

# 自整角机-交磁机-直流电动机随动系统的串并联校正\*

鄭維敏 崔子行

## 摘 要

本文从典型等值结构图出发,推得一种易于实现的串并联校正随动系统。分析表明,这种串并联校正系统具有良好的动态品质。由于校正网络的形式事先已经确定,因而可使系统的设计简化为对参数的选择。按照本文的方法所设计的系统,在工业试验中得到了较好的结果。

## 一、串并联校正环节的确定

可以用图1所示的串联校正  $W_s(s)$  来改造固有系统的传递函数  $W_0(s)$ ,从而使系统具有良好的动态品质。如果  $W_s(s)$  等于:

$$W_s(s) = \frac{(\tau s + 1)(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_{n-2} s + 1)s}{(T_1 s + 1)(\beta_1 T_1 s + 1)(\beta_2 T_2 s + 1) \cdots (\beta_{n-2} T_{n-2} s + 1)s}, \quad (1)$$

则由图1可见,  $W_s(s)$  可全部抵消固有系统  $W_0(s) \left( = \frac{k_1 k_2 \cdots k_{n-1}}{(T_1 s + 1) \cdots (T_{n-2} s + 1)s} \right)$  的零极点而代之以全新的零极点,其中  $\frac{-1}{T}$  及  $\frac{-1}{\tau}$  是一对偶极子,因此它是改善动静特性的有效方法。

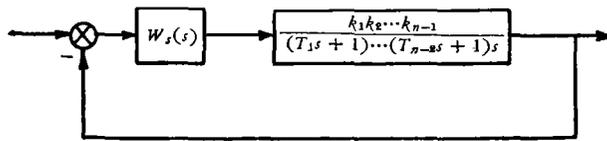


图1. 串联校正的结构图

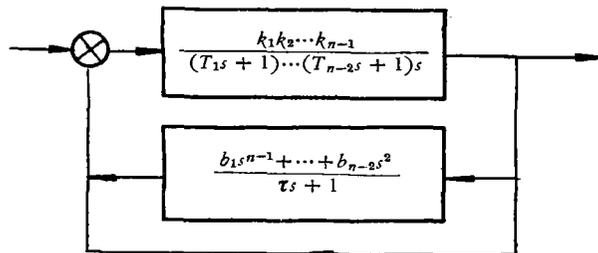


图2. 典型等值结构图

如果用并联校正代替串联校正  $W_s(s)$  的作用,则图2中的并联校正  $W_c(s)$  等于:

\* 本文于1964年1月23日收到。

$$\begin{aligned}
 W_c(s) &= \left( \frac{1}{W_s(s)} - 1 \right) \frac{1}{W_0(s)} \\
 &= \frac{(Ts+1)(\beta_1 T_1 s+1) \cdots (\beta_{n-2} T_{n-2} s+1) - (\tau s+1)(T_1 s+1) \cdots (T_{n-2} s+1)}{(\tau s+1)k_1 k_2 \cdots k_{n-1}} \cdot s \\
 &= \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-2} s^2}{(\tau s+1)}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

既然  $W_c(s)$  与  $W_s(s)$  是等值的, 因此采用式(2)的并联校正也可以充分改善动态品质。图 2 的结构图被称为典型等值结构图。文献[1]曾指出  $b_0 = 0$  可以简化系统, 也仍能改善动态品质。以后的讨论将令  $b_0 = 0$ , 这时必须满足下式[根据式(2)  $s^n$  的系数等于零]

$$\beta_1 \beta_2 \cdots \beta_{n-2} = \frac{\tau}{T}. \tag{3}$$

文献[1]曾指出, 每隔一个惯性环节引出一个微分反馈  $\frac{\gamma_m \tau s}{\tau s + 1}$  是一种实现  $W_c(s)$  的方法。例如对所研究的自整角机-放大器-交磁机-直流电动机随动系统而言, 其结构可如图 3 所示。图 3 中  $\frac{k_1 k_2}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$  ( $W_{12}(s)$ ) 为自整角机至交磁机的传递函数,  $\frac{k_3 k_4}{(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)}$  ( $W_{34}(s)$ ) 为电动机的传递函数,  $k_5$  为减速器的传递系数。如果把各点引出的微分反馈都转换为输出量的反馈, 则等值并联校正等于:

$$\begin{aligned}
 W_c(s) &= \frac{\gamma_5 \tau s}{\tau s + 1} \cdot \frac{s}{k_5} + \frac{\gamma_4 \tau s}{\tau s + 1} \cdot \frac{(T_4 s + 1)s}{k_4 k_5} + \frac{\gamma_3 \tau s}{\tau s + 1} \cdot \frac{(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)s}{k_3 k_4 k_5} \\
 &\quad + \frac{\gamma_2 \tau s}{\tau s + 1} \cdot \frac{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)s}{k_2 k_3 k_4 k_5} \\
 &= \frac{b_1 s^5 + b_2 s^4 + b_3 s^3 + b_4 s^2}{\tau s + 1},
 \end{aligned} \tag{4}$$

式(4)中的系数  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $b_3$ 、 $b_4$  与校正环节的参数  $\gamma_2$ 、 $\gamma_3$ 、 $\gamma_4$ 、 $\gamma_5$  有关。但是实际上并不能

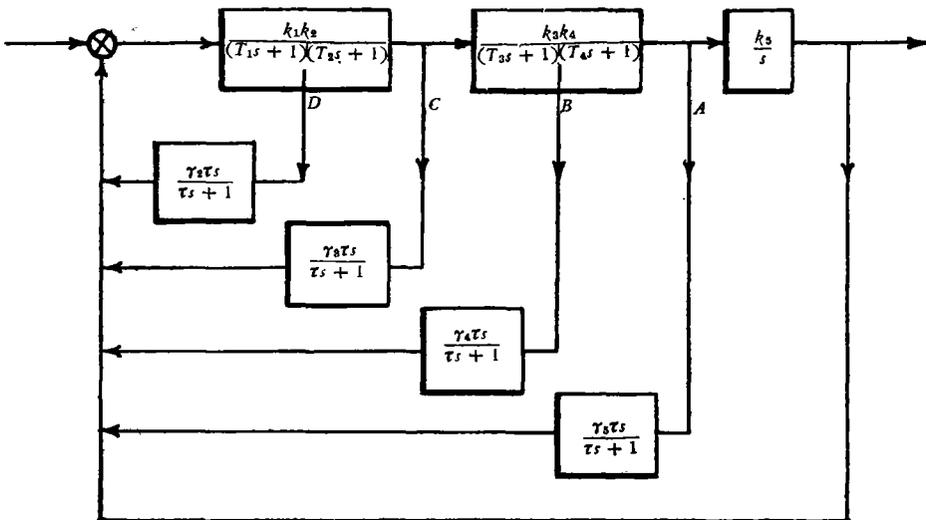


图 3. 一种实现  $W_c(s)$  的结构图

从B点及D点引出反馈。这时可以把B点的反馈与C点的反馈合并，则得到C点的反馈传递函数  $W_{oc}(s)$ ：

$$W_{oc}(s) = \frac{\gamma_3 \tau s}{\tau s + 1} + \frac{\gamma_4 \tau s}{\tau s + 1} \cdot \frac{k_3}{T_3 s + 1} = \frac{\gamma \tau s (T_3' s + 1)}{(\tau s + 1)(T_3 s + 1)}, \quad T_3' < T_3. \quad (5)$$

D点的反馈校正作用可以用串联校正  $W_K(s)$  来代替。通过对内环的运算得到，

$$\begin{aligned} W_K(s) &= \frac{(\tau s + 1)(T_1 s + 1)}{(\tau s + 1)(T_1 s + 1) + k_1 \gamma_2 \tau s} = \frac{(\tau s + 1)(T_1 s + 1)}{(\alpha \tau s + 1) \left( \frac{T_1}{\alpha} s + 1 \right)} \\ &= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{(\alpha \tau_1 s + 1) \left( \frac{\tau_2}{\alpha} s + 1 \right)}. \end{aligned} \quad (6)$$

于是得到校正后的系统结构图如图4所示。  $W_K(s)$  及  $W_{oc}(s)$  可以用图6的RC网络实现之。这样，就从等值并联校正  $W_c(s)$  推得可以实现的校正环节。

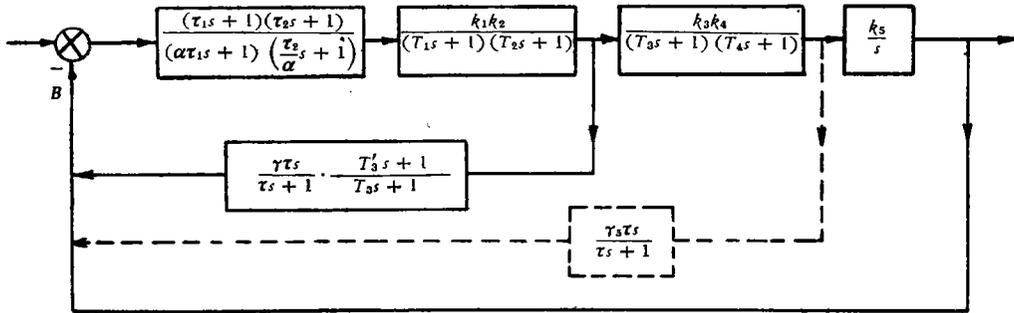


图4. 串并联校正的系统结构图

必须指出，图4的并联校正  $W_{oc}(s)$  对高频有滤波作用，因此可以减弱反馈干扰的影响。另外，并联校正都反馈到放大器输入端，因此可以减小放大器的饱和对快速性的影响。这两点对改善系统的动态品质是很重要的。

## 二、校正环节的参数计算

如前所述，已确定了校正环节可以完全改造固有系统的零极点并增加一对偶极子，因此完全可以根据品质要求来规定希望对数频率特性，然后再根据希望对数频率特性计算校正环节的参数。

根据式(1)可知，图4所示系统的希望对数频率特性的形状如图5所示，其中可以有一对振荡根  $(-\xi \omega_0, \pm j \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2})$ 。

从对数频率特性的性质可推得

$$\begin{aligned} 20 \log(k_1 \cdots k_5) &= 20 \left( \log \omega_c - \log \frac{1}{\tau} \right) + 40 \left( \log \frac{1}{\tau} - \log \frac{1}{T} \right) + 20 \log \frac{1}{T} \\ &= 20 \log \frac{\omega_c T}{\tau}. \end{aligned} \quad (7)$$

于是，

$$k_1 \cdots k_5 = \frac{T}{\tau} \omega_c. \quad (8)$$

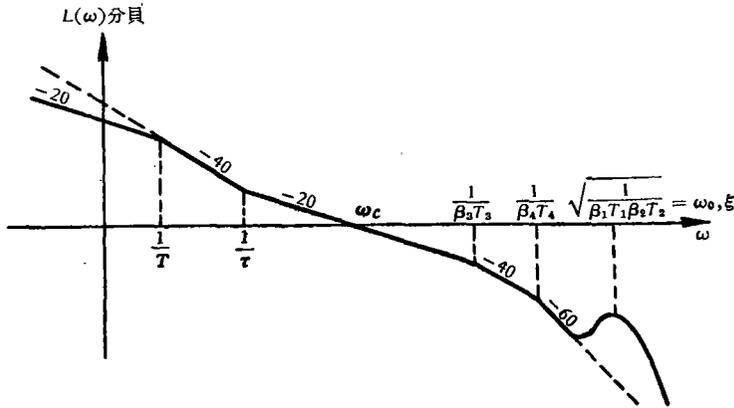


图 5. 希望对数频率特性

然后根据式(2)  $s^n$  的系数等于零, 亦即式(3), 可以得到

$$\beta_1 \cdots \beta_4 = \beta_3 \beta_4 \frac{1}{\omega_0^2 T_1 T_2} = \frac{\tau}{T} = \frac{\omega_c}{k_1 \cdots k_5} \quad (9)$$

因此可以从已知的希望对数频率特性, 按式(9)计算放大系数和确定  $T$ .

再令式(2)等号两边  $s^{n-1}$  的系数相等, 于是得到

$$\frac{1}{T} + \frac{1}{\beta_3 T_3} + \frac{1}{\beta_4 T_4} + 2\xi\omega_0 - \frac{1}{\tau} - \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_4} = \frac{b_1 k_1 \cdots k_5}{\tau T_1 \cdots T_4} \quad (10)$$

从式(10)即可求得  $b_1$ . 余类推, 可以依次计算  $b_2$ 、 $b_3$  及  $b_4$ . 然后根据校正环节与  $W_c(s)$  的等值关系, 从式(4)、(5)、(6)可以计算校正环节的全部参数. 如果  $\beta_4 = 1$ , 则希望对数频率特性保留了固有系统的时间常数  $T_4$ , 这时  $\gamma_5 = 0$ . 有时  $T_4$  甚小或不需要速度微分反馈时, 可令  $\gamma_5 = 0$ . 这就是计算参数的一般方法.

当放大系数足够大时, 计算方法可作某些简化. 下面将着重讨论高放大系数时的计算方法.

### 1. 并联校正环节的计算

当放大系数足够大时, 内环的传递函数约等于  $\frac{1}{W_{oc}(s)} = \frac{(\tau s + 1)(T_3 s + 1)}{\gamma \tau s (T_3 s + 1)}$ . 这时对数频率特性如图 5 的虚线所示, 它相当于在高频部分忽略了振荡根以及令低频部分的  $T$  趋于无穷大. 于是系统的开环传递函数等于:

$$\begin{aligned} W(s) &\approx \frac{k_3 k_4 k_5 (\tau s + 1)}{\gamma \tau s^2 \left[ (T_3 s + 1)(T_4 s + 1) + k_3 k_4 \gamma s \frac{1}{\gamma} \right]} \\ &= \frac{k_3 k_4 k_5 (\tau s + 1)}{\gamma' \tau s^2 (\beta_3 T_3 s + 1) (\beta_4 T_4 s + 1)}. \end{aligned} \quad (11)$$

从对数频率特性还可推得

$$\gamma' = \frac{k_3 k_4 k_5}{\omega_c} \quad (12)$$

由选定的  $\tau$ 、 $\omega_c$ 、 $\beta_3$ 、 $\beta_4$ , 则不难根据式(11)、(12)计算并联校正环节的参数  $\tau$ 、 $\gamma$ 、 $T_3'$  及  $\gamma_5$ .

如果选  $\beta_4 = 1$ , 则  $\gamma_5 = 0$ ,  $T_3' = \beta_3 T_3$ ,  $\gamma = \frac{k_3 k_4 k_5}{\omega_c}$ .

## 2. 串联校正及稳定性

当放大系数足够大时,系统的动态品质基本上决定于并联校正,但这是有条件的,有时稳定性与串联校正有关。从图4可知,没有串联校正时,闭环系统的根轨迹决定于下式:

$$\frac{k_1 k_2 [\gamma \tau s^2 (T_3' s + 1)(T_4 s + 1) + k_3 k_4 \gamma_5 \tau s^2 + k_3 k_4 k_5 (\tau s + 1)]}{s(\tau s + 1)(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)} = -1. \quad (13)$$

从根轨迹的性质可知,当放大系数  $k_1 k_2$  趋于无穷大时,系统稳定的条件是:

- (1) 式(13)的零点都在左半平面,
- (2) 式(13)的极点数减去零点数  $\leq 2$ ,
- (3) 若极点数减去零点数等于2,则零极点值之差应大于零。

条件(1)可以由并联校正来保证,条件(2)是满足的,条件(3)等于:

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_4} + \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\beta_3 T_3} - \frac{1}{\beta_4 T_4} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{\tau} - \frac{1}{T_3'} > 0. \quad (14)$$

显然  $\beta_3$ 、 $\beta_4$  或  $T_3'$  太小时式(14)将不满足。如果有串联校正,则条件(1)、(2)不变而条件(3)变为

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_4} + \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\beta_3 T_3} - \frac{1}{\beta_4 T_4} + \left( \frac{1}{\alpha \tau_1} + \frac{\alpha}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right) = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{\tau} - \frac{1}{T_3'} + \left( \frac{1}{\alpha \tau_1} + \frac{\alpha}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right) > 0. \quad (15)$$

可见适当选择串联校正环节的参数,可以满足式(15)。

或者说,为了保证稳定,被忽略的振荡根必须在左半平面,亦即  $\xi > 0$ 。从式(10)可知,如果没有串联校正,则  $\gamma_2 = 0$ , 于是  $b_1 = 0$  及式(10)变为:

$$2\xi\omega_0 = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_4} + \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\beta_3 T_3} - \frac{1}{\beta_4 T_4} - \frac{1}{T} \approx \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_4} + \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\beta_3 T_3} - \frac{1}{\beta_4 T_4}. \quad (16)$$

可见式(14)及(16)是一致的。

如果有串联校正  $W_K(s)$ , 即  $b_1 > 0$ , 将  $b_1$  与  $\alpha$  间的关系从式(4)、(6)求得后代入式(10),则得到

$$2\xi\omega_0 = \frac{\alpha}{T_1} + \frac{1}{\alpha\tau} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_4} - \frac{1}{\beta_3 T_3} - \frac{1}{\beta_4 T_4} - \frac{1}{T} \approx \frac{\alpha}{T_1} + \frac{1}{\alpha\tau} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_4} - \frac{1}{\beta_3 T_3} - \frac{1}{\beta_4 T_4}. \quad (17)$$

它相当于式(15)中的  $\tau_1 = \tau$ ,  $\tau_2 = T_1$ 。应该选  $\alpha$  使式(17)大于零。除了  $\xi > 0$ , 尚要求  $\omega_0$  足够大而不十分影响  $\omega_c$  点的稳定储备。这样,串联校正对动态品质的影响才能被忽

略。从式(9)可知, 应该有足够大的放大系数才能使  $\omega_0$  足够大。由式(9)及(12)可求得

$$k_1 k_2 = \frac{T_1 T_2 \omega_0^2}{\gamma' \beta_3 \beta_4} \quad (18)$$

如果选  $\beta_4 = 1$ ,  $\tau_1 = \tau$ ,  $\tau_2 = T_1$  及  $\alpha = \frac{T_1}{\beta_3 T_3}$ , 则得到

$$2\xi\omega_0 = \frac{1}{\alpha\tau} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} > 0, \quad (19)$$

$$k_1 k_2 = \frac{\alpha T_2 T_3 \omega_0^2}{\gamma} \quad (20)$$

这是一种简便的计算方法。这时  $\xi$  必然大于零。只要内环放大系数大于式(20)的数值, 振荡根不十分影响稳定储备时, 串联校正对动态特性的影响即可忽略不计。

### 3. 关于条件稳定

图4的系统有可能是条件稳定系统。在大输入信号的作用下, 由于放大器的饱和将产生自振荡, 因此必须避免之。如果图4从B点断开的幅相频率特性不与水平轴相交, 就能避免条件稳定。

忽略小参数  $\beta_3 T_3$ 、 $\frac{T_1}{\alpha}$ , 并令  $(\alpha\tau s + 1) \approx \alpha\tau s$  及  $\beta_4 = 1$ , 则从B点断开的幅相频率特性等于

$$W_B(j\omega) \approx \frac{k_1 \cdots k_5 \left[ (\tau j\omega + 1) + \frac{\gamma}{k_3 k_4 k_5} \tau (j\omega)^2 (T_4 j\omega + 1) \right]}{\alpha\tau (j\omega)^2 (T_2 j\omega + 1) (T_3 j\omega + 1) (T_4 j\omega + 1)} \quad (21)$$

$W_B(j\omega)$  的虚部等于

$$\text{Im}(\omega) = - \frac{k_1 \cdots k_5 (A\omega^4 + B\omega^2 + C)}{\alpha\tau\omega [(1 - \Sigma T_2 T_3 \omega^2)^2 + \omega^2 (\Sigma T_2 - T_2 T_3 T_4 \omega^2)^2]} \quad (22)$$

其中

$$A = \frac{\gamma}{k_3 k_4 k_5} \tau T_4 (T_2 T_4 + T_3 T_4),$$

$$B = \frac{\gamma}{k_3 k_4 k_5} \tau (T_2 + T_3) + T_2 T_3 T_4 - \tau \Sigma T_2 T_3,$$

$$C = \tau - (T_2 + T_3 + T_4),$$

$$\Sigma T_2 = T_2 + T_3 + T_4, \quad \Sigma T_2 T_3 = T_2 T_3 + T_3 T_4 + T_4 T_2.$$

$\text{Im}(\omega)$  的分母必大于零, 因此只要  $A > 0$ ,  $B > 0$  及  $C > 0$ ,  $\text{Im}(\omega)$  就永为负值,  $W_B(j\omega)$  将不会与水平轴相交。A 必然大于零。B 大于零的条件可写成

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma}{k_3 k_4 k_5} + \frac{T_2 T_3 T_4}{\tau (T_2 + T_3)} - \frac{T_2 T_3 + T_3 T_4 + T_4 T_2}{T_2 + T_3} \\ &= \frac{1}{\omega_c} + \frac{T_2 T_3 T_4}{\tau (T_2 + T_3)} - T_4 - \frac{T_2 T_3}{T_2 + T_3} > \frac{1}{\omega_c} - T_2 - T_4 > 0. \end{aligned} \quad (23)$$

$C > 0$  的条件是:

$$\tau > T_2 + T_3 + T_4. \quad (24)$$

应该选择校正环节的参数  $\gamma$  及  $\tau$  使之满足式(23)及(24)。为了使式(23)易于满足,  $T_2$  及

$T_4$  应该是固有系统的两个最小的时间常数。这也就是说串联校正中的  $T_1$  及并联校正中的  $T_3$  应该分别是交磁机及电动机的较大的时间常数。

### 三、计算实例及工业试验结果

采用串并联校正的自整角机-放大器-交磁机-电动机随动系统的原理图及结构图分别如图 6 及图 7 所示。图中参数如下：

- 自整角机放大系数  $K_c = 34.4$  伏/弧度,
- 相敏交流放大系数  $K_{\sim} = 60$ ,
- 相敏直流放大系数  $K_{=} = 20$ ,
- 功率级放大系数  $K_p = 4^1)$ ,
- 交磁机放大系数  $K_{\text{omy}} = 10$ ,
- 交磁机时间常数  $T_1 = 0.05$  秒,  $T_2 = 0.01$  秒,
- 电动机传递系数  $\frac{1}{C_e} = 0.74$  弧度/伏秒,
- 电动机时间常数  $T_3 = 0.05$  秒,  $T_4 = 0.01$  秒,
- 减速器的转速比  $K_i = \frac{1}{3}$ .

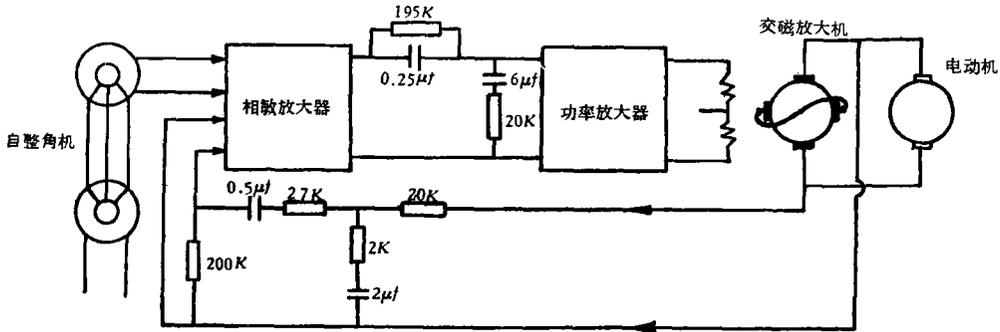


图 6. 随动系统原理图

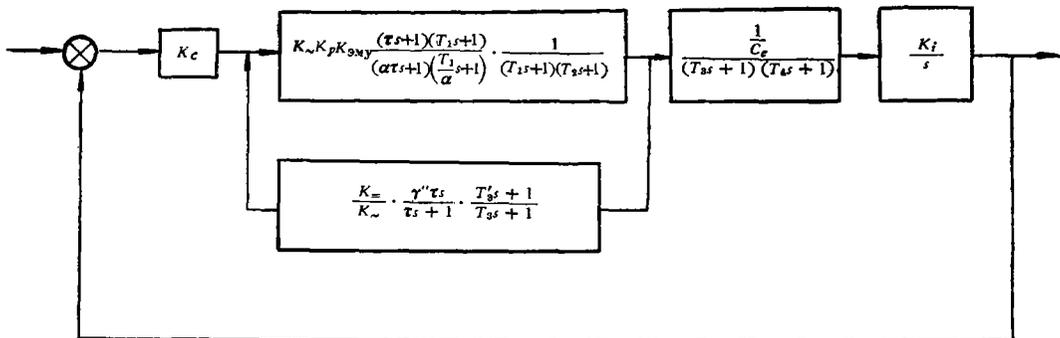


图 7. 实际系统结构图

1) 功率放大器的输出还应保证有足够的强激。

## (1) 并联校正环节的计算

当放大倍数足够大时,希望对数频率特性如图 5 中的虚线所示,它的参数应根据动态品质的要求来确定。要求的动态品质指标是:超调量  $\delta \approx 30\%$ ,过渡过程时间  $t \approx 0.2$  秒,当自整角机的转速从零到 170 转/分突变时,最大动态角差  $\Delta\theta_{\max} \approx 28^\circ$ 。根据列线图<sup>[2]</sup>可以确定满足上述动态品质要求的开环传递函数,它等于:

$$W(s) = \frac{215(0.13s + 1)}{s^2(0.01s + 1)(0.005s + 1)} \quad (25)$$

比较式 (11) 及 (25), 得到  $\beta_4 = 1$ ,  $\gamma_5 = 0$ ,  $T'_3 = \beta_3 T_3 = 0.005$ ,  $\beta_3 = 0.1$ ,  $\tau = 0.13$ ,

$$\gamma = \frac{k_3 k_1 k_5}{215\tau} = \frac{K_c K_i}{215\tau C_c} = 0.302, \quad \gamma'' = \gamma \frac{K_c}{K_c} = 0.906.$$

实现并联校正的 RC 网络参数,可参看图 6。

## (2) 串联校正环节的计算

选  $\alpha = \frac{T_1}{\beta_3 T_3} = 10$ , 于是从式(19)及(20)算得:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1 k_2 \gamma}{\alpha T_2 T_3}} = 380, \quad \xi = 0.158.$$

因此可以忽略串联校正对动态品质的影响。串联校正的 RC 网络参数示于图 6。

所选参数能满足式(23)及(24),所以不是条件稳定系统。

## (3) 工业试验结果

工业试验中,在速度阶跃输入作用下,自整角机转速由 +85 转/分到 -85 转/分发生突变,其过渡过程如图 8 所示。图中  $U_s$  为自整角机角差电压。过渡过程时间  $t = 0.21$  秒,最大动态角差  $\Delta\theta_{\max} = 33^\circ$ 。

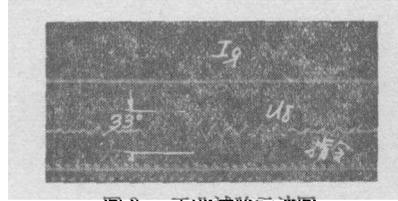


图 8. 工业试验示波图

## 四、结 论

1. 可以从等值结构图推得串并联校正环节的结构形式。
2. 串并联校正环节的作用具有明显的物理意义。
3. 理论分析及试验结果表明所述系统具有较好的动态品质。

本项工作是在实验室工作同志、研究生和同学协作下完成的,特此致谢。

## 参 考 文 献

- [1] 郑维敏,线性自动调节系统的一种综合方法,清华大学学报,第 10 卷,1963,第 6 期。
- [2] Солодовников, В. В., Основы автоматического регулирования, Машгиз, 1954, стр. 455 (中译本:自动调整原理,王众托译,水利电力出版社,1958,473 页)。

## THE SERIES-SHUNT COMPENSATION OF THE SELSYN-AMPLIDYNE-D. C. MOTOR SERVO SYSTEM

CHENG WEI-MIN, TSUEI TSE-HSING

In this paper a series-shunt compensation servo system which can be realized without much difficulties is derived from a typical equivalent system configuration. The analysis indicates that the proposed series-shunt compensation system can have a good dynamic performance. Because the forms of compensating networks are fixed by the system configuration, the problem of system design is simplified to be the selection of parameters. The industrial testing result illustrates that the performance of this servo system is good.