图形如图 7 所示, 如果在反向继电器衔铁吸合运动时间 τ 内, 控制安匝小于释放值 $x_1 + \sigma_0 - \sigma$, 则认为反向继电器不能吸合, 双边振荡将变为单边振荡。它们的转换条件为

$$F_2(\theta_2) \leq x_1 + \sigma_0 - \sigma, \quad (42)$$

将(21)代入并加整理则可得到

$$\frac{\tau'}{T} \leq \ln \frac{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}{KM - (x_1 + \sigma_0 - \sigma) \frac{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}{KM - x_1 - \sigma_0 - \sigma} e^{-\frac{\tau - \tau'}{T}}}, \quad (43)$$

当 $x_1 = 0$ 时, 上式即为稳定条件 (11)。

现求自振参量 θ_1 、 θ_2 、 $F_1(\theta_1)$ 、 $F_2(\theta_2)$ 与回路参数及输入 x_1 关系(见图 11)。

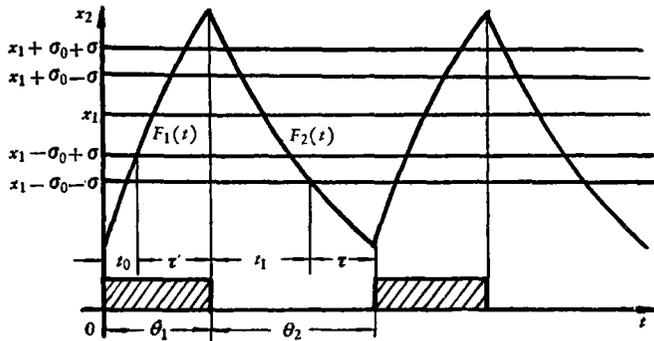


图 11. 单边不对称自振荡波形图 <2>

$$F_1(\theta_1) = KM(1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}) + (x_1 - \sigma_0 + \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}, \quad (44)$$

$$F_2(\theta_2) = (x_1 - \sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{\tau}{T}}, \quad (45)$$

$$\theta_1 = \tau' + t_0.$$

由

$$x_1 - \sigma_0 + \sigma = KM(1 - e^{-\frac{t_0}{T}}) + F_2(\theta_2)e^{-\frac{t_0}{T}},$$

得

$$t_0 = T \ln \frac{KM - (x_1 - \sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{\tau}{T}}}{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma} \quad (46)$$

$$\therefore \theta_1 = \tau' + T \ln \frac{KM - (x_1 - \sigma_0 - \sigma)e^{-\frac{\tau}{T}}}{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}, \quad (47)$$

$$\theta_2 = \tau + t_1.$$

$$\therefore x_1 - \sigma_0 - \sigma = F_1(\theta_1)e^{-\frac{t_1}{T}},$$

$$t_1 = T \ln \frac{KM(1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}) + (x_1 - \sigma_0 + \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}}{x_1 - \sigma_0 - \sigma}, \quad (48)$$

$$\therefore \theta_2 = \tau + T \ln \frac{KM(1 - e^{-\frac{\tau'}{T}}) + (x_1 - \sigma_0 + \sigma)e^{-\frac{\tau'}{T}}}{x_1 - \sigma_0 - \sigma}. \quad (49)$$

θ_1, θ_2 与 x_1 关系如图 12 所示。当 $x_1 < \sigma_0 + \sigma$ 时继电器不动作, $x_1 = \sigma_0 + \sigma$ 时, $\theta_2 = \infty$ 。只有当 $x_1 > \sigma_0 + \sigma$ 时才会产生振荡, 随 x_1 增长, 脉冲宽度 θ_1 增加, 而间隙 θ_2 减小。当 $x_1 \geq KM + \sigma_0 - \sigma$ 时, $\theta_1 = \infty$, 振荡停止。这是因为 x_2 增长的终了值为 KM , $x_1 - x_2 \geq x_1 - KM \geq \sigma_0 - \sigma$, 继电器持续不放。

如果取 $\tau = \tau'$, 则:

$$\theta_1 = T \ln \frac{KMe^{\frac{\tau}{T}} - x_1 + \sigma_0 + \sigma}{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}, \quad (50)$$

$$\theta_2 = T \ln \frac{KM(e^{\frac{\tau}{T}} - 1) + x_1 - \sigma_0 + \sigma}{x_1 - \sigma_0 - \sigma}. \quad (51)$$

$\tau = 0$ 时:

$$\theta_1 = T \ln \frac{KM - x_1 + \sigma_0 + \sigma}{KM - x_1 + \sigma_0 - \sigma}, \quad (52)$$

$$\theta_2 = T \ln \frac{x_1 - \sigma_0 + \sigma}{x_1 - \sigma_0 - \sigma}. \quad (53)$$

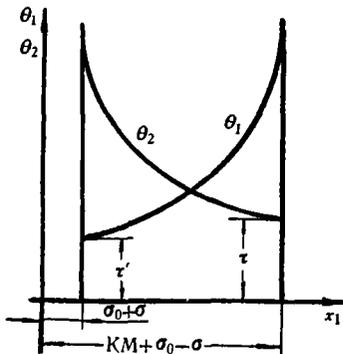


图 12. θ_1, θ_2 与 x_1 的关系曲线

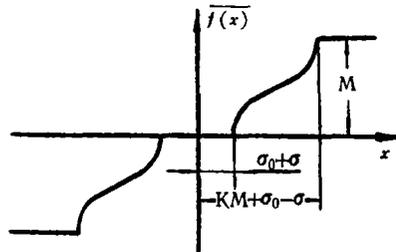


图 13. 单边振荡静特性

自持振荡迴路输出之单极性脉冲列平均值

$$\overline{f(x)} = \frac{\theta_1}{\theta_1 + \theta_2} M, \quad (54)$$

其静特性如图 13。在 $x_1 \leq \sigma_0 + \sigma$ 时, 迴路无自振, 输出为零值。当 $x_1 \geq KM + \sigma_0 - \sigma$

时,继电器吸合不放,输出为恆值 M 。由于继电器延时影响,输出平均值与 x_1 成非线性关系,且延时越大,静特性弯曲愈厉害。非周期环节放大系数 K 决定了线性化范围, K 愈大,振动范围亦愈大。

六、結 語

继电器延时严重影响着自持振荡迴路振动规律,是不可忽略的重要因素。由于延时存在,使得迴路在 $x_1 = 0$ 时可以有双边对称自振荡,随 x_1 增加,对称自振波形偏离横轴而变成双边不对称振荡,在 $x_1 < \sigma_0 + \sigma$ 时就有输出值,从而消除死区影响,提高控制灵敏度。当 x_1 大于某值而满足不等式(43)时,双边不对称振荡变为单边不对称振荡,在 $x_1 \geq KM + \sigma_0 - \sigma$ 时振荡停止,输出为恆值 M 。若 $x_1 = 0$ 时稳定,则永不出现双边振荡。在 $x_1 < \sigma_0 + \sigma$ 时无振荡,输出为零值。在 $\sigma_0 + \sigma < x_1 < KM + \sigma_0 - \sigma$ 时有单边不对称振荡,输出为一系列单一极性脉冲。当 $x_1 > KM + \sigma_0 - \sigma$ 时,振荡停止,输出为恆值 M 。

参 考 文 献

- [1] Поспелов, Г. С., Вибрационная линеаризация релейных систем автоматического регулирования, реакция релейных систем на медленно меняющиеся возмущения, труды второго всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, 1 (1955), СТР. 363, АН. СССР.
- [2] В. В. 索洛多夫尼柯夫主编,自动调节原理,第三分册,王众託译,中国工业出版社,第七篇,第三十三章。
- [3] М. И. 维金别尔格著,自动装置和通信设备用电磁继电器的设计,丁光蔚,符致中译,人民邮电出版社,1962,第四章 4—8;第十章 10—1, 10—2, 10—3;第十一章 11—2, 11—3, 11—5。

STUDY OF SELF-OSCILLATION OF RELAY SYSTEMS WITH A TIME-DELAY ELEMENT

SHOU ROUNG-SI