

# 脉冲调制乘法器品质改善的途径<sup>1)</sup>

王正中

## 摘 要

本文讨论了限制脉冲调制乘法器静态及动态品质进一步提高的几项主要误差,提出了减小这些误差的一些方法。这些方法的实现,可将乘法器的静态误差电压减小到0.1伏(满刻度变化为±100伏),并将两个乘量通道的频率特性在100周时的相移减小到2°。

## 引 言

脉冲调制乘法器的静态误差,主要取决于类比量-脉冲转换元件-电子开关的品质。在一般自激振荡式乘法器中所采用的高精度电子开关,有闭环型电压开关<sup>[1]</sup>及闭环型电流开关<sup>[2]</sup>两种。采用闭环型电压开关构成脉冲调制乘法器时,静态精度的进一步提高主要受到下列因素的限制:(1)控制脉冲转换过程的非理想性破坏了调宽及调幅回路中两个开关的同步要求,从而引入了误差;(2)开关输出方波的非理想性引入了面积误差;(3)在两个脉冲持续时间间隔内,开关工作状态的改变(主要是输出阻抗的变化)引入了误差。本文将讨论上述误差的特征,提出减小这些误差的某些途径。

在脉冲调制乘法器中,为了将低频工作信号从高频调制信号中分离出来,必须在输出端进行滤波。一般是采用RC元件构成的滤波网路。当乘法器被输入交流信号时,输出信号将通过滤波网路引入一定的相移。本文将讨论采用相移补偿来减小相移误差的方法。

## 一、误差分析及乘法电路

在图1中示出了典型脉冲调制乘法器的结构图及闭环型电压开关电路。两个乘量用X和Y表示,E为常数。调宽回路由积分器I、触发器T及电子开关S<sub>1</sub>组成。在理想情况下,根据积分关系,可以导出脉冲在开关闭合和断开两种状态下的持续时间T<sub>1</sub>和T<sub>2</sub>:

$$T_1 = \frac{(e_1 - e_2)k}{\alpha E - \beta X}, \quad T_2 = \frac{(e_1 - e_2)k}{\alpha E + \beta X},$$

k——积分常数; e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub>——触发器的两个转换电平。由此可导出调宽回路的基本关系式:

$$X = \frac{\alpha E}{\beta} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \quad (1)$$

调幅回路由电子开关S<sub>2</sub>及滤波器F组成。假定调幅开关S<sub>2</sub>和调宽开关S<sub>1</sub>能够在触发器给出的控制脉冲下完全同步地工作,那末通过低通滤波器输出的平均值将正比于两

1) 本文曾在1962年9月中国自动化学会元件及生产过程自动化专业会议(上海)上宣读。

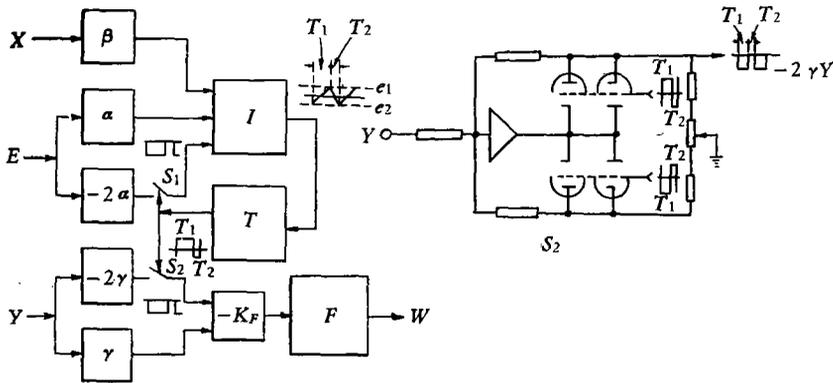


图 1. 典型脉冲调制乘法器结构图及闭环型电压开关电路

个乘量的乘积：

$$W^* = -K_F \left( \gamma Y - 2\gamma Y \frac{T_1}{T_1 + T_2} \right) = \frac{K_F \beta \gamma}{\alpha E} X Y. \quad (2)$$

两个开关同步工作的首要条件是控制脉冲必须具有直角波形。实际上由于电子线路中不可避免地存在着储能参量的影响，控制脉冲只能是一个带有倾斜边沿的方波。如图 2 所示，方波的边沿倾斜造成根部和顶部的时间差值为  $\Delta t_T = t_{T1} + t_{T2}$ 。如果近似地认为开关的闭合和断开动作是在控制脉冲电平超过或低于开关输出电平的瞬间产生，那末对应于开关  $S_1$  的闭合-断开的脉冲电压为  $-2\alpha E$ ，而对应开关  $S_2$  闭合-断开的脉冲电压应为  $-2\gamma Y$ 。显然当  $2\alpha E \approx 2\gamma Y$  时， $S_1$  和  $S_2$  的闭合及断开的持续时间不相等，因而同步工作的条件将丧失。式 (2) 所给出的理想关系式将需予以修正。令  $T_1$  和  $T_2$  仍为开关  $S_1$  的闭合和断开的持续时间， $T'_1$  和  $T'_2$  为开关  $S_2$  的闭合和断开的持续时间，则按图 2 所示，可得  $T_1$ 、 $T_2$  和  $T'_1$ 、 $T'_2$  之间的关系式：

$$\left. \begin{aligned} T'_1 &= T_1 + (2\gamma Y - 2\alpha E) \frac{\Delta t_T}{2|U_T|}, \\ T'_2 &= T_2 - (2\gamma Y - 2\alpha E) \frac{\Delta t_T}{2|U_T|}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由此可见，考虑了控制脉冲转换过程后，式 (2) 的正确写法应为：

$$W = K_F \gamma Y \left( \frac{T'_1 - T'_2}{T'_1 + T'_2} \right). \quad (4)$$

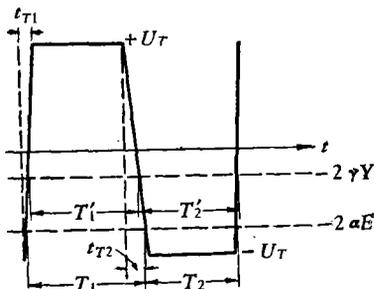


图 2. 控制脉冲波形

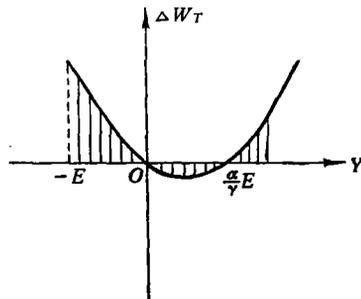


图 3. 误差分布图

将式(1)、(3)代入,则有:

$$W = \frac{K_F \gamma \beta}{\alpha E} X \cdot Y - \frac{2K_F \alpha \gamma E \Delta t_T}{(T_1 + T_2) |U_T|} Y + \frac{2K_F \gamma^2 \Delta t_T}{(T_1 + T_2) |U_T|} Y^2. \quad (5)$$

式(5)的后二项就是误差项,这一误差沿Y轴的分布是不对称的(见图3)。当Y为正值,并落入两个零值误差所包围的区域内时,误差值较小而且分布均匀。显然,如果将调幅开关的输入信号限制在这个区域内,误差将被降低。为了满足乘法器在四象限内都能运算,可以在开关的输入端加入一给定的正偏压,以保证调幅开关始终处于单极性输出状态。同时可根据两个零值误差所对应的Y值变化范围来选择参数 $\gamma$ 及 $\alpha$ 。

图4示出了调幅开关被接成单极性输出的乘法器结构图。在考虑了控制脉冲的倾斜边沿后,乘法器实际输出为:

$$W = \frac{K_F \gamma \beta}{\alpha E} X \cdot Y - \frac{2K_F \alpha \gamma E \Delta t_T}{(T_1 + T_2) |U_T|} (Y + E) + \frac{2K_F \gamma^2 \Delta t_T}{(T_1 + T_2) |U_T|} (Y + E)^2. \quad (6)$$

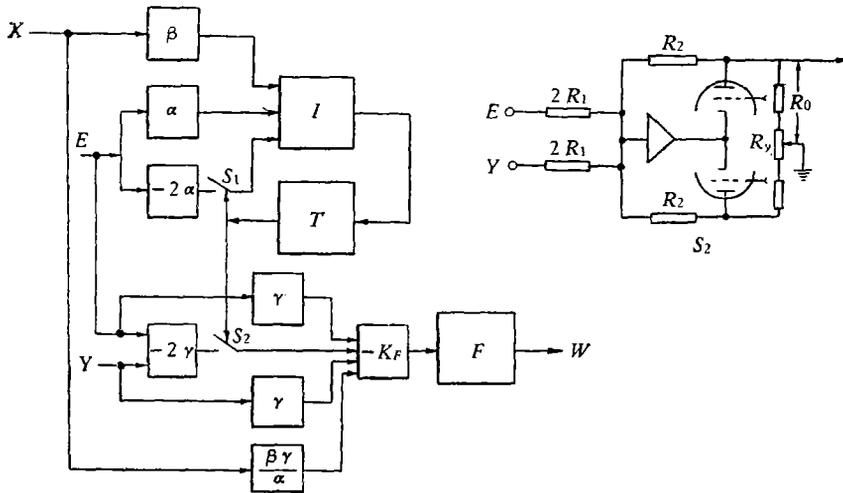


图4. 调幅开关接成单极性输出的脉冲调制乘法器结构图

令式(6)中的误差项为零,可以求出相应于小误差区的Y值变化区域:

$$-E \leq Y \leq \frac{\alpha - \gamma}{\gamma} E.$$

乘法器输入信号的幅值变化范围一般都要求对称于零轴。设 $Y_M = E$ ,  $-Y_M = -E$ , 将其作为边界值代入不等式中,即可导出限制条件:

$$\alpha = 2\gamma.$$

表1比较了两种乘法电路在相同参量及相同输入输出幅值时的误差峰值(由正误差最大值到负误差最大值)及误差分布情况。

除上述误差外,开关输出方波的非理想性亦将引入误差。若调宽开关输出方波的面

表 1.

开关形式	参 数	$W^*$	誤差峯值	誤差分布
双极性輸出	$\alpha$ $\gamma = \frac{\alpha}{2}$ $\beta$ $K_F$ $E$	$\frac{K_F \gamma \beta}{\alpha E} X \cdot Y$	$\sim \frac{2K_F \alpha^2 E^2 \Delta T_T}{(T_1 + T_2)  U_T }$	
单极性輸出	$\alpha$ $\gamma = \frac{\alpha}{2}$ $\beta$ $K_F$ $E$	$\frac{K_F \gamma \beta}{\alpha E} X \cdot Y$	$\sim \frac{\frac{1}{2} K_F \alpha^2 E^2 \Delta T_T}{(T_1 + T_2)  U_T }$	

积誤差为  $S_E$ ，調幅开关輸出方波的面积誤差为  $S_Y$ ，則可导出誤差关系式为：

$$\Delta W_s = \frac{\gamma Y}{\alpha E} \cdot \frac{S_E}{(T_1 + T_2)} - \frac{S_Y}{(T_1 + T_2)} \quad (7)$$

可見具有相同性质的面积誤差是相互补偿的。采用单极性輸出的电子开关，可使調寬及調幅迴路中两个电子开关的电路組合更为对称，这从誤差补偿的观点看来，显然是有利的。

采用单极性輸出的电子开关，还簡化了对两对相互交替工作的开关管特性平衡的要求。在这种情况下，平衡电阻  $R_y$  的調整只要滿足一对开关管的平衡条件，这样就減少了挑选开关管的困难，并簡化了調整过程。

閉环型电压开关的輸出阻抗，是脉冲持續時間  $T_1$ 、 $T_2$  的函数。当开关的輸出接入  $RC$  滤波網路时，开关在閉合、断开两种情况下阻抗的差异使得  $RC$  網路阻抗具有非綫性的性质，因而将引入一定的誤差。

若开关放大器的增益足够大，并选择  $R_2 \gg R_0$  (見图 4)，則开关輸出等效电路如图 5 所示。在分析充放电过程及求解直流分量  $I_{CP}$  时，假設乘法器已处于稳态运行情况 (即  $RC$  網路已接受了无限个脉冲以后)，并認为迴路的充放电時間常数远比  $T_1$  或  $T_2$  要大，則此时电容  $C$  上的电压变化如图 6 所示。这里我們可以导出在  $T_1$  及  $T_2$  時間間隔內电压  $U_C$  的变化关系：

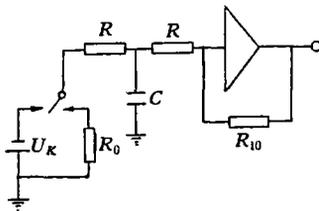


图 5. 开关等效电路

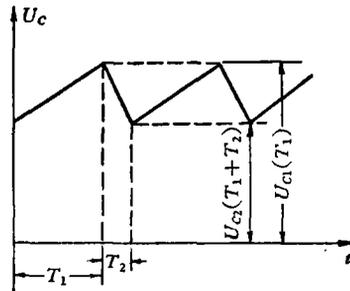


图 6. 稳态运行情况下电压  $U_C$  的变化

$$U_{c1}(t) = \frac{U_k}{2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \theta e^{-\frac{t}{\tau_1}}), \quad t \text{ 由 } 0 \longrightarrow T_1$$

$$U_{c2}(t) = \left[ \frac{U_k}{2} (1 - e^{-\frac{T_1}{\tau_1}} + \theta e^{-\frac{T_1}{\tau_1}}) \right] e^{-\frac{t-T_1}{\tau_2}}, \quad t \text{ 由 } T_1 \longrightarrow T_1 + T_2$$

式中:

$$\tau_1 = \frac{R}{2} C, \quad \tau_2 = \frac{R(R + R_0)}{2R + R_0} C,$$

$$\theta = \frac{1 - e^{-\frac{T_1}{\tau_1}}}{e^{\frac{T_1}{\tau_2}} - e^{-\frac{T_1}{\tau_1}}}$$

RC 滤波器的输出直流分量:

$$I_{CP} = \frac{\int_0^{T_1} U_{c1}(t) dt + \int_{T_1}^{T_1+T_2} U_{c2}(t) dt}{R(T_1 + T_2)}$$

将  $U_{c1}(t)$  及  $U_{c2}(t)$  的关系式代入, 则

$$I_{CP} = \frac{U_k T_1}{2R(T_1 + T_2)} - \frac{U_k}{2R} (\tau_1 - \tau_2) (1 - e^{-\frac{T_1}{\tau_1}}) (1 - \theta) \frac{1}{T_1 + T_2} \quad (8)$$

式(8)的后项即为误差项, 化简后的误差关系式为:

$$\Delta I_{CP} \doteq \frac{U_k}{2R} \cdot \frac{R_0}{2R + R_0} \cdot \frac{T_1}{T_1 + T_2} \left( 1 - \frac{T_1}{T_1 + T_2} \right) \quad (9)$$

式(9)表明, 增大  $R$  及减小  $R_0$  的阻值, 可以减小误差电流  $\Delta I_{CP}$ 。由于精密绕线电阻的数值一般不宜大于 1 兆欧, 所以  $R$  值的增大是有限制的, 而  $R_0$  的最小数值则取决于开关的容许负荷。

可以在调宽回路中采用相应的 RC 网路来求得误差补偿<sup>[1]</sup>。然而, 在采用这种补偿网路的同时, 将随之带来下列困难: (1) 由于削弱了积分放大器的开环频率响应, 积分精度将因而下降; (2) 加大了 X 通道内的相移误差。为了避免这些困难, 可利用闭环型电压开关另一反馈回路的倒相信号。将这两个反相信号通过一套组合网路进行相加, 便可在保证良好滤波特性的情况下, 增大开关输出 RC 网路的固有时间常数, 减小由于阻抗随时间变化而引入的误差。组合网路的设计, 必须

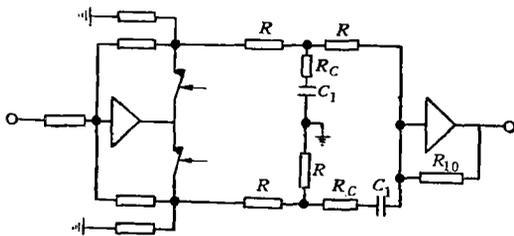


图 7. RC 组合网路

考虑到开关两个反馈回路的平衡问题, 实际采用的组合网路示于图 7 中。

同理, 可以导出上述滤波网路输出直流分量的关系式:

$$I'_{CP} = \frac{U_k T_1}{2R(T_1 + T_2)} - \frac{U_k}{4R_e} (\tau'_1 - \tau'_2) (1 - e^{-\frac{T_1}{\tau'_1}}) (1 - \theta'), \quad \frac{1}{T_1 + T_2}$$

度将因而下降; (2) 加大了 X 通道内的相移误差。为了避免这些困难, 可利用闭环型电压开关另一反馈回路的倒相信号。将这两个反相信号通过一套组合网路进行相加, 便可在保证良好滤波特性的情况下, 增大开关输出 RC 网路的固有时间常数, 减小由于阻抗随时间变化而引入的误差。组合网路的设计, 必须

式中:

$$\tau'_1 = \left( R_c + \frac{R}{2} \right) C_1, \quad \tau'_2 = \left( R_c + \frac{R(R + R_0)}{2R + R_0} \right) C_1,$$

$$R_c = R_c + \frac{R}{2}, \quad \theta' = \frac{1 - e^{-\frac{T_1}{\tau'_1}}}{e^{\frac{T_2}{\tau'_2}} - e^{-\frac{T_1}{\tau'_1}}}.$$

当  $R_c = R$  时, 简化后的误差关系为:

$$\Delta I'_{CP} \doteq \frac{U_k}{2R} \cdot \frac{R_0}{9(2R + R_0)} \cdot \frac{T_1}{T_1 + T_2} \left( 1 - \frac{T_1}{T_1 + T_2} \right). \quad (10)$$

比较式(9)与(10), 显然误差电流在后一种情况下要小得多。

组合网络的等效传递函数为:

$$W_F(S) = \frac{[1 + (R_c - R)C_1S]}{2R \left[ 1 + \left( R_c + \frac{R}{2} \right) C_1S \right]}.$$

当  $R_c = R$ ,  $C_1 = \frac{1}{3} C$  时, 则有

$$W_F(S) = \frac{1}{2R \left( 1 + \frac{R}{2} CS \right)}.$$

这一传递函数与图 5 所示的原  $RC$  滤波网络的传递函数完全相同。

上述分析表明: 用图 7 所示的组合网络来代替图 5 中的  $RC$  网络时, 若  $R_c = R$ ,  $C_1 = \frac{1}{3} C$ , 则两者的高频滤波效果是相同的。而由于开关输出阻抗随时间变化引入的误差, 则可降低近一个数量级。

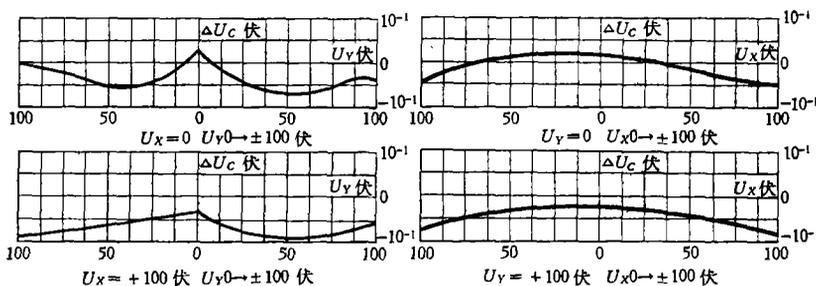


图 8. 误差曲线

根据上述原则构成的乘法电路, 当满刻度输出为  $\pm 100$  伏时, 其静态误差电压不大于 0.1 伏。图 8 示出了由实验测得的典型误差曲线。

## 二、相移补偿

在脉冲调制乘法器中, 为了将低频的工作信号从高频调制信号中分离出来, 必需在乘法器输出端进行滤波。通常利用输出相加环节兼做低通滤波器用, 此时滤波器由  $RC$  四

端网路及高增益直流放大器組成,其典型綫路示于图 9 中。滤波器的传递函数如下:

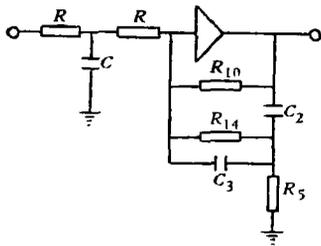


图 9. 滤波器电路

$$W_F(S) = \frac{K_F(1 + T_{F1}S)}{(1 + T_{F2}S)(T_{F3}^2 S^2 + 2\zeta T_{F3}S + 1)},$$

$$T_{F1} = \frac{C_2 + C_3}{R_{14} + R_{15}} R_{11} \cdot R_{15}, \quad T_{F2} = \frac{R}{2} C,$$

$$T_{F3}^2 = \frac{R_{10}R_{14}C_2C_3R_{15}}{R_{14} + R_{15}},$$

$$2\zeta T_{F3} = \frac{\left(C_2 + C_3 + C_2 \frac{R_{10}}{R_{14}}\right) R_{14}R_{15}}{R_{14} + R_{15}}.$$

所謂乘法器的頻率特性一般是指:当某一輸入变量固定为常数  $E$  时,另一輸入变量与輸出乘积間随頻率变化的关系。当信号頻率較調制頻率低得多时,根据图 4 及图 9,可以求出脉冲調制乘法器两个輸入通道的頻率特性:

$$W_P(j\omega) = \frac{K_F \gamma \beta}{\alpha} \cdot \frac{(1 + T_{F1}j\omega)}{(1 + T_{F2}j\omega)(1 - T_{F3}^2 \omega^2 + 2\zeta T_{F3}j\omega)}.$$

由此可見,乘法器两个輸入通道的頻率响应主要是受到滤波特性的限制。实际上,乘法器輸入信号的可用頻率上限数值要較滤波特性衰減三分貝处的頻率低得多。这是由于当頻率增高时,虽然幅值誤差很小,但引入的相移誤差却很严重。文献 [1] 所記載的脉冲調制乘法器,其幅頻特性衰減三分貝处的頻率約 1 千周,而在 100 周时的相移則达  $8^\circ$ 。輸出相移誤差的关系式如下:

$$\Delta\Phi = \text{tg}^{-1} T_{F2}\omega + \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta T_{F3}\omega}{1 - T_{F3}^2 \omega^2} - \text{tg}^{-1} T_{F1}\omega. \quad (11)$$

式中由于輸入  $RC$  慣性环节引入的相移  $\text{tg}^{-1} T_{F2}\omega$  是相移誤差中的主要部分。

在考虑滤波特性时,由于存在着相移及輸出高频噪声之間的矛盾,在参量  $T_{F1}$ 、 $T_{F2}$ 、 $T_{F3}$  的选择上,只能在两者之間采取折衷的数据。因此若从滤波网路的綜合方法上来改

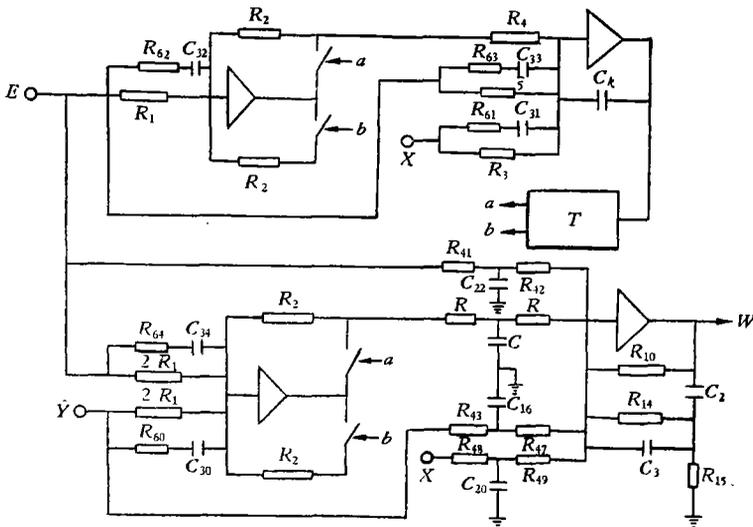


图 10. 具有相移补偿的乘法器电路

善相移特性,将受到限制。

采用相移补偿的方法,可以在不增大输出噪声的情况下,改善乘法器的相移误差。实际采用的相移补偿电路见图 10。在积分器和电子开关的输入端,在与高频调制信号无关的低频工作信号的各个支路内,都引入了相位超前环节,用以补偿滤波器输入  $RC$  网路引入的滞后相移。

可以写出信号通道内的传递函数:

$$W_F(S) = \frac{K_F \gamma \beta}{\alpha} \cdot \frac{(1 + T_{F1}S)(1 + T_k S)}{(1 + T_{F2}S)(1 + AT_k S)(T_{F3}^2 S^2 + 2\zeta T_{F3}S + 1)},$$

$$T_k = (R_{61} + R_3)C_{31} = (R_{60} + 2R_1)C_{30},$$

$$AT_k = R_{61}C_{31} = R_{60}C_{30},$$

$$A \text{ 为常数, } 0 \leq A \leq 1.$$

此时,相移误差为:

$$\Delta\Phi = \text{tg}^{-1} T_{F2}\omega - \text{tg}^{-1} T_k\omega + \text{tg}^{-1} AT_k\omega + \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta T_{F3}\omega}{1 - T_{F3}^2 \omega^2} - \text{tg}^{-1} T_{F1}\omega, \quad (12)$$

令  $T_k = T_{F2}$ , 则

$$\Delta\Phi = \text{tg}^{-1} AT_{F2}\omega + \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta T_{F3}\omega}{1 - T_{F3}^2 \omega^2} - \text{tg}^{-1} T_{F1}\omega, \quad (13)$$

式中  $A$  为补偿系数。当  $A$  等于 1 时,无补偿。当  $A$  等于 0 时,则全补偿。 $A$  值选择不宜过小,必需考虑到它对开关及积分放大器开环频率响应的影响。

由于引入的补偿环节都是在与调制无关的信号通道内,所以它并不影响滤波器的传递函数,因而也不会导致输出噪声的增大。电容  $C_{16}$ 、 $C_{20}$  的引入,是为了保证乘法器交流相乘时正确的运算关系。参数的选择应满足

$$\frac{R_{43} \cdot R_{47}}{R_{43} + R_{47}} C_{16} = \frac{R_{48} \cdot R_{49}}{R_{48} + R_{49}} C_{20} = AT_k.$$

电阻  $R_{62}$ 、 $R_{63}$ 、 $R_{64}$  及电容  $C_{32}$ 、 $C_{33}$ 、 $C_{31}$  的引入,是为了保证系统作为除法器运行时正确的运算关系。当滤波器输入  $RC$  网路以组合网路代替时,上述关系及参数必须作相应地修正。由实验测得的具有相移补偿的脉冲调制乘法器的幅相对数频率特性见图 11。

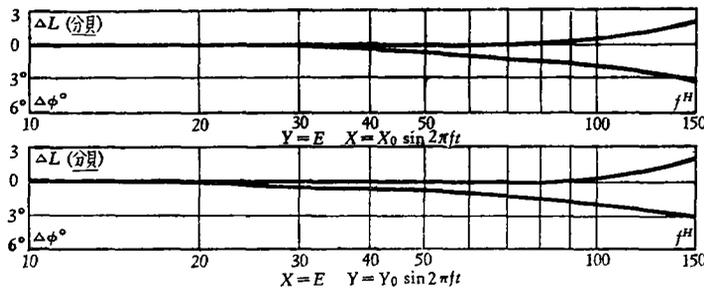


图 11. 两个乘量通道的幅相频率特性

## 结 语

1. 采用单极性输出的电压开关构成乘法电路,并按照最小误差区域的条件选择参数,

可以减小由于控制脉冲非理想性及开关输出方波非理想性所引入的误差。

2. 利用调幅电压开关另一反馈输出的倒相信号, 可以在不影响乘法器其他品质的情况下, 减小由于开关工作状态变化所引入的误差。

3. 由输出低通滤波器引入的滞后相移, 可以在与高频调制无关的低频信号通道内加以补偿。

4. 按上述原则实现的乘法器, 其静态误差电压不大于 0.1 伏 (满刻度变化为  $\pm 100$  伏), 两个输入通道的频率特性在 100 周时的相移被减小到  $2^\circ$ 。

### 参 考 文 献

- [1] Morill, C. D., Baum, R. V., Stabilized Time Division Multiplier, *Electronics*, **25** (1952), No. 12.
- [2] Goldberg, E. A., A High Accuracy Time Division Multiplier, *RCA Review*, **8** (1952), Sept.
- [3] Lejet. Lilamand, M., A Time-division Multiplier, *IRE Transaction on Electronic Computers*, 1956, March.
- [4] Sternberg, S., An Accurate Electronic Multiplier, *RCA Review*, **16** (1955), Dec..

## IMPROVEMENT OF STATIC AND DYNAMIC ACCURACIES OF TIME DIVISION MULTIPLIER

WANG CHENG-CHUNG

In this paper the static and dynamic errors of time division multiplier are discussed, and some methods for their improvements are introduced. By using these methods the static error and phase shift at 100 c/s can be reduced to 0.1 V (for input and output ranges between  $\pm 100$  V) and  $2^\circ$  respectively.