第 2 卷 第 1 期 自 动 化 学 报 Vol. 2, No. 1
1964 年 1 月 ACTA AUTOMATICA SINICA January, 1964

在連續控制系統中应用时滞元件滤波器作为校正装置的几个必要条件[1)]

王 新 民

摘 要

在应用时滞元件滤波器校正連續控制系統时，滤波器的传递函数必需滿足几个条件. 不然，自动控制系統将是不稳定的；或者当系統参数稍微变动时，系統即变为不稳定的. 本文論述了时滞元件滤波器必需滿足的条件，并且指出，某些文献[9-11] 由于沒有注意到这些必要条件，因而有些結論需作具体商討.

一、緒 言

时滞元件滤波器是由时滞元件組成的綫性装置，它能使輸入信号滞后某些不同的时間間隔，而使輸出信号成为这些滞后信号乘以不同比例系数后的和. 图 1 是一个由 n 个时滞元件組成的滤波器的方块图. 它的传递函数可以用下式表示：

$$D^*(p) = a_0 + a_1e^{-pT} + a_2e^{-2pT} + \cdots + a_ne^{-npT}, \tag{1}$$

式中 T 表示每个时滞元件的滞后時間，a_0, a_1, a_2, $\cdots$, a_n 是滤波器的参数，而 n 是滤波器的阶数，它标志时滞元件的数目.

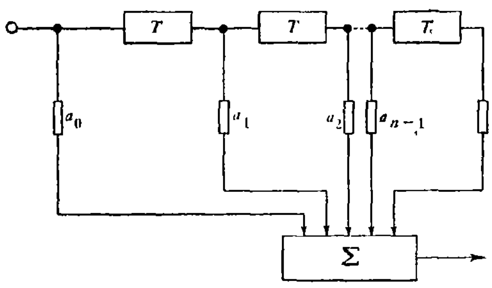

图 1.

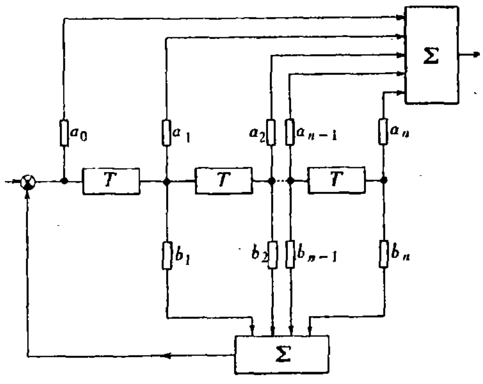

图 2.

更一般的、具有反饋回路的时滞元件滤波器的方块图可参閱图 2. 它的传递函数具有下列形式：

$$D^*(p) = \frac{R^*(p)}{S^*(p)} = \frac{a_0 + a_1e^{-pT} + \cdots + a_ne^{-npT}}{1 + b_1e^{-pT} + \cdots + b_ne^{-npT}}. \tag{2}$$

1) 本文曾在 1961 年11月中国自动化学会(天津)学术报告会上宣讀.

时滞元件滤波器具有一系列特点：当 p 沿虚軸变化时，其传递函数具有周期性的特点；滤波器装置具有极大的通用性，其参数可以很方便地进行选择与調整；根据时間特性，可以很方便地进行控制系統的設計和綜合等等．这些特点使时滞元件滤波器很适于用来解决有关电信技术、电視技术、无綫电定位、自动化技术等方面的一系列科学技术問題．

最近几年，在文献中出現了不少有关在自动控制系統中应用时滞元件滤波器的文章[1—11]．在这些文章中，时滞元件滤波器被用来改善自动控制系統的动态特性，获得有限时間的系統过渡过程特性及补偿系統中的时滞环节对系統动态特性的有害影响等等．

但是，在自动控制系統中使用时滞元件滤波器时，必需使滤波器的传递函数满足某些条件，不然，自动控制系統可能是不稳定的，或当系統各环节的参数稍微变动时，系統即变为不稳定的．某些文献[9—11]，由于未考虑这些条件，因此，有些結論值得作具体研究．

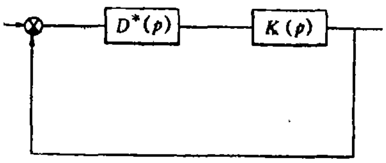

图　3.

本文簡短地討論了在自动控制系統中时滞元件滤波器必需满足的几个条件．为了叙述方便起見，以后我們将把这些必需满足的条件称为时滞元件滤波器的可能使用条件．

假定我們要研究的自动控制系統具有如图 3 所示的方块图．

系統不能变动的部分具有下列形式的传递函数：

$$K(p) = \frac{c_0p^m + c_1p^{m-1} + \cdots + c_m}{p^k + d_1p^{k-1} + \cdots + d_k} = \frac{c_0 \prod\limits_{i=1}^{m} (p + p_i')}{\prod\limits_{j=1}^{k} (p + p_j'')}, \qquad m < k. \tag{3}$$

当系統沒有靜态誤差时，$d_k = p_k'' = 0$．假定时滞元件滤波器的传递函数具有如式 (2) 的形式．如此，整个閉路系統的特征方程可以写成下列关系式：

$$\begin{aligned}(c_0p^m + c_1p^{m-1} + \cdots + c_m)(a_0 + a_1e^{-pT} + \cdots + a_ne^{-npT}) + \\ + (p^k + d_1p^{k-1} + \cdots + d_k)(1 + b_1e^{-pT} + \cdots + b_ne^{-npT}) = 0.\end{aligned} \tag{4}$$

我們的任务在于确定时滞元件滤波器的传递函数或其参数必需满足的条件．

二、与滤波器传递函数极点有关的可能使用条件

首先研究与时滞元件滤波器传递函数极点在复变数 p 平面上的分布情况有关的可能使用条件．

我們先将式(4)按 p 的最高次方的系数 $S^*(p)$ 改写成下式

$$S^*(p) + \sum_{\substack{r=0,1,\cdots k-1 \\ s=0,1,\cdots n}} L_{rs}p^{r-k}e^{-spT} = 0, \tag{5}$$

这里 L_{rs} 是实数．

現在假設函数

$$S^*(p) = 1 + b_1e^{-pT} + \cdots + b_ne^{-npT}$$

有一个 p_1 的根，它位于 p 复变数的有限平面上．那末，由于超越函数 $S^*(p)$ 周期性的特

性，$S^*(p)$ 将有无穷个 $p_1 \pm \frac{2h\pi j}{T}$ 的根（h 是个整实数）．换句話說，我們有下列关系式：

$$S^*(p_1) = S^*\left(p_1 \pm \frac{2h\pi j}{T}\right) = 0. \tag{6}$$

我們試求特征方程(5)具有 $p_1 + \xi + \frac{2l\pi j}{T}$ 形式的解．取 l 为一个很大的整实数，而 ξ 为一个很小的、未知的复数．把 $p = p_1 + \xi + \frac{2\pi l j}{T}$ 代入式(5)，可得

$$S^*\left(p_1 + \xi + \frac{2l\pi j}{T}\right) + \delta(\xi) = 0, \tag{7}$$

此处 $\delta(\xi)$ 表示代入式 (5) 后，除去 $S^*\left(p_1 + \xi + \frac{2l\pi j}{T}\right)$ 以外的各項之和． 非常明显，$\delta(\xi)$ 是 ξ 的解析函数．而当 l 值趋向无穷大时，$\delta(\xi)$ 一致收斂于零．

由于当 l 趋向无穷大时，式(7)左边一致收斂于函数 $S^*\left(p_1 + \xi + \frac{2l\pi j}{T}\right)$，而从式(6)可知 $S^*\left(p_1 + \xi + \frac{2l\pi j}{T}\right) = 0$ 具有明显的 $\xi = 0$ 的解．因此，当 l 值足够大时，式(7)具有接近于零的 ξ_l 解．也就是說，当 h 值足够大时，系統的特征方程 (4) 将拥有非常接近于 $p_1 + \frac{2h\pi j}{T}$ 的根．

从上面的討論可知，只要 $S^*(p)$ 函数有一个根位于 p 复变数的右半平面上，系統特征方程就将拥有具有正实数部分的根．因此，这样的系統是不稳定的．

根据同样的理由可知，倘使 $S^*(p)$ 有位于虛軸上的根，则整个閉路系統的特征方程将有非常接近于虛軸的根（甚至可能有具有正实数部分的根）．因此，这样的系統也不能满足稳定的要求．同样，函数 $S^*(p)$ 也不宜具有接近虛軸的根．

在上述討論中，假定时滞元件滤波器是个理想元件．当滤波器頻带寬度有限时，系統不稳定問題仍可能发生．此时，应对具体系統作具体分析．

順便指出，在文献[9]中，作者建議采用具有传递函数 $D^*(p) = \frac{1 - ke^{-pT}}{1 - e^{-pT}}$ 的滤波器作为調节器．根据前面的分析，可知这样的系統有可能是不稳定的．特别是当滤波器质量較高、頻带較寬时，系統不稳定的可能性更大．

总結以上所述，可将自动控制系統中时滞元件滤波器的第一个可能使用条件归結如下：时滞元件滤波器的传递函数的全部极点必需具有一定大的負实数部分，也就是說，滤波器本身应該是稳定的，并且应具有一定的稳定度．

三、与滤波器传递函数零点有关的可能使用条件

現在再考慮与时滞元件滤波器传递函数的零点在复变数 p 平面上分布情况相关的可能使用条件．

假設系統的不能变动部分的传递函数具有一个非負实数部分的极点 $p = -p_1''$． 分出这个极点后，可将式(3)中所示的它的传递函数改写成

$$K(p) = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{P(p)}{(p + p_1'')Q_1(p)}. \tag{8}$$

倘使时滞元件滤波器的传递函数具有 $p = -p_1''$ 的零点，那末，它的由式(2)所表示的形式可以改写成：

$$D^*(p) = \frac{R^*(p)}{S^*(p)} = \frac{R_1^*(p)}{S^*(p)}(e^{-pT} - e^{p_1''T}).$$

这样，閉路系統的传递函数将取如下的形式：

$$K_3(p) = \frac{P(p)R_1^*(p)(e^{-pT} - e^{p_1''T})}{P(p)R_1^*(p)(e^{-pT} - e^{p_1''T}) + (p + p_1'')Q_1(p)S^*(p)}. \tag{9}$$

由于分子与分母的表示式中都具有 $(p + p_1'')$ 的因子，因此，在理論上两者相互对消．于是，系統可以是稳定的．

但是，在实际的控制系統中，$D^*(p)$ 的零点和 $K(p)$ 的极点不可能完全正确地重合在一起．譬如說，由于系統不能变动部分的传递函数不能絕对精确地被測量出来，或是在实际运行情况下，它的参数不断地有些变动等等．这时，式(9)中 $K_3(p)$ 的分母中已不具有 $p = p_1''$ 的根，而具有与它相近似的非負实数部分的根．此根已不能与 $K_3(p)$ 分子中的 $(e^{-pT} - e^{p_1''T})$ 相对消．因此，系統就成为不稳定的了．

事实上是这样．当 $K(p)$ 的极点与 $D^*(p)$ 的零点不完全重合时，式(4)中的 $p^k + d_1p^{k-1} + \cdots + d_k$ 和 $a_0 + a_1e^{-pT} + \cdots + a_ne^{-npT}$ 将具有与 $(p + p_1'')$ 非常近似的因子．将式(4)乘以 e^{npT}，可得下列的标准形式：

$$(c_0p^m + c_1p^{m-1} + \cdots + c_m)(a_0e^{npT} + a_1e^{(n-1)pT} + \cdots + a_n) + \\ + (p^k + d_1p^{k-1} + \cdots + d_k)(e^{npT} + b_1e^{(n-1)pT} + \cdots + b_n) = 0.$$

此式具有 p^ke^{npT} 的主要項．所以，在特征方程(4)的根值与方程式的系数数値之間，存在着連續的相互关系[12,13]．

因此，当 $p^k + d_1p^{k-1} + \cdots + d_k$ 和 $a_0 + a_1e^{-pT} + \cdots + a_ne^{-npT}$ 不具有絕对相同的因子 $(p + p_1'')$ 时，式(4)的特征方程将具有 $(p = -p'' + \xi)$ 的根(这里，ξ 是个很小的复数)．由于假定此根具有非負实数部分，因此整个系統是不稳定的．

根据上面的討論，可以把时滞元件滤波器在自动控制系統中的第二个可能使用条件归結如下：时滞元件滤波器的传递函数不能在系統不能变动部分的传递函数非負实数部分的极点附近具有零点．同样，它也不宜在后者靠近虛軸的极点附近具有零点．

值得指出，上面所叙述的两个可能使用条件与通常的連續控制系統和脉冲控制系統中校正装置的传递函数必需滿足的条件非常相似[14,15]．只是在我們的系統中，对时滞元件滤波器传递函数极点分布的要求，比对其他系統中校正装置的要求更为严格些．

四、其他一些条件

除了上述可能使用条件外，时滞元件滤波器的传递函数还应滿足另外一些条件．

首先，时滞元件滤波器应是物理上可能被实現的．即在加入輸入信号前，輸出信号应該等于零(假定装置原先处于靜止状态)．換句話說，在时滞元件滤波器传递函数以 e^{-pT} 項的展开式中(它可能是多項式，也可能是无穷級数)，应只包含 e^{-pT} 的正冪数項．前面

式(1)和式(2)中的 $D^*(p)$，实际上都已考虑了可实现的条件.

使用时滞元件滤波器的系統，自然应滿足系統稳定性的条件. 对于这类系統的稳定判别准則，在文献中已有詳情的論述[1,13,16]，这里不再重复.

应該指出，在考虑系統的稳定情况时，需特别注意系統各环节的参数稍稍变更后可能引起的影响. 也就是說，所設計的控制系統应該是“粗糙”的，各环节参数的变动不会导致整个系統的不稳定.

在某些文献中[10,11]，由于沒有考虑上述条件，因而有些論点也是值得商討的. 在这些文献中，作者建議采用时滞元件滤波器来改善对象为純时滞环节的自动控制系統的控制質量(参閱图 4). 在理想情况下，时滞元件滤波器的滞后时間可与系統时滞环节的滞后时間完全相等. 因而，系統可以是稳定的. 但是，在实际情况下，两者不可能絕对相等，这时，系統的特征方程将是

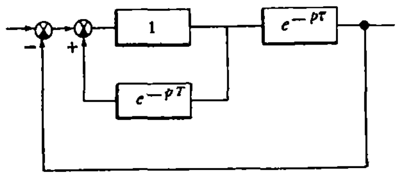

图 4.

$$1 + e^{-p\tau} - e^{-pT} = 0, \quad T \neq \tau,$$

此处，τ 和 T 分别是系統时滞环节和时滞元件滤波器的滞后时間.

上式所代表的系統稳定性用薩奇方法进行分析最为方便[17]. 为此，将上式分为二部分：

$$G_1(p) = 1 + e^{-p\tau}$$

和

$$G_2(p) = +e^{-pT}.$$

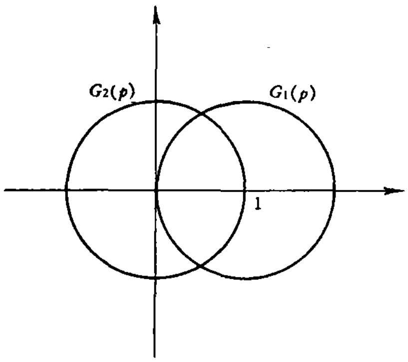

图 5.

图 5 示出了 $G_1(p)$ 和 $G_2(p)$ 的幅相特性. 从图 5 可知，当 $\tau \neq T$ 时，在一定頻率范围內，$G_1(p)$ 将围繞 $G_2(p)$. 因此，图 4 所示的系統是“不粗糙”的. 系統参数稍离其需要值时 ($T \fallingdotseq \tau$)，系統即成为不稳定的. 所以文献 [10、11] 中的論点需具体研究. 即使对象及滤波器頻带为有限时，仍需具体研究系統的“粗糙”性.

五、結　論

通过前面几节的分析，可以把在自动控制系統中采用时滞元件滤波器作为校正装置时必需滿足的几个条件归納如下：

1. 它的传递函数的所有极点必需具有一定大的負实数部分.

2. 在系統的不能变动部分传递函数具有非負实数部分的极点（以及在靠近虛軸的极点)附近，时滞元件滤波器的传递函数不能具有零点.

3. 在它的传递函数按 e^{-pT} 的展开多項式或无穷級数中，只能具有 e^{-pT} 的正冪数項. 也就是說，它必需滿足在物理上可以被实現的条件.

4. 它应使整个系統滿足稳定准則. 特别是当系統各环节的参数稍微变动后，整个控制系統仍应滿足稳定准則的条件.

参 考 文 献

[1] Ho, Y. C. and Scott, R. E., DeLay Line Method for Compensating Closed Loop Systems in the Time Domain, *National Convention Record of IRE*, 1955, part IV, 24—36.

[2] Sze, T. W., and Calvert, J. F., Short Time Memory Devices in Closed Loop Systems, *Application and Industry*, 1955, No. 21, 340—344.

[3] Smith, O. J. M., Posicast Control of Damped Oscillatory Systems, *Proceedings of IRE*, **45** (1957), No. 9, 1249—1255.

[4] Tallman, G. A., and Smith, O. J. M., Analog Study of Dead Beat Posicast Control, *Transactions of IRE, PGAC* **4** (1958), No. 2, 14—21.

[5] Smith, O. J. M., Closer Control of Loop with Dead Time, *Chemical Engineering Progress*, **53** (1957), No. 5.

[6] Smith, O. J. M., Mixed Distributed and Lumped Parameter Systems, *IRE Wescon Convention Record*, 1957, part II, 122—132.

[7] Ван Синь-минь, Коррекция непрерывной системы автоматического регулирования при помощи фильтра на элементах запаздывания, *Автоматика и Телемеханика*, **20** (1959), № 4, 437—446.

[8] Ван Синь-минь, Получение конечного времени переходного процесса в непрерывных системах автоматического регулирования, Автоматическое управление, Издательство Академии Наук СССР, 1960, 17—26.

[9] Reswick, J. B., A Dead Time Controller, Proceedings of the First International Congress of the International Federation of Automatic Control (Butterworths, 1961), Vol. III, 329—335.

[10] Reswick, J. B., Disturbance Feedback, *Transactions ASME*, **78** (1956), No. 1, 153—162.

[11] Reswick, J. B., Delay Line Series Techniques in Automatic Control, Doctor Thesis (MIT, 1954).

[12] Понтрягин, Л. С., О нулях некоторых элементарных трансцендентных функцией, *Известия АН СССР, серия математическая*, **6** (1942), № 3, 115—134.

[13] Неймарк, Ю. И., Устойчивость линеаризованных систем, ЛКВВИА, 1949.

[14] Bertram, J. E., Factors in the Design of Digital Controllers for Sampled Data Feedback Systems, *Application and Industry*, 1956, No. 6, 151—158.

[15] Bigelow, S. C., The Design of Analogue Computer Compensated Control Systems, *Application and Industry*, 1958, No. 11, 409—15.

[16] Соколов, А. А., Устойчивость систем с распределенными параметрами, *Инженерный сборник*, **2** (1946), Выпуск 2.

[17] 錢学森，工程控制論，科学出版社，1958，81—83.

FACTORS IN THE DESIGN OF DELAY LINE CONTROLLERS FOR CONTINUOUS FEEDBACK CONTROL SYSTEMS

WANG SING-MING

The use of the delay line filter as a correcting device for automatic control systems requires fulfilment of certain necessary conditions. Otherwise, the automatic control system will be unstable, or will be so after a minute variation of the system parameters. In this paper these conditions are formulated. It is also pointed out that in some works[9—11], these necessary conditions are not satisfied, hence, some of the conclusions of these works require further investigations.