第 3 卷 第 4 期 1965 年 10 月
自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA
Vol. 3, No. 4 Oct., 1965

多端接点网络的综合的碼子图解法*

王 芳 雷

摘 要

本文利用函数图形的运算来综合多端接点网络. 这种图解法在纸上进行实际演算时，较已有的十进数码图解法和二进数碼图解法更为简便、有效.

波伏罗夫 (Г. Н. Поваров) 最早提出的以代数运算为基础的串级法[1]，是综合多端接点网络的一个最基本的方法. 以后，罗金斯基 (В. Н. Рогинский) 在串级法的基础上，又提出把函数表示式表成十进数码，通过十进数码的运算来建立多端接点电路. 这便是十进数码图解法[2]，它对串级法作了一定的发展. 最近，国内的文献也出现了把函数表示式表示成二进数码，通过对二进数码的运算，建立多端接点电路的二进数码图解法[3]，对罗金斯基的图解法在某些方面作了改进. 本文现提出一种新的图解法，其基本出发点是把函数表示式表示在卡诺图上，通过函数图形的运算建立多端接点电路.

串级法，十进数码图解法，二进数码图解法，以及本文的码子图解法，在运算原理上都是基本相同的，即把给定的函数表示式进行逐级分出转换接点的分解运算，在运算过程中，把函数表示式相等价的支路进行合并、简化，以构成接点电路.

在本文的码子图解法中，也考虑了在转换接点分出直接引出支路的简化方法. 这时，对支路进行合并，需仔细检查虚假支路. 码子图解法的整套运算包括有以下几点:

1）建立函数表示式的图形—码子图;

2）逐级分出转换接点的函数图形的分解;

3）码子图重合性的检查，接点支路的合并;

4）在转换接点上直接引出支路;

5）检查虚假支路;

6）几种特殊的简化处理.

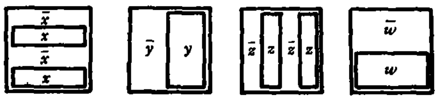
一、函数表示式的图形—碼子图

在函数表示式的简化方法中，有一个著名的卡诺图简化法[4]. 对四个接点变数来说，每个接点变数的图形规定为图 1a 的形式. 根据接点（或表示式）的逻辑加在卡诺图上相当于接点（或表示式）图形相加，接点（或表示式）的逻辑乘在卡诺图上相当于取出接点（或表示式）图形的公共区域的简单规则，可将给定的函数表示式表示成码子图. 例如，对于函数表示式

$$f(w, x, y, z) = \bar{x}(wy + \overline{w}\overline{y}) + (\bar{x} + \bar{y})(wz + \overline{w}\overline{z}), \tag{1}$$

* 本文于 1964 年 11 月 3 日收到.

其相应的码子图如图 1b 所示，图中用黑点（即码子）表示出表示式的图形（在一般的码子图中，黑点表示必要码子，黑点加圈表示条件码子——种可以自由选用的码子）。



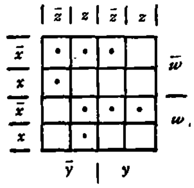


图 1.

和十进数码图解法相对照，在一幅码子图上实质上已同时表示出三种号码组，即黑点为必要号码组，黑点加圈为条件号码组，空白格为禁止号码组.

二、逐級分出轉換接点时碼子图的分解

定义 1：码子图的变数的个数称为码子图的级. n 个变数的码子图，称为 n 级码子图.

定理 1：把 n 级码子图按某变数的常开、常闭接点区域划分为两个 $(n-1)$ 级码子图，它们正就是这 n 级码子图在分出该转换接点时在常开、常闭接点支路上的码子图.

我们先来证明两个二级码子图通过转换接点就可直接合并成一个三级码子图的简单情况（图 2a）.

设 $f_1(y, z)$，$f_2(y, z)$ 是两个二级码子图的表示式. 当这两个表示式分别通过常开接点 x 和常闭接点 $\bar{x}$ 后合并成一条支路，这条支路的表示式 $\phi(x, y, z)$ 应为：

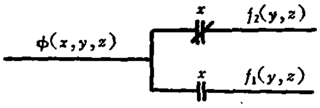
$$\phi(x, y, z) = xf_1(y, z) + \bar{x}f_2(y, z),$$

式中 $\phi(x, y, z)$ 的码子图是三级码子图，它是由表示式为 $xf_1(y, z)$ 的三级码子图的图形和表示式为 $\bar{x}f_2(y, z)$ 的三级码子图的图形之和. 而表示式为 $xf_1(y, z)$ 的码子图，则是在三级码子图上接点 x 的图形和表示式 $f_1(y, z)$ 的图形之乘积（取二图形的交迭区域），这个图形显然正就是二级码子图上表示式为 $f_1(y, z)$ 的图形. 同理，表示式为 $\bar{x}f_2(y, z)$ 的三级码子图图形，正就是表示式为 $f_2(y, z)$ 的二级码子图图形.

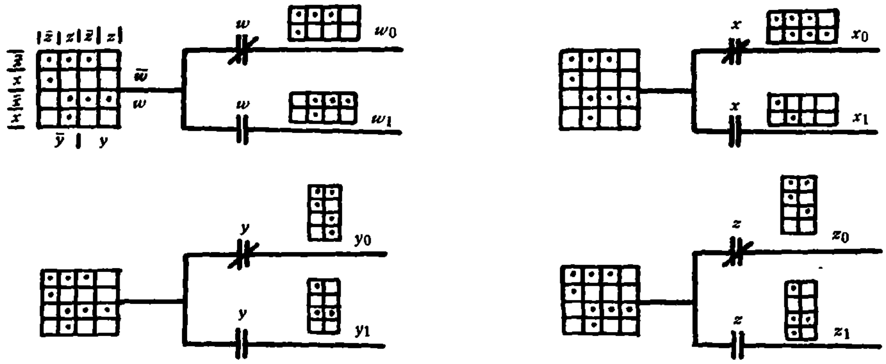
用同样方法可以证明：作为转换接点两条支路上的两个 $(n-1)$ 级码子图，通过此转换接点后，可以直接合并成一个 n 级码子图，此即转换接点合并支路上的码子图. 反言之，即为本定理所述.

本定理表述了逐级分出转换接点的码子图分解运算. 可见这种运算是极其简便的，只需按接点变数的区域进行分离码子图即可. 并且不管按怎样的次序分出哪一个变数的转换接点，运算仍然是同样的简便.

在图 2b 中，表述了对式(1)分出各个变数的转换接点的码子图分解. 在分解后的码子图的右下角，我们注上所分出的接点的符号（统称为接点符号）. 由接点符号，我们可以看出本码子图在原总码子图中的位置、码子图的级别以及从总码子图通至本码子图的接点支路（接点符号也可看作是这条接点支路的电导式）等等.



a



b

图 2.

三、碼子图重合性的检查,接点支路的合并

定义 2: 符号 $\{N_a(M_a)\}$ 表示一个码子图,其中 N_a 为必要码子的图形, M_a 为条件码子的图形. 若符号 L_a 表示空白格图形, 则有 $N_a + M_a + L_a = 1$, 1 表示整个码子图的图形.

定义 3: 若图形 A 包含在图形 B 中,我们就称图形 A 小于图形 B, 用符号 $A < B$ 表示;若图形 A 包含了图形 B, 则称图形 A 大于图形 B, 用符号 $A > B$ 表示. 显然,

若 $AB = A$, 则 $A \leqslant B$;

若 $AB = B$, 则 $A \geqslant B$.

定义 4: 若图形 A 和图形 B 之间不存在交迭区域,则称图形 A 和 B 是不相交的, 用表示式 $A \cdot B = 0$ 表示; 若图形 A 和图形 B 之间存在交迭区域, 则称图形 A 和 B 是相交的, 用表示式 $A \cdot B \neq 0$ 表示.

定义 5: 码子图右下角接点符号中的变数符号称为码子图的基底(与各变数排列次序无关). 只有基底相同的码子图,才可以进行相互比较.

定义 6: 若有基底相同的两个码子图 $\{N_a(M_a)\}$, $\{N_b(M_b)\}$, 其中 $N_a \leqslant N_b + M_b$, $N_b \leqslant N_a + M_a$, 则此二码子图是重合的码子图.

定义 7: 若有 n 个基底相同的码子图, 其中每一个码子图的必要码子图形包含在所有的码子图的图形(包括必要码子图形和条件码子图形)中, 则称这 n 个码子图是重合的.

定理 2: 两个基底相同的码子图若其中一个码子图的必要码子图形和另一个码子图的空白图形不相交,则此二码子图是重合的;相交,则是不重合的. 亦即

若
$$\begin{cases} N_a L_b = 0, \\ N_b L_a = 0, \end{cases}$$
则
$$\begin{cases} N_a \leqslant N_b + M_b, \\ N_b \leqslant N_a + M_a. \end{cases}$$

[证]:
$$N_a + M_a + L_a = 1,$$
$$N_b(N_a + M_a + L_a) = N_b \cdot 1 = N_b(\because N_b < 1),$$
$$N_b(N_a + M_a) + N_b L_a = N_b,$$
$\because$
$$N_b L_a = 0,$$
$\therefore$
$$N_b(N_a + M_a) = N_b,$$
$$N_b \leqslant N_a + M_a.$$

同理可证
$$N_a \leqslant N_b + M_b.$$
(这里加和乘均为和逻辑相对应的图形运算)．至此本定理证毕．

定理 3：由两个重合的码子图 $\{N_a(M_a)\}$，$\{N_b(M_b)\}$ 必定可以找到一个新的码子图 $\{N(M)\}$，其中 $N = N_a + N_b$，$M = M_a \cdot M_b$．这个新码子图可以同时代替码子图 $\{N_a(M_a)\}$ 和 $\{N_b(M_b)\}$，因此，$\{N(M)\}$ 即是该二重合码子图合并后的码子图．

[证]：根据码子图重合的定义：
$$\begin{cases} N_a \leqslant N_b + M_b, \\ N_b \leqslant N_a + M_a, \end{cases}$$
我们有
$$N + M = (N_a + N_b) + (M_a \cdot M_b),$$
$$N + M \leqslant (N_b + M_b) + N_b + (M_a \cdot M_b) \leqslant N_b + M_b.$$
再者
$$N + M \leqslant N_a + (N_a + M_a) + (M_a \cdot M_b) \leqslant N_a + M_a,$$
由此得
$$N + M \leqslant (N_a + M_a),(N_b + M_b). \tag{2}$$
又

$\because$
$$N = N_a + N_b,$$
$\therefore$
$$N \geqslant N_a,\quad N_b. \tag{3}$$

由式(2)、(3)可看出码子图 $\{N(M)\}$ 是可以同时代替码子图 $\{N_a(M_a)\}$ 和 $\{N_b(M_b)\}$ 的．换言之，若两条支路的码子图 $\{N_a(M_a)\}$，$\{N_b(M_b)\}$ 是重合的，则这两条支路可合并成一条，其码子图为 $\{N_a + N_b,\ (M_a \cdot M_b)\}$．此即合并接点支路的运算规则．图 3 中表

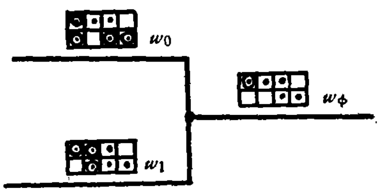


图　3.

述了检查码子图重合性和支路合并的运算. 码子图合并时,其接点符号也要进行合并,符号中的指数 0 和 1 合并后记作 ϕ.

四、在轉換接点上直接引出支路

利用分解转换接点和检查重合性合并支路这两个码子图的运算, 我们就可从给定的函数表示式建立一个塔形转换接点电路.

现研究如何建立一个更为简化的接点电路问题.

定义 8: 把码子图的图形拆成两部分,分别组成两个同级的码子图, 这种运算称为码子图的同级和式分解. 通过这种分解,一条支路将被分为两条相并联的支路.

通过同级和式分解后得到的两个码子图, 其中一个的必要码子可作为另一个的条件码子.

定理 4: 把通过转换接点分解后的两条支路再进行码子图的同级和式分解, 如果从这两条支路的码子图中能分解出相同的码子图, 则这两个相同的码子图所代表的两条支路可合并成一条,并应移至该转换接点前的支路上去 (见图 4).

图 4.

[证]: 由图 4 可知

$$\bar{x}_i \cdot f_1 = \bar{x}_i(f_{1p} + f_q) = \bar{x}_i \cdot f_{1p} + \bar{x}_i \cdot f_q,$$
$$x_i \cdot f_2 = x_i(f_{2p} + f_q) = x_i \cdot f_{2p} + x_i \cdot f_q,$$

故

$$\bar{x}_i \cdot f_1 + x_i \cdot f_2 = \bar{x}_i \cdot f_{1p} + x_i \cdot f_{2p} + f_q,$$

式中 f_q 的接点支路, 就是在转换接点上直接引出的支路. 适当地利用直接引出的支路, 往往有助于电路结构的简化. 图 5 示出了转换接点上直接引出支路的码子图运算.

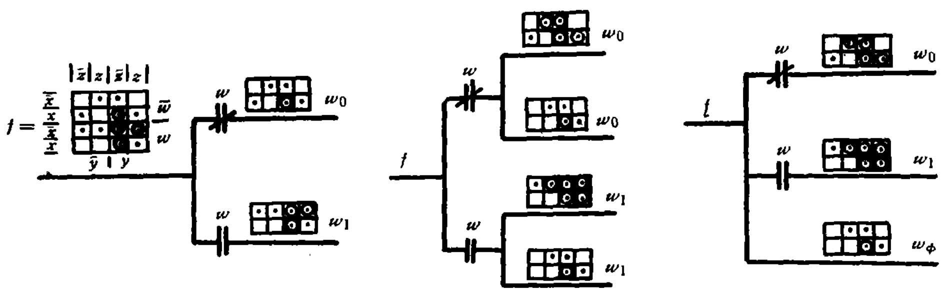


图 5.

直接引出支路的码子图并不是唯一的, 它可以在零和转换接点两条支路的码子图乘

积之间任意选择，即 $0<f_q\leqslant f_1\cdot f_2$.

五、检查虚假支路

1. 迂迴路的概念

定义 9：在转换接点上直接引出支路 f_q 后，它就与通过转换接点分出的两条支路 f_{1p} 及 f_{2p} 相并联，并联支路中的一条支路将潜伏着与另一条支路相导通的情况，这种潜伏着与他支路相导通的支路，称为迂迴路.

定义 10：潜伏有迂迴路的支路当进行支路合并时，一条支路的迂迴路将潜入到另一条支路中去. 如果这时使给定表示式发生变化，则这样的迂迴路称之为虚假支路.

为了考虑在接点电路中实际存在的迂迴路，我们在支路线的下面写上和迂迴路表示式相应的迂迴码子图. 对于在同一条支路上的支路码子图和迂迴码子图，实际上可看成是联在这条支路后的两条并联着的接点电路.

2. 迂迴码子图的构成

迂迴码子图就是要潜入到本支路中来的这条支路的码子图，故迂迴码子图只不过是支路码子图的搬移而已(只搬图形，不搬接点符号). 迂迴码子图的接点符号必需重新建立，首先是把搬移过程中经过的接点符号作为迂迴码子图接点符号中的第一位符号[1].

在同一条支路上的迂迴码子图和支路码子图的基数是相同的. 图 6 中示出了一个带直接引出支路的转换接点电路在各条支路上的迂迴码子图的构成方法. 实际上，我们在运算时，并不需要在每条支路下面，都标出迂迴码子图，而是仅在欲进行合并且是重合的支路上标出迂迴码子图. 这个迂迴码子图可以很方便地直接从总的迂迴码子图中取出，亦即在总的迂迴码子图中，取出由它通到本支路所经过的接点支路的表示式图形.

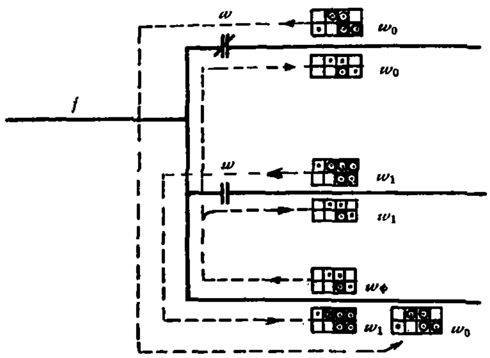


图 6.

3. 迂迴码子图的运算

迂迴码子图也象支路码子图一样，表征一个特定的接点电路. 随着支路的分解、合并等图解运算的进行，迂迴码子图亦需对其作相应的运算，以保证在各条支路上直接表示出存在于本支路上的迂迴路.

根据迂迴路的概念，不难看出以下几个关于迂迴码子图的运算规则是成立的：

1）当对某条支路进行分出转换接点的分解时，迂迴码子图亦按支路码子图的相同的运算规则，进行码子图的分解运算，分解后，在接点符号上累记下所分出的接点符号；

2）当一条支路通过同级和式分解分成两条并联的支路时，支路的迂迴码子图将同时被搬移到这两条并联的支路上去.

3）两条支路进行合并时，若这两条支路的迂迴码子图的接点符号一致，则此两个迂

1）迂迴码子图的接点符号和支路码子图的接点符号意义相同，它表明本迂迴码子图在总迂迴码子图中的位置，从总迂迴码子图通至本迂迴码子图的接点支路.

迴码子图可以相加,否则,在合并的支路上必须同时放上两条支路的迂迴码子图.

4) 当某条支路分出带直接引出支路的转换接点时,应根据直接引出支路的建立原理及前述三条运算规则,把分解在转换接点两条支路上的两个迂迴码子图都搬移到直接引出支路上(当然,在直接引出支路上,还存在由所在转换接点两条支路潜入的迂迴码子图).

4. 迂迴码子图的修正

支路码子图中的条件码子在运算过程中,或被选定为必要码子,或被选定为空白格.一经选定后,由它产生的迂迴码子图中的条件码子也应作相应的选定.此即迂迴码子图的修正. 修正时,改为必要码子的条件码子,可通过把圆圈涂黑的方法加以表示出来.其余未作修正的条件码子,则可看成是空白格. 在具体运算中,我们可以不必对逐条支路进行修正,和直接一步写出分支路的迂迴码子图的方法一样,可根据支路的接点符号,首先修正总的支路码子图和总的迂迴码子图,而后再直接修正在分支路上的迂迴码子图.

5. 虚假支路的检查方法

由于迂迴路的存在,在合并接点支路时,不仅要考虑进行合并的两条支路的重合性问题,而且还要考虑一条支路的迂迴路潜入另一条支路中形成虚假支路问题. 根据在一条支路上的迂迴路和本支路表示式的接点电路是并联的接点电路的看法,可知在两条支路合并时,在合并支路表示式的接点电路上并联了这两条支路的迂迴路.

在某接点电路中附加了迂迴路 f_B 后(见图 7),当满足下面两个条件之一时,迂迴路 f_B 对这个接点电路便不是虚假支路:

$$f_B \cdot f_{A1} = 0,$$

$$f_B \leqslant f_{A2}.$$

据此,我们得到检查虚假支路的规则是:当两条重合的支路合并时,若其中一条支路的迂迴路码子图的接点符号电导式[1] 和另一条支路的支路码子图的接点符号电导式的乘积等于零,或者其中一条支路的迂迴码子图的图形小于等于另一条支路的支路码子图的图形,则这两条支路合并后不会产生虚假支路,因而合并是允许的;否则,两条支路合并后必将产生虚假支路,这样的支路合并便是不允许的.

综合运用上述几种运算,我们就可通过码子图运算来综合多端接点网络. 例如,对于式(1)的函数表示式,其码子图的整个运算过程如图 8 所示[2].

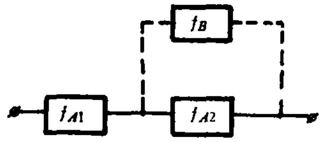


图 7.

1) 把接点符号看成是一个接点电导式.

2) 为简单起见,这里只列举一个综合单端接点网络的例子. 当同时给定几个函数表示式时,这时将构成多端接点网络,其码子图的运算方法仍相同.

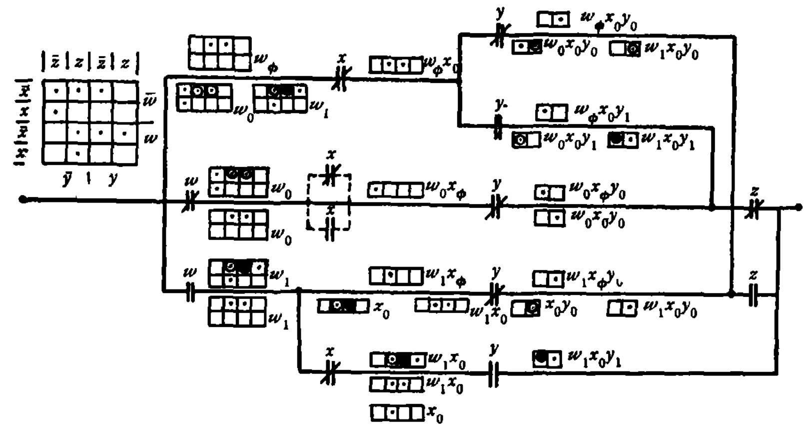


图 8.

六、几个特殊的简化方法

1. 码子图的同级和式分解

前面我们曾采用同级和式分解构成直接引出支路，从而使电路更为简化. 同样，我们也可在运算过程中，对一条支路进行同级和式分解. 有时这样做可获得更简化的电路. 例如，对式(1)的表示式，采用了同级和式分解运算后，所得到的电路要比图 8 减少两个接点. 其码子图运算如图 9 所示.

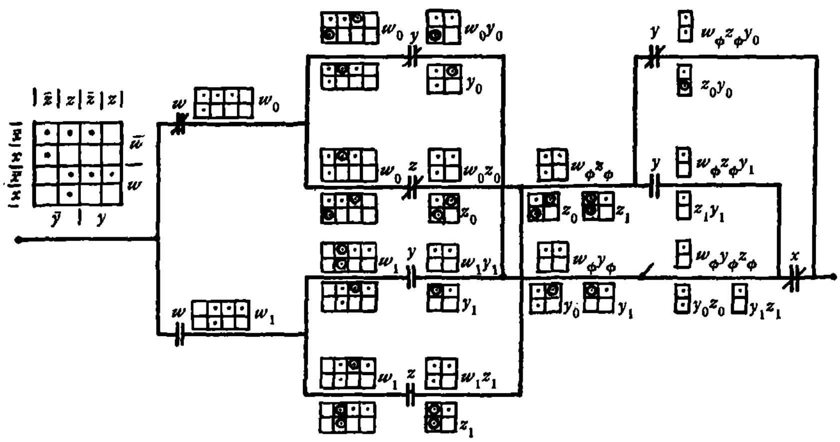


图 9.

2. 码子图的同級乘式分解

把一个码子图的图形拆成两个同级码子图图形的积，这样的运算称为码子图的同级乘式分解. 通过同级乘式分解，一条接点支路可用两条相串联的接点支路代替，这样，有时将有助于接点电路的进一步简化. 图 10 中示出了一个运用同级乘式分解的运算实例.

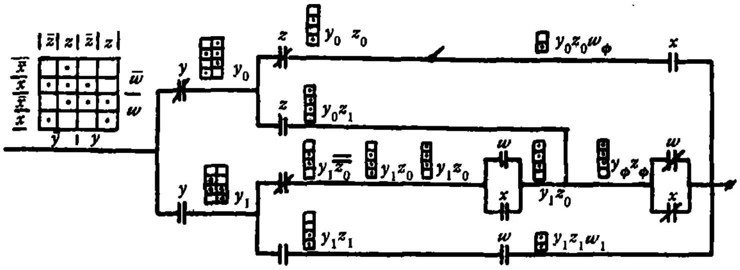


图 10.

3. 以迂迴路代替接点支路

运算时，如果发现同一条支路上迂迴码子图的图形大于或等于支路码子图的必要码子图形，并且迂迴码子图的接点符号也大于或等于支路码子图的接点符号（接点符号中，符号 $\phi > 1, 0$；不存在的接点符号，相当于符号 ϕ），则这时可用迂迴路代替支路的接点电路，而把这条支路断开．这样的运算，往往可以简化接点电路．

把这条支路断开后，必须相应地对由它产生的迂迴码子图进行修正（图中方格內划上一条斜线表示去消码子）．有时，随着这条支路的断开，却使本支路的迂迴码子图也作了修正．显然，在这种情况下，以支路上的迂迴路代替本支路的接点电路将是不可行的．下面是一个以迂迴路代替接点支路的例子：

给定两个函数表示式

$$\begin{cases} f_1(x, y) = z + x\bar{y}, \\ f_2(x, y, z) = \bar{z} + x\bar{y}. \end{cases}$$

在图 11 中示出了用码子图解法进行运算的情况．图中支路 a，由于以迂迴码子图代替支路码子图，故可使之成断路．

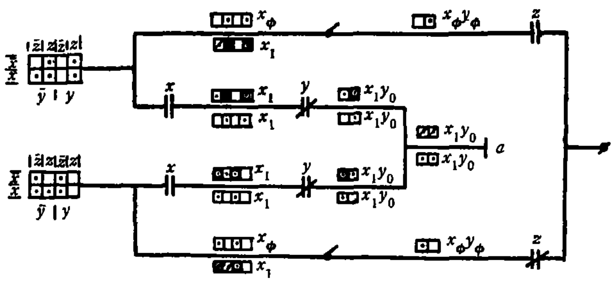


图 11.

七、碼子图解法和十進数碼图解法及二進数碼图解法的比較

码子图解法和十进、二进数码图解法的根本区别是：前者是图形运算，后者是号码运算．图形运算以整个图形作为一个运算单元，号码运算运算时是对一个一个号码逐个进行运算，因此，在紙上进行实际演算时，码子图解法要较十进、二进数码图解法简便，特别在变数多时更显简便．

下面将三种图解法的各个对应的运算作一具体比较：

序号	比较项目	十进数码图解法	二进数码图解法	码子图解法	比较结果
1	函数表示式的表示方法	通过代数运算，把表示式变换成基本乘加式，然后再译成十进位组码	通过代数运算，把表示式变换成基本乘加式，然后再译成二进位组码	根据卡诺图的图示原理，直接一步把表示式转换成图形—码子图	码子图解法较佳
2	在纸上写下一条支路表示式的简便性	用十进数码写下支路的必要号码组和条件号码组，有时尚需写下禁止号码组	n 个变数的表示式需要写出 2^n 个号码(1, 0)	按一定的几何形状在坐标纸上点出图形	同上
3	分解转换接点的运算	先将所要分解的转换接点的权数变换为最大（号码变换），然后进行分码和变码	进行分码(号码运算)	分离图形(图形运算)	同上
4	检查支路的重合性	两个组码进行比较	对应位置的号码一一进行比较	重迭码子图（图形比较）	同上
5	建立直接引出支路的方法	同上(取出相同号码)	同上（取出相同的号码）	码子图的乘积	同上
6	建立迂迴码的方法	把支路号码组进行变码	需要建立上基底	迂迴码子图是支路码子图的搬移	同上
7	迂迴码的运算	进行分码(号码运算)	进行分码(号码运算)	分离图形(图形运算)	同上
8	虚假支路的检查	建立禁止码，对迂迴码和禁止码进行一一比较	对迂迴路码和支路码进行一一比较（号码运算）	重迭两个码子图（图形运算）	同上
9	运算的直观性	号码组和表示式之间看不出彼此关系	号码组和表示式之间看不出彼此关系	码子图和表示式之间存在明显关系	同上
10	运算的提示性（提示下一步应采取怎样的运算较为有利	没有提示性（只是在运算结束时，才揭示出本运算方案的效果）	提示不够明显	提示比较明显（由图形形状可以事先得到应采取某种运算较为有利的提示）	同上
11	直接从总的迂迴码写出某条支路上的迂迴码	很困难	很困难	很方便	同上
12	迂迴码子图的修正	难以考虑	不够方便	较方便	同上
13	用迂迴路代替原支路	难以考虑	号码组比较	图形比较	同上
14	乘式分解和加式分解的简化方法之利用	难以考虑	难以考虑	可以考虑	同上

此外，码子图解法比罗氏十进数码图解法还具下述两个优点(二进数码图解法中也不存在这些优点)：

1）采用罗氏十进数码图解法，每当改变一种运算方案时，需要改变基数的排列对表示式的号码组进行变码运算，而采用码子图解法，则不需要进行这样的运算。

2）在罗氏图解法中，规定必须按变数的权数由大到小地按固定的次序分解变数的转换接点，并且在电路的同一级上需是同一个变数的接点[1]。

这样的规定，其所带来的后果首先是使继电器的载荷(接点数)不均匀，中间大，两头

1）罗氏图解法的这个规定主要是为使运算规则简单、运算手续刻板，可以实现机器操作. 罗氏图解法也可不按变数的权由大到小的次序来分解变数的转换接点，但这时号码的转译规则将变得非常复杂，既不便于实现机器操作，也不适合于进行纸上演算.

小，降低电路的可靠性．载荷超过实际允许值时，尚需增加继电器来分担载荷．其次是使各接点的位置布局受到了限制，只能按照基数的排列陣势布局，从而限制了获取更为简化的电路的可能性（罗氏图解法远没有包括所有可能的电路方案）．此外，还必须对 $n!$（n 为变数的数量）个方案运算完毕后，才能获得最后结果，这在实际演算时是很烦杂的．这些缺点在码子图解法中都不存在．

综上所述，码子图解法在实际演算时要较十进数码和二进数码图解法简便得多．这种图解法也可以说是一种综合桥接电路的实用方法．如果把码子图做成穿孔板（或带）形式的模板，则这种图解法也可实现手动的或机动的模板运算[5]．

参 考 文 献

[1] Поваров, Г. Н., Исследование контактных схем с минимальным числом контактов, дисс, ИАТ АН СССР, 1954.

[2] Рогинский, В. Н., Элементы структурного синтеза релейных схем управления, изд. АН СССР, Москва, 1959.

[3] 王雨新，多端接点网络综合的图解法，自动化学报，2（1964），第1期．

[4] Samuel, H. Caldwell, Switching Circuits and Logical Design, John Wiley and Sons, Inc., 1958.

[5] Рогинский, В. Н., Графо-ленточный метод построения контактных (1, к) полюсников, проблемы передачи информации, вып. 6, 1960.

A MAP METHOD FOR THE SYNTHESIS OF MULTITERMINAL CONTACT NETWORKS

Wang Fong-rei

In this paper a new graphical method to synthesize the multi-terminal contact networks by manipulating the function diagram is presented. This new graphical method is simpler and more efficient than the graphical method of the binary codes or decimal codes.