

分布参数方法对连轧控制问题的应用*1)

黄光远

(山东大学)

摘 要

本文分两部分。第一部分用连续介质力学的基本方法研究弹性体传动中的速度、张力与截面积的分布变化关系,化为求拟线性方程组的间断解,控制作用于间断条件上。第二部分是应用前述方程分析连轧对象的具体特性,包括在边界扰动下系统的脉冲响应与频率特性以及动态实时计算公式等。文章结果有助于探讨关于连轧张力的一些争论问题^[1-4]。

一、弹性体传动、轧制与控制的数学模型

1. 弹性体传动的动力学方程组.

设弹性体长 L , 截面积 F , 运动速度 V , 沿 V 方向取坐标 x , 如图 1. 在端点 $x = 0$ 与 $x = L$ 处分别有速度 V_0 与 V_L . 记张力为 P . 一般说, V, P, F 均为位置 x 与时间 t 的函数. 在 t 时任取微段 $\Delta x = \Delta x_P$, P 表示此段所受张力, 在 $t' = t + \Delta t$ 时运动到 $\Delta x' = \Delta x_{P'}$ 处, 两处截面分别记为 F_P 与 $F_{P'}$. 在无张力时记此段长为 Δx_0 , 由虎克定律知

$$(\Delta x_P - \Delta x_0) / \Delta x_0 = P / F_P E = \sigma / E, \tag{1.1}$$

σ 为单位截面上张力, E 为弹性系数. 即得

$$\Delta x_P = \left(\frac{P}{F_P E} + 1 \right) \Delta x_0, \tag{1.2}$$

对 $\Delta x_{P'}$ 同样有公式(因它是由 Δx_P 运动而来)

$$\Delta x_{P'} = \left(\frac{P'}{F_{P'} E} + 1 \right) \Delta x_0. \tag{1.3}$$

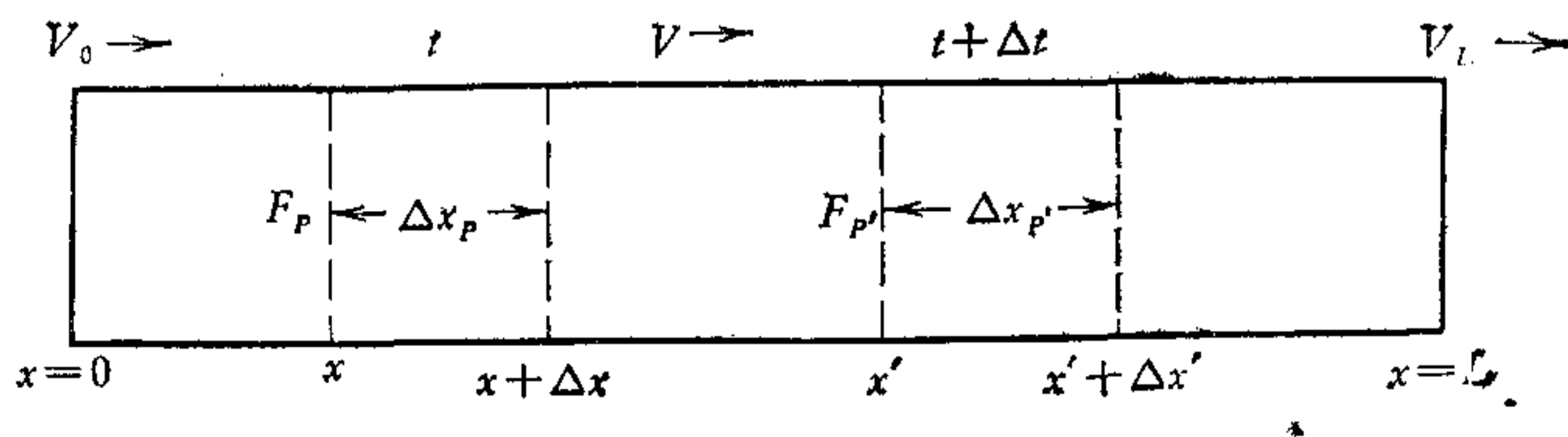


图 1

* 本文曾在 1979 年 11 月全国自动化技术应用学术年会上宣读。本文修改稿于 2 月 27 日收到。

1) 本文先后得到北京钢铁研究院张进之、郑学锋同志, 山东师范学院张维广同志, 冶金部自动化所陈振宇同志等的指导, 特此致谢。

假定拉伸后密度不变（即泊松比为 $\frac{1}{2}$ ），则有

$$F_P \Delta x_P = F_{P'} \Delta x_{P'} \quad (1.4)$$

将(1.2),(1.3)代入(1.4)得

$$F_{P'} - F_P = -(P' - P)/E = -\Delta P/E, \quad \Delta P = P' - P. \quad (1.5)$$

利用(1.2),(1.3),(1.5)估算伸长,消去 Δx_0 . 记 $o(x)$ 为 x 的高阶小量. 可得

$$\Delta x_{P'} - \Delta x_P = \Delta P \Delta x_P / F_P E + o(\Delta P) \Delta x_P, \quad (1.6)$$

再由 $\Delta P = P' - P = P(x', t') - P(x, t)$, 而 x 与 x' , $x + \Delta x$ 与 $x' + \Delta x'$ 均为运动过程中同一截面,可得

$$\Delta x' - \Delta x = \Delta x_{P'} - \Delta x_P = [V(x + \Delta x, t) - V(x, t)] \Delta t + o(\Delta t). \quad (1.7)$$

比较(1.6),(1.7),除以 $\Delta t \Delta x_P$, 令其趋于 o , 则 $\Delta P \rightarrow 0$ 得

$$\frac{\partial P}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial x} = F E \frac{\partial V}{\partial x}, \quad (1.8)$$

此即张力方程. 其次,由 $F_P = F(x, t)$, $F_{P'} = F(x', t')$ 为运动中同一截面,由(1.5)式知在动坐标系中有

$$\frac{dF}{dt} = -\frac{1}{E} \frac{dP}{dt} \quad (1.9)$$

统一到欧拉坐标系,两边求全微商,利用(1.8)得,

$$\frac{\partial F}{\partial t} + V \frac{\partial F}{\partial x} + F \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (1.10)$$

此即截面方程. 最后,记 μ 为体密度,由牛顿第二定律即得到速度方程:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{\mu F} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (1.11)$$

综合(1.8),(1.10)与(1.11)即得到弹性体传动的动力学方程组. 其中(1.10)实质上是状态方程(1.5),记 F_0 为无张力时截面积,可将(1.5)改写成

$$F_P = -P/E + F_{P'} + P'/E = -P/E + F_0 \quad (1.12)$$

今指出,式(1.8)与[2]中(35)式实质相同. 因变形率 $\varepsilon = P/FE$, 将 $P = FE\varepsilon$ 代入(1.9),由(1.10)即得

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = (1 + \varepsilon) \frac{\partial V}{\partial x} \quad (1.13)$$

如再设 V 对 x 线性分布,即 $\frac{\partial V}{\partial x} = (V_L - V_0)/L$, 由 $\varepsilon = \sigma/E$ 代入(1.13),左端为 $\frac{d\sigma}{dt}$, 即得[1]的张力公式

$$\frac{d\sigma}{dt} = (1 + \sigma/E)(V_L - V_0)E/L. \quad (1.14)$$

如果还假定拉伸后 F 不变. 由(1.8)消去 F 得

$$\frac{d\sigma}{dt} = E(V_L - V_0)/L, \text{ 或 } \sigma = \frac{E}{L} \int \Delta V dt \quad (1.15)$$

此即目前常用的张力公式. 用集中参数方法推导这些公式,理论上的缺点在于:既承认两端有速度差,就不能否认有速度分布与张力分布.

2. 方程组一般解法

用流体力学中熟知方法, 记 $a = \sqrt{E/\mu}$. 在 $x-t$ 平面上定义特征线族

$$L^-: \frac{dx}{dt} = V - a; \quad L^+: \frac{dx}{dt} = V + a. \quad (1.16)$$

可由(1.8)及(1.11)立即得知

$$\text{沿 } L^-, FE dV + adP = 0; \quad \text{沿 } L^+, FE dV - adP = 0 \quad (1.17)$$

将 F 用(1.12)代入, 若 F_0 为常数, 积分得

$$\text{沿 } L^-, V - a \ln(F_0 E - P) = \text{常数}; \quad \text{沿 } L^+, V + a \ln(F_0 E - P) = \text{常数}. \quad (1.18)$$

再由(1.2)换回变量 F (E 为常数), 得

$$\text{沿 } L^-, V - a \ln F = \text{常数}; \quad \text{沿 } L^+, V + a \ln F = \text{常数}. \quad (1.19)$$

即若材料均匀, 速度与张力满足(1.18), 速度与截面积满足(1.19). 若 F_0 不为常数, 定义轨线族

$$L^0: \frac{dx}{dt} = V(x, t), \quad (1.20)$$

显然, F_0 沿 L^0 恒为常数, 由(1.12)知 $EdF + dP = 0$, 这样整个问题化为求解下述方程组

$$\text{沿 } L^0: \frac{dx}{dt} = V, \quad EdV + dP = 0 \quad (1.21)$$

$$\text{沿 } L^-: \frac{dx}{dt} = V - a, \quad FE dV + adP = 0 \quad (1.22)$$

$$\text{沿 } L^+: \frac{dx}{dt} = V + a, \quad FE dV - adP = 0 \quad (1.23)$$

由此方程特性可以估计, 当传动速度 $V > a$ 时, 解有强间断, 在流体运动中表现为冲击波, 在此或可表现为传动带飞跳.

3. 钢板轧制点的平衡条件.

通常轧制钢板宽度 B 远大于厚度 H , 由塑性理论知, 这时轧制后 B 基本不变, 截面方程(1.10)化为厚度方程

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} + H \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (1.24)$$

宏观地将钢板与轧辊接触段视为一点, 记 $x_i, i = 1, \dots, n, n$ 为轧机架数. 在 x_i 点显然物理量 H, V, P 均产生间断, 分别记其左右极限为

$$H_i^\pm = H(x_i^\pm, t), \quad V_i^\pm = V(x_i^\pm, t), \quad P_i^\pm = P(x_i^\pm, t).$$

第一平衡条件: 秒流量相等. 即

$$H_i^+ V_i^+ = H_i^- V_i^-. \quad (1.25)$$

若考虑动态, 则与辊缝 ϕ 的速度 $\dot{\phi}$ 有关, 应为

$$H_i^+ V_i^+ + k \dot{\phi}_i = H_i^- V_i^-, \quad k \approx \text{常数}. \quad (1.26)$$

第二平衡条件: 机架弹性力与钢板塑性屈服应力相等. 已知弹跳方程与变形抗力方程:

$$H_i^+ = \phi_i + G_i/C_i, \quad H_i^+ = H_i^- - G_i/M_i, \quad (1.27)$$

C 是机架弹性系数; M 是轧材塑性系数; G 是轧制力. 消去 G_i 得平衡方程为

$$(C_i + M_i)H_i^+ = M_i H_i^- + C_i \phi_i. \quad (1.28)$$

第三平衡条件: 水平方向力平衡. 分析与轧辊接触这一小段上受力, 如图 2. 平衡方程为

$$P_i^- + 2G_i \sin \varphi_i = P_i^+ + 2K_i \cos \varphi_i \quad (1.29)$$

φ 为中性角, K 为此段受轧辊的摩擦力, 与电机负载转矩 Q 有关, 近似认为 $K = \varepsilon Q$, 而 $\varphi \approx 0$, $\cos \varphi \approx 1$, 式 (1.29) 即为

$$P_i^- - P_i^+ = 2(\varepsilon Q_i - G_i \sin \varphi_i) \quad (1.30)$$

综合 (1.25), (1.28), (1.30) 得解在 x_i 点的三个跳跃条件. 整个问题化为一阶拟线性偏微分方程组在有限个点上具有强间断的求解问题.

4. 连轧控制问题的理论提法.

今提出一个描述连轧的分布参数系统的控制理论问题.

1) 在 $[0, L]$ 上给定间断点 x_1, \dots, x_n , 满足 $0 < x_1 < \dots < x_n < L$. 在直线 $x = x_i$ 外函数 F, V, P 满足

$$\left. \begin{array}{l} \text{截面方程: } \frac{\partial F}{\partial t} + V \frac{\partial F}{\partial x} + F \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \text{速度方程: } \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{\mu F} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ \text{张力方程: } \frac{\partial P}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial x} - EF \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \in [0, L] \\ x \neq x_i \\ t \in (-\infty, \infty) \end{array} \quad (1.31)$$

2) 给定初始状态与边界条件

$$P(x, 0) = P^0(x), \quad V(x, 0) = V^0(x), \quad F(x, 0) = F^0(x), \quad (1.32)$$

$$V(L, t) = V_L(t), \quad V(0, t) = V_0(t). \quad (1.33)$$

3) 在间断点 $x_i, i = 1, \dots, n$, 已知三个代数条件

$$f_i^j(F_i^+, F_i^-, V_i^+, V_i^-, P_i^+, P_i^-, G_i, Q_i, \phi_i, \omega_i) = 0, \quad j = 1, 2, 3 \quad (1.34)$$

ω_i 为电机转速, 它影响 G_i 与 Q_i 等.

4) 轧制力与电机负载受限: 给定 $G_i^1, G_i^2, Q_i^1, Q_i^2$, 使

$$G_i^1 \leq G \leq G_i^2; \quad Q_i^1 \leq Q \leq Q_i^2 \quad (1.35)$$

5) 主要扰动 $F_0(t)$ 为入口前无张力时截面积, 控制量为 ω_i, ϕ_i , 它们可独立变化, 取某类控制.

6) 控制要求: i) 出口截面积恒定, $F(L, t) = \text{常数}$. ii) 各机架间张力恒定, $P(x, t) = P_i, x \in (x_i, x_{i+1})$.

当然, 此仅一般提法, 要确切评价控制系统, 尚需给出具体泛函指标. 估计在长距离管道流体传输中各加压、加温站的控制; 河流水闸控制; 大范围电力传输调度等问题中, 均可提出类似的分布参数系统控制理论问题. 这类理论的研究已有廿余年历史^[8-9], 尚未见到上述问题的结果.

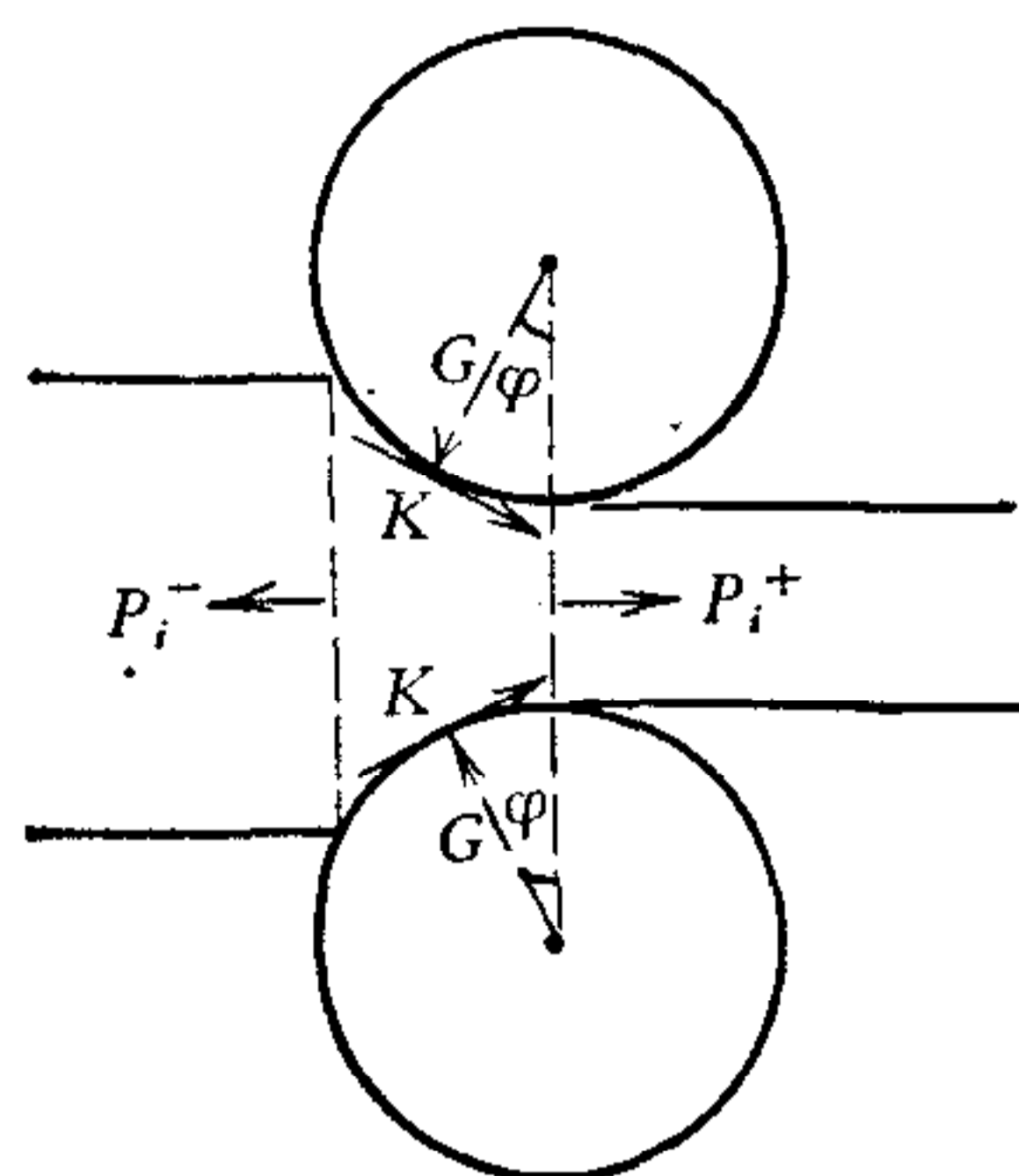


图 2

二、冷连轧系统的特性分析

1. 钢板传动中张力与速度的关系

对冷轧钢, 通常 $\sigma < 20\text{kg/mm}^2$, $E \approx 2.1 \times 10^4\text{kg/mm}^2$, 故 $\sigma/E \approx 0$. 将(1.9)沿(1.20)轨线 $x = x(t)$ 对 t 积分得

$$F(x(t), t) + P(x(t), t)/E = F(x(t), t)(1 + \sigma/E) \approx F(x(t), t) = \text{常数}, \quad (2.1)$$

即传动中截面积近似不变, 故截面方程简化为

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + V \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad (2.2)$$

设入口前截面均匀, 则

$$F(x, t) \equiv \text{常数}, \quad (2.3)$$

那么, 从(1.11)与(1.8)中消去 F 得动力学方程组:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + V \frac{\partial \sigma}{\partial x} - E \frac{\partial V}{\partial x} = 0. \quad (2.5)$$

用类似前面一、2 节所用方法即得(注意 $E/a = \mu a$)

$$\text{沿 } L^-, dV + d\sigma/\mu a = 0, \text{ 即 } V + \sigma/\mu a = \text{常数}, \quad (2.6)$$

$$\text{沿 } L^+, dV - d\sigma/\mu a = 0, \text{ 即 } V - \sigma/\mu a = \text{常数}, \quad (2.7)$$

此两式说明在 $x-t$ 平面上物理量 $r = V + \sigma/\mu a$, 沿特征线 L^- 守恒, V 与 σ 必反向变化, 可称 L^- 为张力与速度的逆变线. 物理量 $S = V - \sigma/\mu a$ 沿特征线 L^+ 守恒, V 与 σ 同向变化, 可称 L^+ 为张力与速度的协变线.

估算参数 $a = \sqrt{E/\mu}$, 一般钢材 $\mu = 7.8\text{g/cm}^3$, 则

$$a \approx \sqrt{2.1 \times 10^4 \times 10^6 \times 9.8\text{米}^2/10^3 \times 7.8\text{秒}^2} \approx 5000\text{米/秒} \quad (2.8)$$

此即钢材中音速. 同样, $\sigma/\mu a$ 量纲亦为“速度”. 通常轧钢传动速度 $V < 50$ 米/秒, 故近似得

$$V + a \approx a, \quad V - a \approx -a, \quad (2.9)$$

$$L^-: x = -at + A, \quad L^+: x = at + B, \quad (2.10)$$

其中 A, B 为任意常数.

2. 速度-张力系统的脉冲响应.

设 t_0 时刻前系统稳定, 即速度与张力均为常数,

$$\left. \begin{aligned} V(x, t) &\equiv V(0, t) \equiv V(L, t) \equiv V_0, \\ \sigma(x, t) &\equiv \sigma_0. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} t \leq t_0 \\ 0 \leq x \leq L, \end{array} \quad (2.11)$$

从 t_0 以后, $V(0, t)$ 不变, $V(L, t)$ 受突然扰动,

$$V(0, t) = V_0, \quad V(L, t) = \begin{cases} V_1, & t_0 < t \leq t_1 \\ V_0, & t > t_1 \end{cases} \quad (2.12)$$

求 t_0 时刻以后的 $V(x, t)$ 及 $\sigma(x, t)$. 此时间断解的构造与适定性可见[5, 10].

求解时,首先过 (L, t_0) 点引 L^- 与左边界 $x = 0$ 相交于 $(0, t_0 + T)$, 过此点再引 L^+ 与右边界交于 $(L, t_0 + 2T)$, 如此继续. 再过 (L, t_1) 点引 L^- 与过 $(0, t_0 + 5T_1)$ 点引 L^+ , 此两直线与 $t = t_0$ 所夹区域被上面所引的特征线分成区域 D_0, D_1, \dots (图 3). 利用已知边界条件及 r, S 沿特征线的不变性即可求得边界上及区域内的所有 V 与 σ 值. 结果均标于图 3 上, 其中 $T = L/a$. 由所得解看出:

1) 边界上速度跳跃沿特征线传播与反射, 在这些线上同时引起张力跳跃. 2) 固定点 x_0 , 速度 $V(x_0, t)$ 在 V_0 与 V_1 之间振荡, 周期为 $2T_0$ 记其平均速度.

$$\bar{V}(x_0) = \frac{1}{2T} \int_{t_0}^{t_0+2T} V(x_0, t) dt.$$

因 L^- 与 L^+ 均为直线, 即看出 $\bar{V}(x_0)$ 对 $x_0 \in [0, L]$ 是线性分布的. 3) 固定 x_0 点, 张力 $\sigma(x_0, t)$ 是阶跃变化, 每次阶跃量为 $\Delta\sigma = \mu a \Delta V$, 新的稳态张力的平均值为:

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + \mu a \frac{t_1 - t_0}{T} \Delta V, \quad (2.13)$$

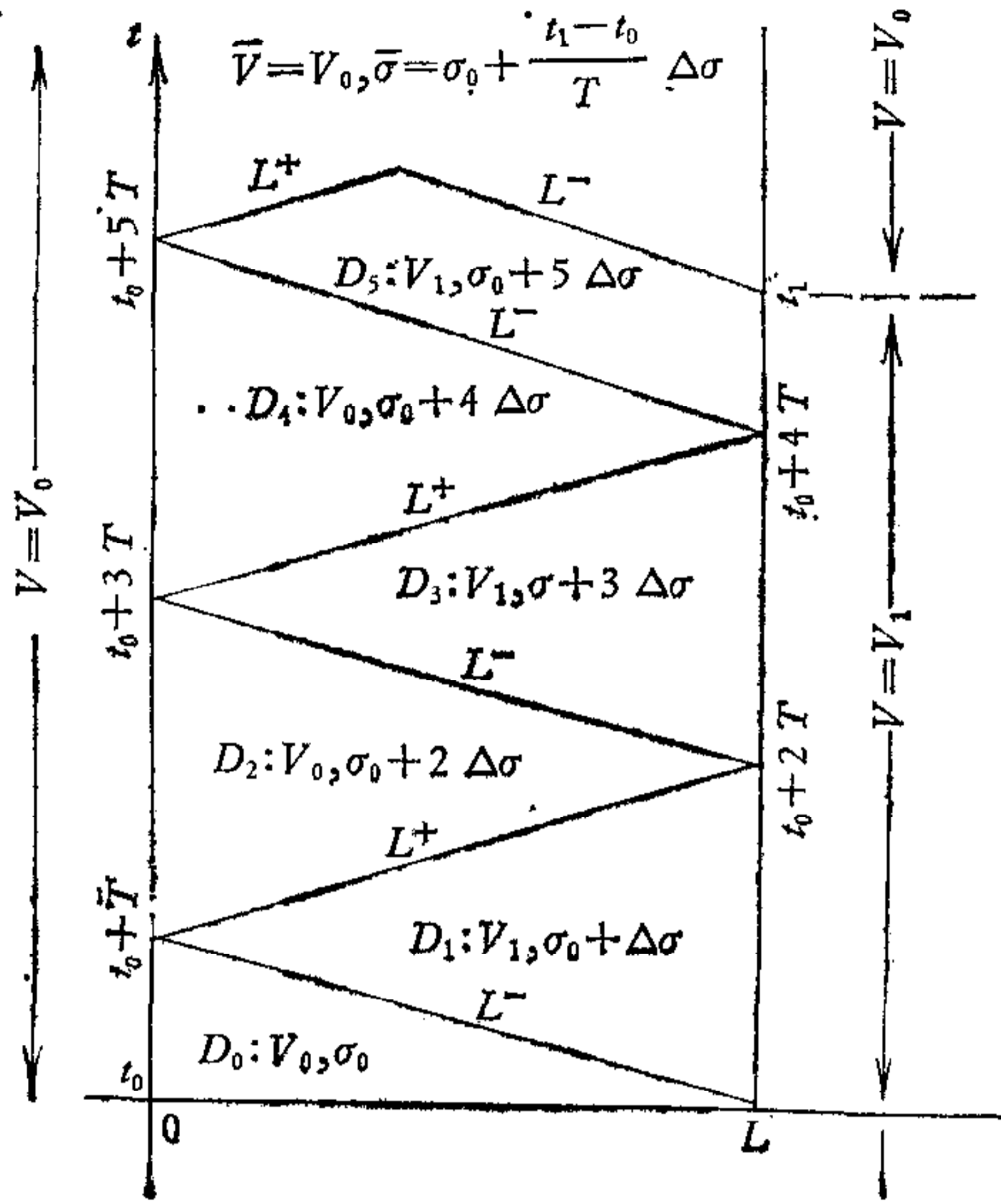


图 3

其过渡过程: 两端先稳定, 中间有振荡.

3. 速度-张力系统的频率特性.

同上节, 考虑右边界作频率扰动, 幅度为 β , 频率为 ω . 为简便令 $t_0 = 0$, 条件(2.11) 不变, (2.12) 改为

$$V(0, t) = V_0, \quad V(L, t) = V_0 + \beta \sin \omega t, \quad t > 0, \quad (2.14)$$

解法如前节, 见图 3, 注意在此没有 t_1 的限制, 故 D_0, D_1, \dots 可无限分下去. 先求边界张力, 再利用三角公式化简可得

$$\sigma(0, t) = 2\mu a \beta \sin \omega(t - nT) \frac{\sin \omega nT}{\sin \omega T} + \sigma_0, \quad t \in [(2n - 1)T, (2n + 1)T], \quad (2.15)$$

$$\sigma(L, t) = \mu a \beta \left[\sin \omega(t - nT) \frac{\sin(n + 1)\omega T}{\sin \omega T} - \sin \omega t \right] + \sigma_0, \quad t \in [2nT, (2n + 2)T], \quad (2.16)$$

这里 $n = 1, 2, \dots, T = L/a$, 当 L 为 5 米(机架距)时 $T \approx 1\text{ms}$, 故在误差 < 1 毫秒范围内, 可以认为

$$\text{当 } t \in [(2n - 1)T, (2n + 1)T] \text{ 时, } nT \approx \frac{t}{2}, \quad (2.17)$$

$$\text{当 } t \in [2nT, (2n + 2)T] \text{ 时, } (n + 1)T \approx \frac{t}{2}, \quad (2.18)$$

由(2.15)和(2.16)可以得到近似式

$$\sigma(0, t) \approx \mu a \beta (1 - \cos \omega t) / \sin \omega T + \sigma_0, \quad (2.19)$$

$$\sigma(L, t) \approx \mu a \beta [(1 - \cos \omega t) / \sin \omega T - \sin \omega t] + \sigma_0, \quad (2.20)$$

$$\sigma(0, t) - \sigma(L, t) = \mu a \beta \sin \omega t. \quad (2.21)$$

可看出边界张力与扰动的频率相同, 相位相反. (2.21) 式为两端张力差的瞬时值. 这些公式对于研究钢带传动中断裂现象是有用的.

研究中点 $x = L/2$ (即通常放置测张仪处) 的频率响应. 过点 $(\frac{L}{2}, t)$ 作 L^- 与 L^+ 分别与边界相交于 $(0, t - \frac{T}{2})$ 与 $(L, t - \frac{T}{2})$ 点. 同样方法可得

$$V\left(\frac{L}{2}, t\right) = V_0, \quad \sigma\left(\frac{L}{2}, t\right) = \mu a \beta \frac{1 - \cos \omega(t - T/2)}{\sin \omega T} + \sigma_0, \quad (2.22)$$

注意 $T/2 \approx 0$, $\sin \omega T \approx \omega T$, $T = L/a$ 及 $a = \sqrt{E/\mu}$, 即得

$$\sigma\left(\frac{L}{2}, t\right) \approx \frac{E\beta}{\omega L} (1 - \cos \omega t) + \sigma_0. \quad (2.23)$$

若利用目前常用的张力公式(1.15)计算结果相同:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{E}{L} \int_0^t \Delta V dt = \sigma_0 + \frac{E}{L} \int_0^t \beta \sin \omega t dt = \sigma_0 + \frac{E\beta}{L\omega} (1 - \cos \omega t).$$

故知集中参数方法所得公式是近似的结果.

4. 冷连轧系统的动态实时计算.

利用前面结果估算冷连轧机各参量的动态关系.

先将(1.26), (1.30)转化成 r 与 S 的间断条件, 注意 $P_i = H_i \sigma_i B$, B 为板宽, 简记 $D = 2/B\mu a$, 可得

$$H_i^- r_i^- H_i^+ r_i^+ = D(\varepsilon Q_i - G_i \sin \varphi_i) + k \phi_i, \quad (2.24)$$

$$H_i^- S_i^- - H_i^+ S_i^+ = D(G_i \sin \varphi_i - \varepsilon Q_i) + k \phi_i, \quad (2.25)$$

r_i^+ , r_i^- , S_i^+ , S_i^- 分别表示第 i 架出口与入口的 r 和 S 值. 它们与 ϕ_i , Q_i , G_i 等均是时间的函数. 各轧架出口及入口厚度由(1.27)得

$$H_i^+ = \phi_i + G_i/C_i, \quad H_i^- = \phi_i + G_i(1/C_i + 1/M_i). \quad (2.26)$$

现以计算五连轧末架出口处 V_5^+ , σ_5^+ 及 H_5^+ 为例. 过 (x_5, t) 点作 L^- 与 L^+ , 如图 4. T 为音速通过两架间所需时间. 利用 S 沿 L^+ 不变即得 $S_1^-(t - 4T) = S(0, t - 5T)$. 再由(2.25)式可解出 $S_1^+(t - 4T) = S_2^-(t - 3T)$, 如此继续即得

$$S_5^+(t) = \prod_{i=1}^5 U_{i,5-i} S(0, t - 5T) + \sum_{j=2}^5 \prod_{i=j}^5 U_{i,5-i} W_{i-1,6-j} + W_{5,0}, \quad (2.27)$$

这里

$$\left. \begin{aligned} U_{ij} &= H_i^-(t - iT)/H_i^+(t - iT) \\ W_{ij} &= D[\varepsilon Q_i(t - iT) - G_i(t - iT) \sin \varphi_i]/H_i^+(t - iT) + k \phi_i(t - iT) \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

其中 H 可按(2.26)式算出. 同样, $r(L, t)$ 已知, 即得

$$r_5^+(t) = r(L, t - T). \quad (2.29)$$

由 r_5^+ 及 S_5^+ 即可得

$$V_5^+ = \frac{1}{2} (r_5^+ + S_5^+), \quad \sigma_5^+ = \frac{\mu a}{2} (r_5^+ - S_5^+). \quad (2.30)$$

式(2.27)~(2.30)表出了边界及各机架参数对末架出口张力与速度的综合动态影响, 它是按音速传递, 时间在毫秒级范围. 因此, 若用计算机作实时动态控制, 采样速度宜达到

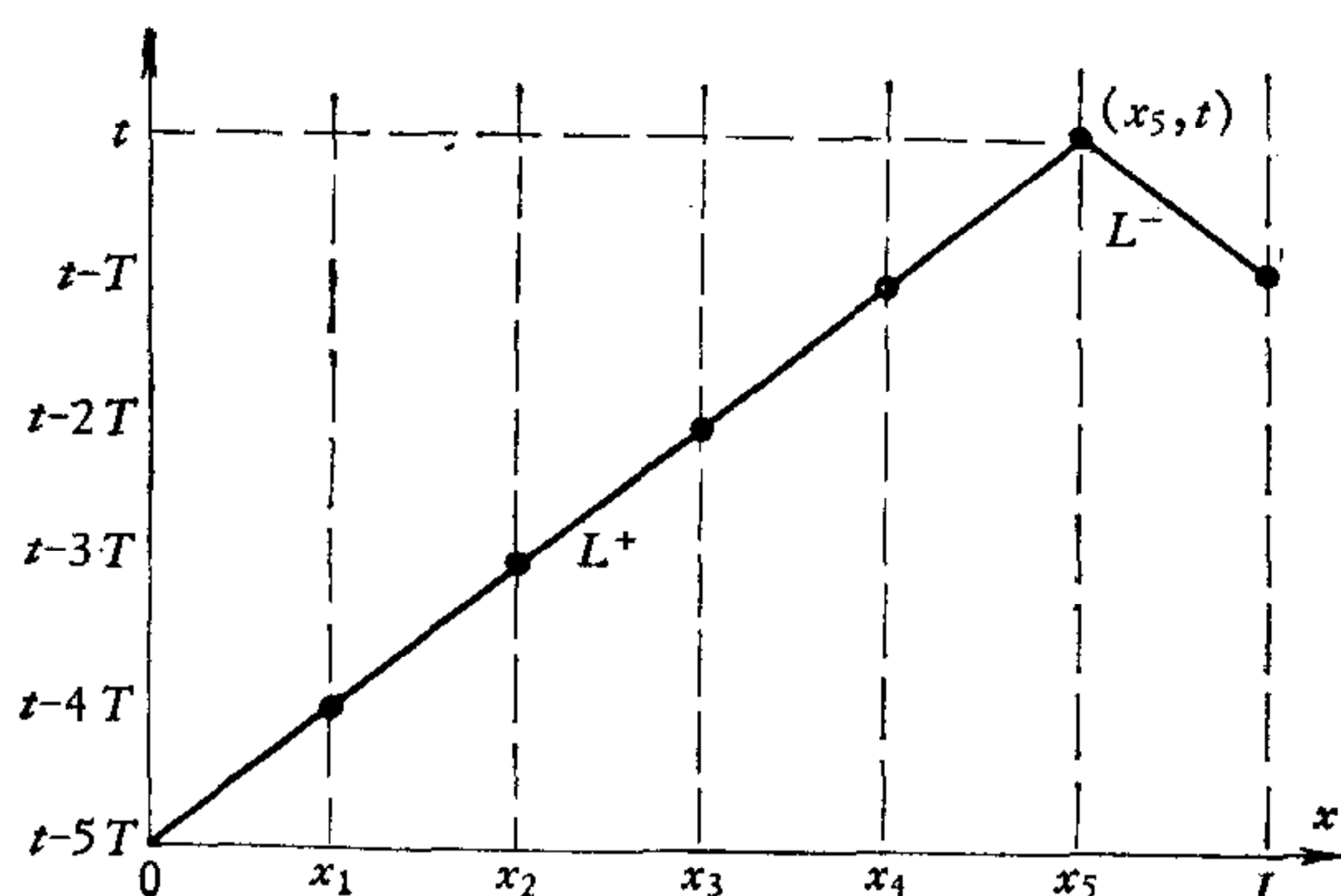


图 4

10^4 点/秒, 运算速度应大于 10^6 次/秒。其次, 执行机构(调速与压下装置)的时间响应相对来说还要慢些^[11], 因此研究控制系统性能应综合考虑, 不能认为是各自独立。

最后指出, 在本文基本完成后, 读到文献 [12] 用分布参数系统描述热轧, 方法不同。其中速度方程(见该文(6),(7)式)有错, 文中亦未给出解法。

参 考 文 献

- [1] 张进之, 连轧张力公式, 金属学报, **14** (1978), No. 2.
- [2] 张进之, 连轧张力变形微分方程的分析讨论, 钢铁, **13** (1978), No. 4.
- [3] 矾士, 关于连轧张力微分方程的讨论, 钢铁, **13** (1978), No. 1.
- [4] 郑学锋, 评《连轧张力公式》, 钢铁, **13** (1978), No. 1.
- [5] 柯朗等, 数学物理方法, 第二卷, 科学出版社 (1978).
- [6] A. И. 儒可夫, 应用特征线法数值解气体动力学一维问题, 上海科技出版社 (1963).
- [7] 复旦大学, 数学物理方程, 上海科技出版社 (1960).
- [8] A. Г. Бутковский, Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами, Изд. Наука, Москва (1965).
- [9] J. L. Lions, Optimal Control of Systems Governed of Partial Differential Equations, Trans. by Dr. S. K. Mitter, New York (1971).
- [10] 张学铭, 黄光远, 分布参数系统的最佳控制问题, 山东大学学报, (1964), No. 1.
- [11] 陈振宇, 冷连轧机自动控制系统的数字模拟与分析, 冶金自动化, (1979), No. 1.
- [12] A. С. Кошевой, и прочее, Математическая модель нестационарного процесса межклетевого деформирования при горячей прокатке, Изв. Высш. Заведений чер. Мет. (1978), No.1, 83—87.

APPLICATIONS OF DISTRIBUTED PARAMETER METHODS TO THE CONTROL PROBLEMS OF CONTINUOUS ROLLING MILLS

HUANG GUANG-YUAN
(Shandong University)

ABSTRACT

There are two parts in this paper. The first gives the system of dynamic equations describing the motion of an elastic solid, and puts forward a theoretical problem in the control of distributed parameter systems for the control of continuous rolling mills. The second analyses the special features of cold continuous steel rolling mills. The distributed parameter methods used in the present work shows the relations and the coherence effects of various physical parameters in it.