

测角感应同步器的误差分析和若干结论*

童世璜

(中国科学院自动化所)

摘 要

本文分析了感应同步器测角误差和若干主要机电参数之间的函数关系。为使误差均方值尽量小,提出了一些简要意见。

一、测角感应同步器简介

测角感应同步器由两个平行的圆盘(转子和定子)构成,相对的端面上有绝缘层,层上印制成由扁平导体构成的绕组。转子绕组(图 1.2)沿圆周均匀分布,定子绕组(图 1.3)则由许多扇形绕组构成,图中四个扇形绕组以它们的入端为准(有“•”者)串接起来称为A相绕组,B相绕组可以看成是A相绕组按对称方式旋转得来。

若转子原有平稳电流 I , 当它突然降到零时, 两相定子绕组将感应各自的电势脉冲, 如果能测出它们的面积 E_A 和 E_B , 那么输入输出之间的关系为:

$$\begin{cases} E_A = IM_1(\sin N\theta + e_A(\theta)) \\ E_B = IM_1(\sin N\theta + e_B(\theta)) \end{cases} \quad (1.1)$$

其中 M_1 为两绕组的感应系数。如果是定子激磁, 则分别把定子绕组的电流由 I 降到零, 而后在转子绕组上分别测 E_A, E_B 也有类似关系。感应电势脉冲一般延续时间为 (0.1—1.0 μs), 因此激磁电流切换间隔必须比这大, 以保证脉冲面积测量不致混淆, 这是决定测角分辨率的重要问题, 但这里认为这一条件已经满足。

如果 e_A, e_B 为零, 则解联立方程 (1.1) 式, 可得转子相对角位移 θ 。由于有多解存在, 必须有相应的措施, 但本文不作考虑。实际测量方法是: 测出 E_A, E_B 之后, 用自动的手续找出满足下式的 φ 来

$$0 = (\cos \varphi)E_A - (\sin \varphi)E_B = IM_1[\sin N\theta + (\cos \varphi)e_A - (\sin \varphi)e_B],$$

就认为 $\varphi = N\theta$ 。显然是有如下误差的。

$$\Delta\theta = [(\cos \varphi)e_A(\theta) - (\sin \varphi)e_B(\theta)]/N \quad (1.2)$$

θ 不同, 误差也不同, 取决于误差函数 $e(\theta)$ 。为了归结为一个单一的测量精度指标, 本文主要采用误差均方值

$$\sigma_{\Delta}^2 = \frac{1}{2\pi N} \int_{-\pi}^{\pi} [\cos \varphi \cdot e_A(\theta) - \sin \varphi e_B(\theta)]^2 d\theta \quad (\varphi = N\theta). \quad (1.3)$$

* 本文于 1979 年 8 月 23 日收到。

误差函数依赖于表 1.1 所列的结构参数, 因此 σ_{Δ} 为结构参数的函数, 特别是左列参数的函数. 按最小均方差为目标, 可以找到最合适的参数约束关系, 这就是本文的主旨. 最后将会发现, σ_{Δ} 还决定于感应同步器的加工质量参数和安装调整质量参数.

表 1.1

$2N =$ 转子径向导体数 $4K =$ 定子扇形绕组数 $m =$ 扇形绕组径向导体数	$\theta =$ 转子角位移 $\theta_z = (\pi/N) =$ 转子节距 $\theta_d =$ 定子节距 $\theta_K = (\pi/K) =$ 同相相邻扇形绕组节距
$g =$ 盘间间隙 $R_{1z}, R_{1d} =$ 转、定子径向导体外半径 $R_{2z}, R_{2d} =$ 转、定子径向导体内半径	$\alpha_d =$ 定子径向导体角宽 $\alpha_z =$ 转子径向导体角宽

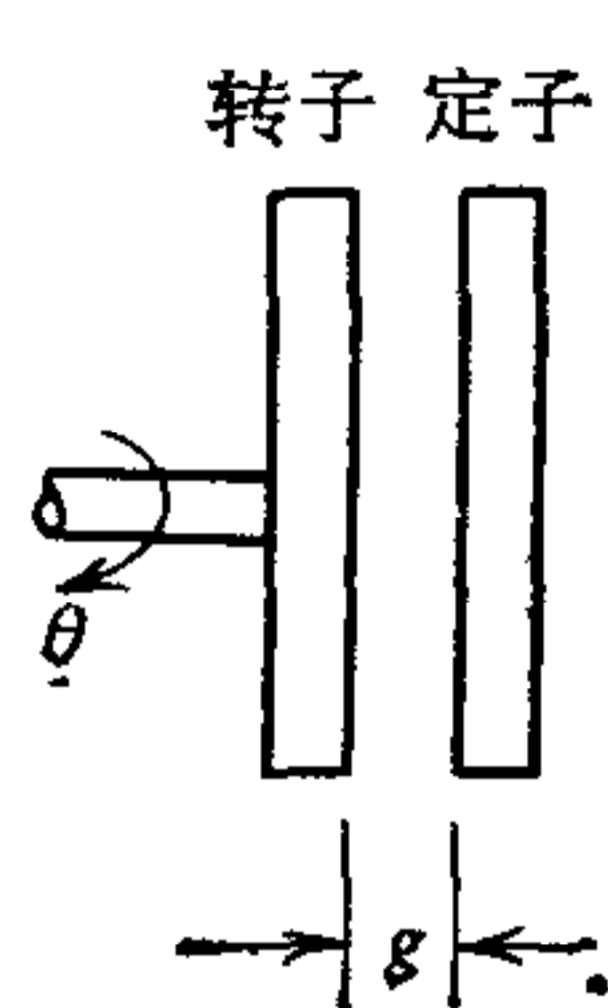


图 1.1

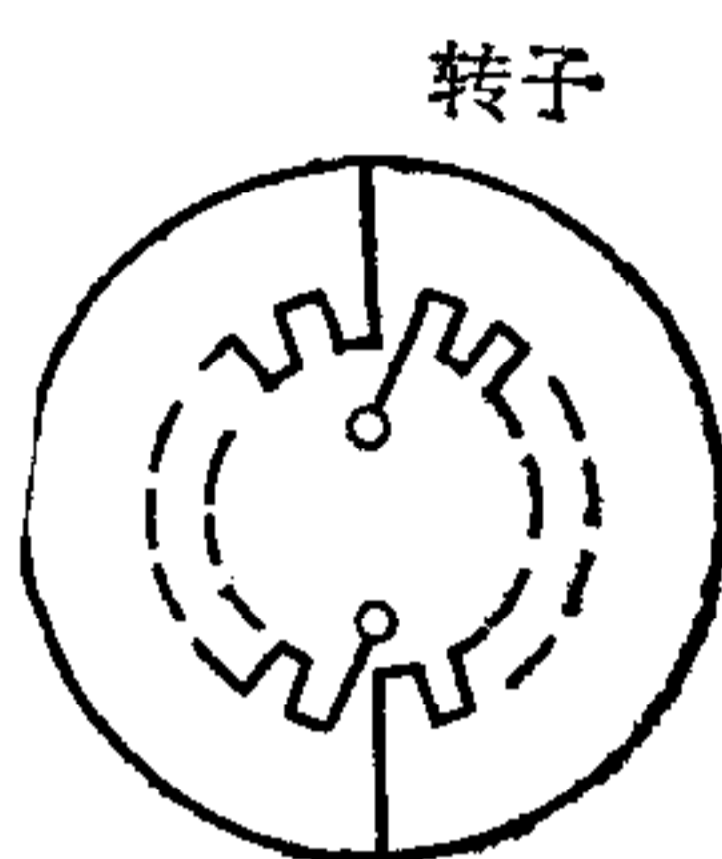


图 1.2

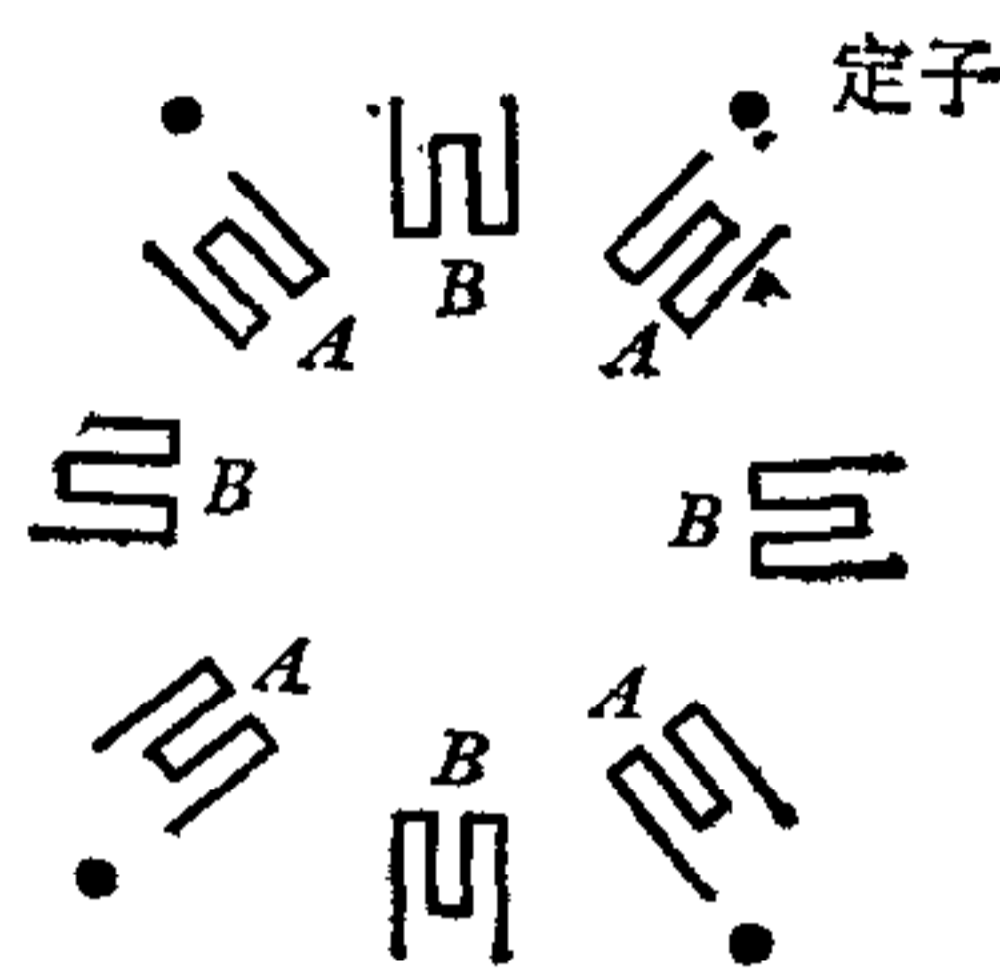


图 1.3

为了简化问题, 误差分析中采用两个基本假定: 计算激磁效应时, 略去端线作用, 看成是许多径向导体(单元导体)载流效应之和; 计算感应磁通耦合量时, 看成是许多相同小窗口磁通耦合量(单元磁通)之和.

表 1.1 中以脚注 z, d 代表转、定子的有关参数. 但在讨论单元导体激磁作用和单元磁通时, 却要以脚注 g, s 来表示参数属于哪一个盘子的, 容易混淆, 但为使结果既适于定子激磁也适于转子激磁, 下一节暂时还这样做.

二、从单元磁通算起

这一节的目的是计算 M_1 和 $e(\theta)$.

激磁端(主端)有一根细导线 MN (图 2.1) 载流 I , 结果使磁通耦合端(副端)盘面上的 Q 点耦合到的磁通密度(指垂直分量)为 $B_1(\theta)$. 附录 I 导出它在工程上合用的近似表达式以及它的福氏级数展开式, 即

$$\begin{cases}
 B_1(\theta) \doteq (I b_1 \sin \theta (1 + \cos \theta) / R) / (\text{sh}^2 a + \sin^2 \theta) \\
 = (I b_1 b_2 / R) \sum_{\nu=1,2,3,\dots}^{\infty} \text{EXP}(-\nu a) \cdot \sin(\nu \theta) \\
 \text{sh} a = g/R, \quad b_1 = \mu_0 / 4\pi, \quad b_2 = 2.
 \end{cases} \quad (2.1)$$

副端盘面上有一个单元线圈, 其中心线经过 Q 点(图 2.2), 为它所耦合的单元磁通为

$$\phi_1(\theta) = \int_{R_{2s}}^{R_{1s}} \left[\int_{\theta_{11}}^{\theta_{12}} B_1(\theta) d\theta \right] R dR, \quad \left(\begin{matrix} \theta_{12} \\ \theta_{11} \end{matrix} = \theta \pm (\theta_s - \alpha_s) / 2 \right) \quad (2.2)$$

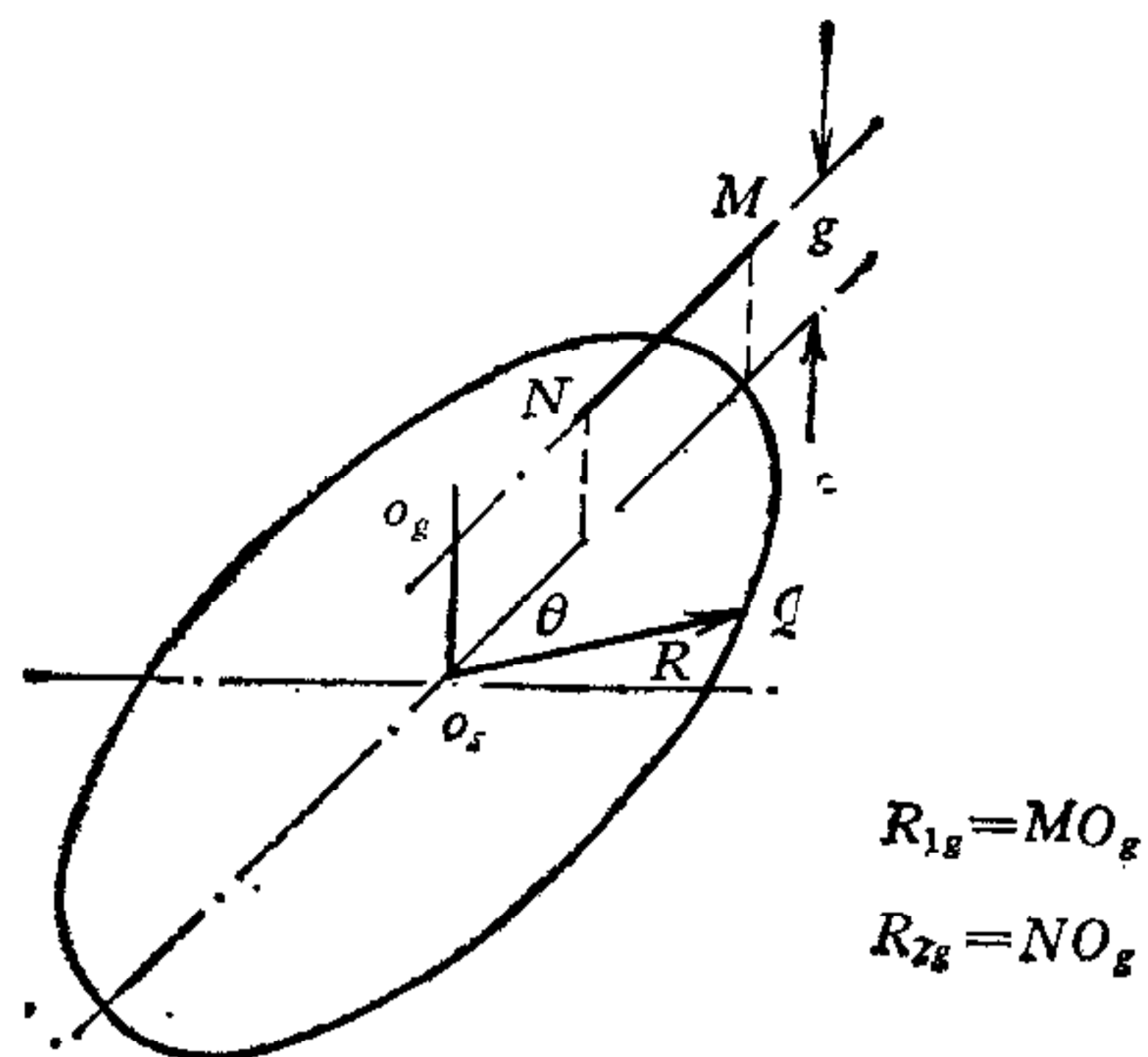


图 2.1

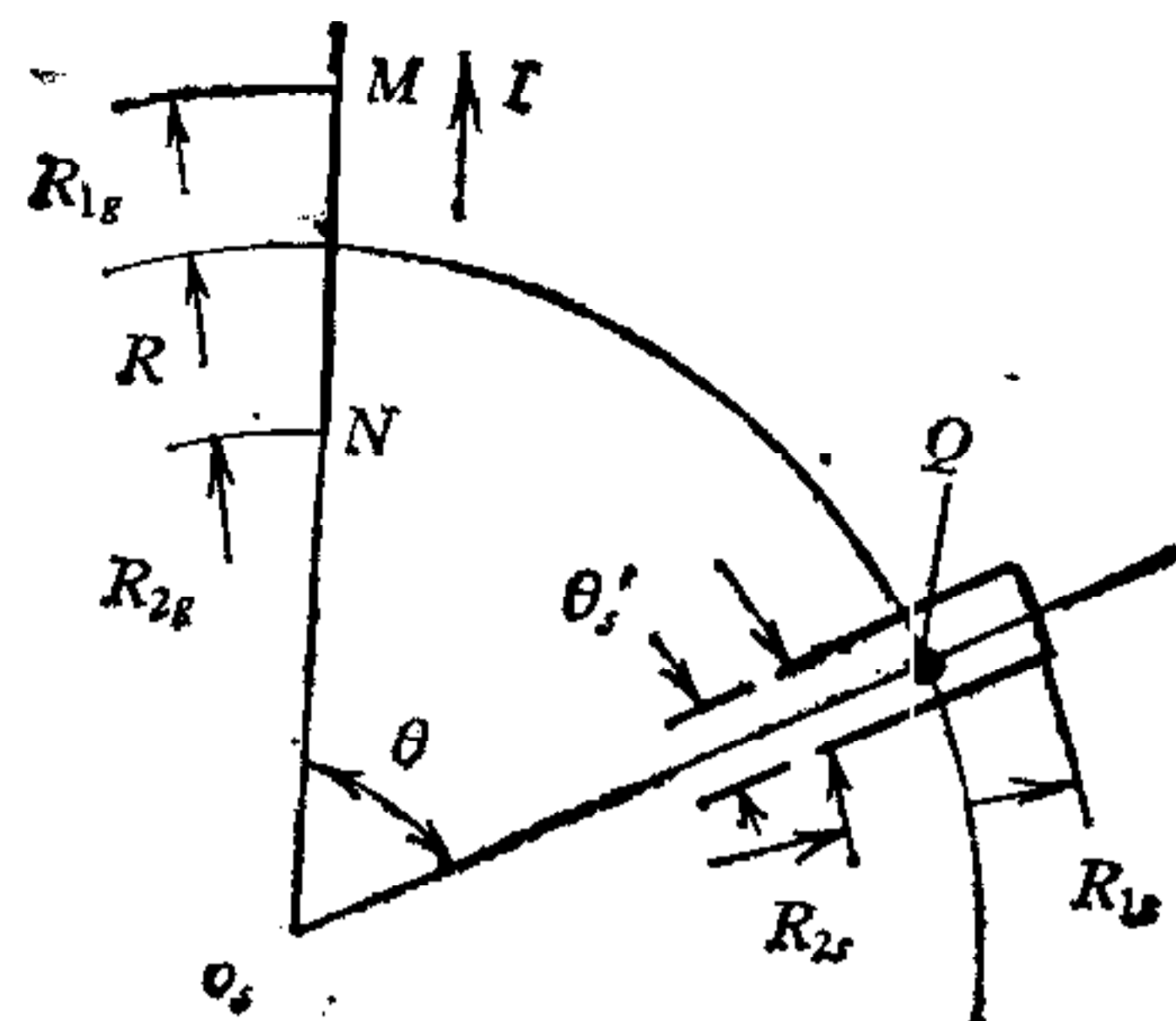


图 2.2

如将 (2.1) 式的福氏级数代入, 将遇到如下积分

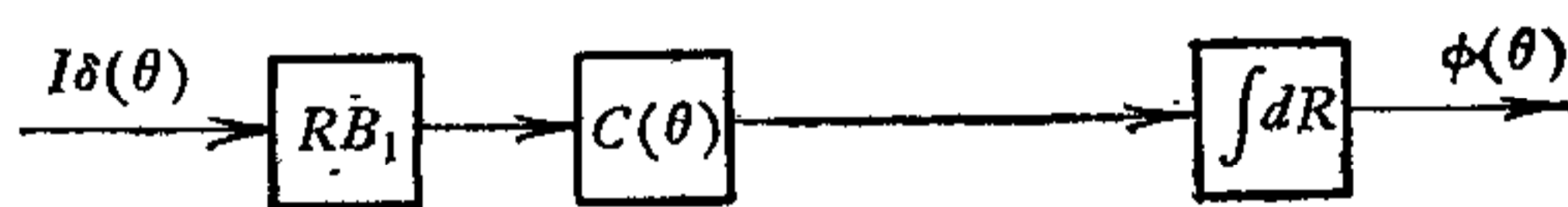
$$b_{8\nu} = \int_{R_{2g}}^{R_{1g}} \text{EXP}(-\nu g/R) dR \tag{2.3}$$

附录 IV 导出其近似值见表 2.1.

自动化工作者习惯于用方块图来表达运算关系(即折叠积分和谱函数连乘). 因此由 I 到 ϕ_1 的函数关系可用图 2.3a 来代表. 第一个方块代表 (2.1) 式中 $I \sim RB_1(\theta)$ 的关系, 第二个方块代表 (2.2) 式内积分运算, 第三个方块代表外积分运算. 若以谐波幅值关系来看也是对的, 对照图 2.3a 和表 2.1, ν 次谐波幅值增益为 $b_1 b_2 b_{7\nu} b_{8\nu}$. 但没有列出相位关系, 因为 σ_Δ 的运算只需要幅值. 以第二个方块为例, $C(\theta)$ 的双边拉氏变换式为

$$(e^{\theta_{12}S} - e^{\theta_{11}S})/S$$

代入 $S = j\nu$, 就得到幅值因子 $b_{7\nu}$.



(a) 单元激磁



(b) 定子激磁

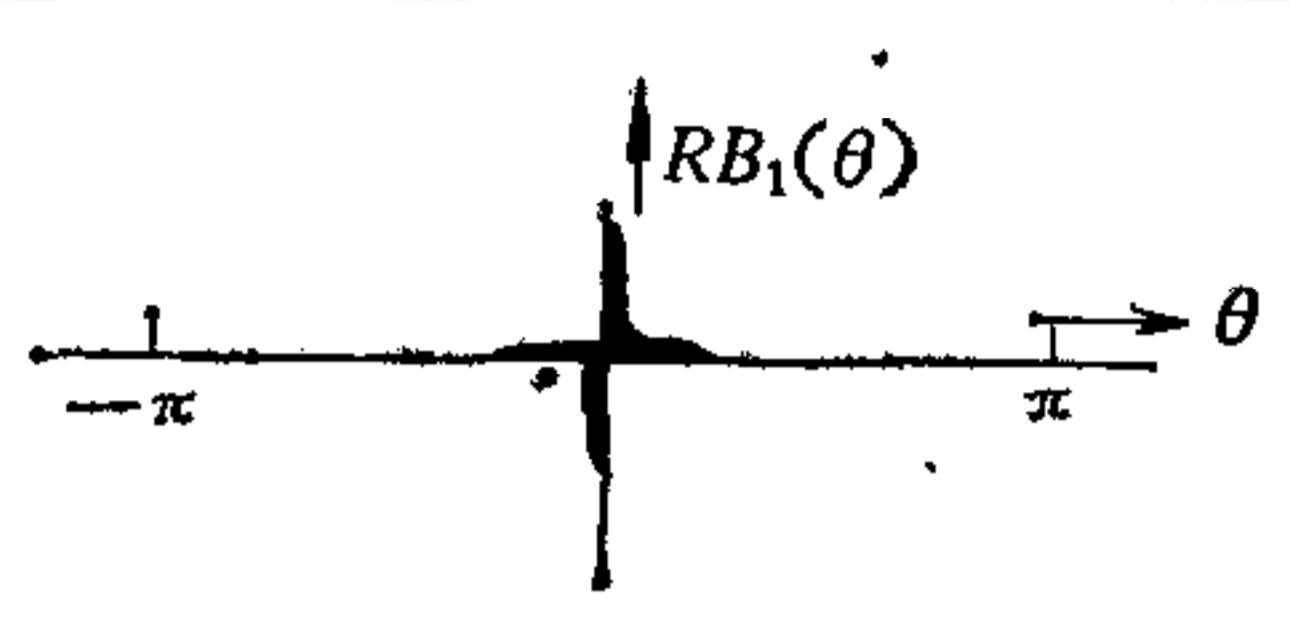
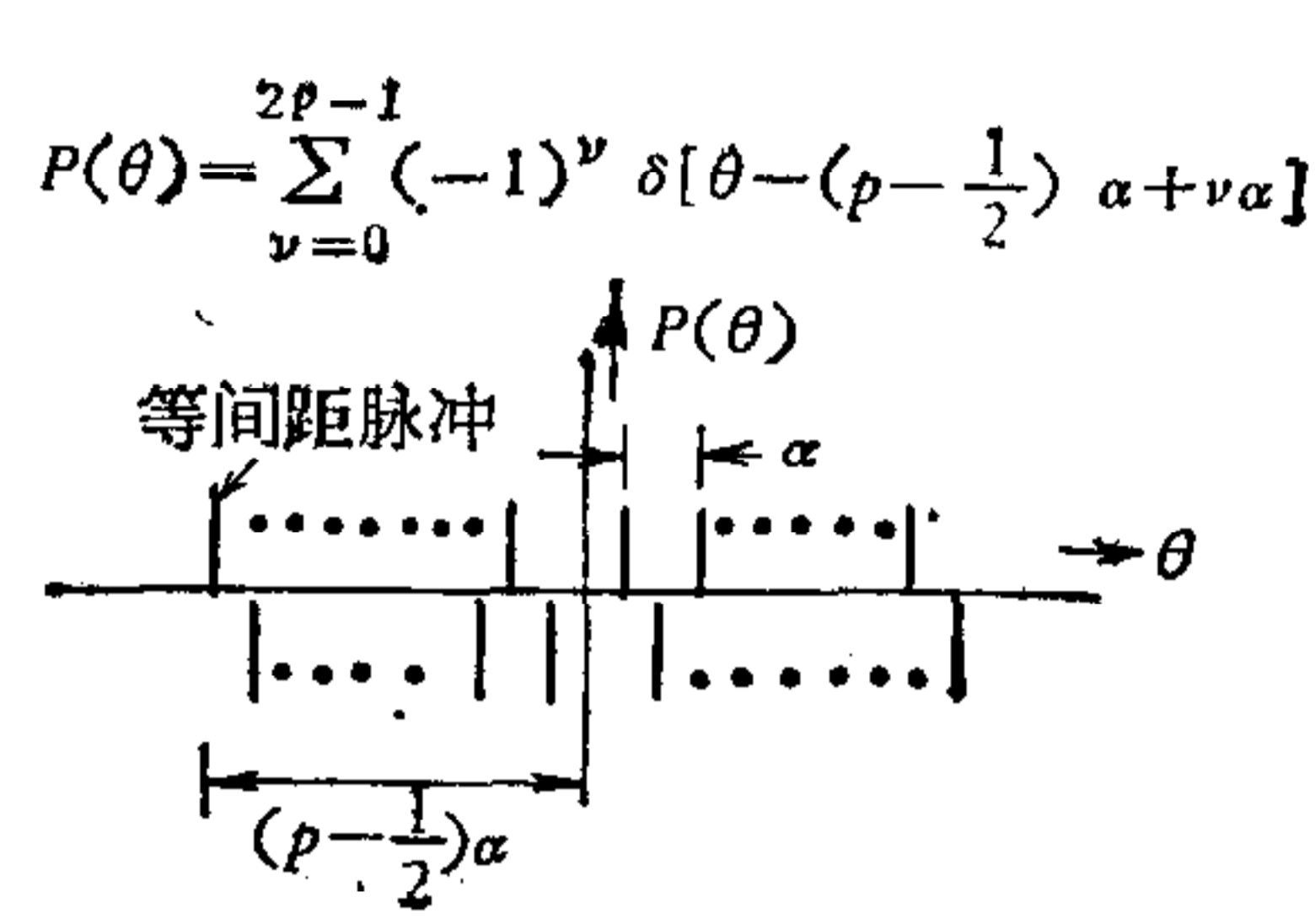
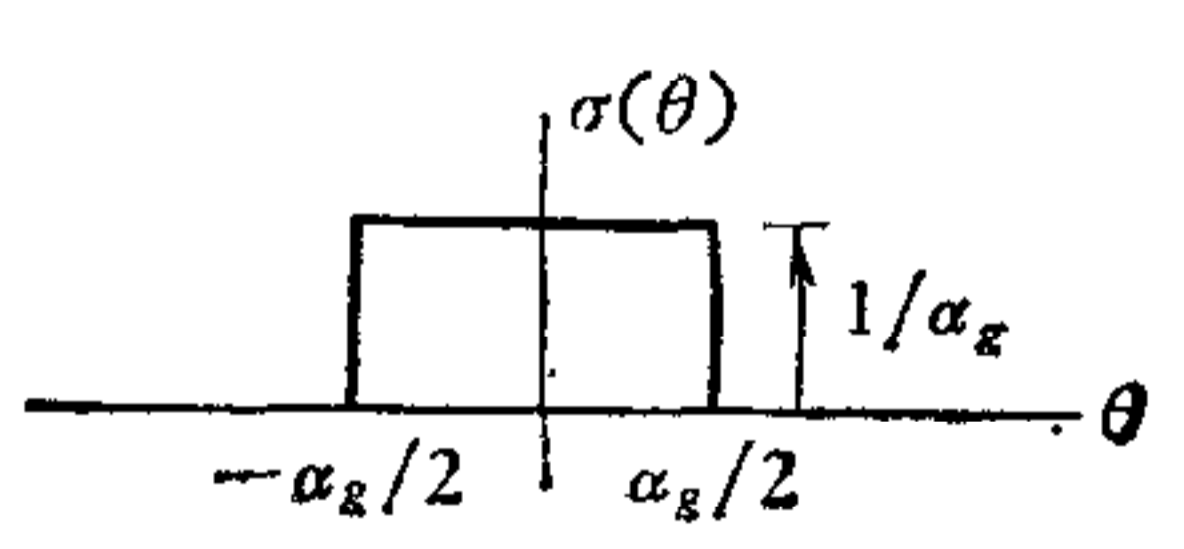
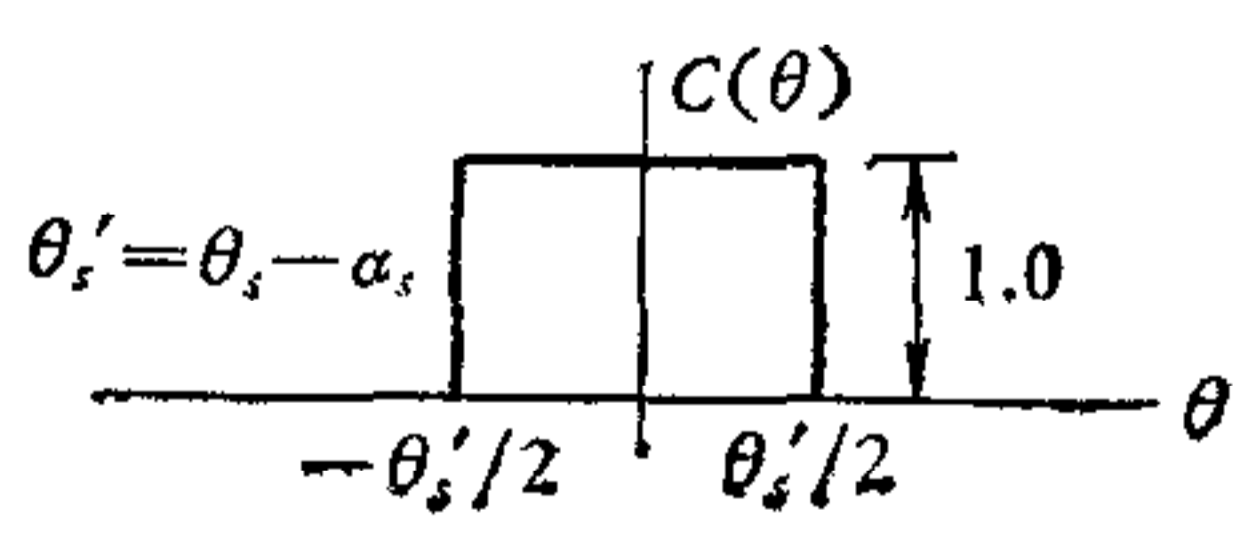
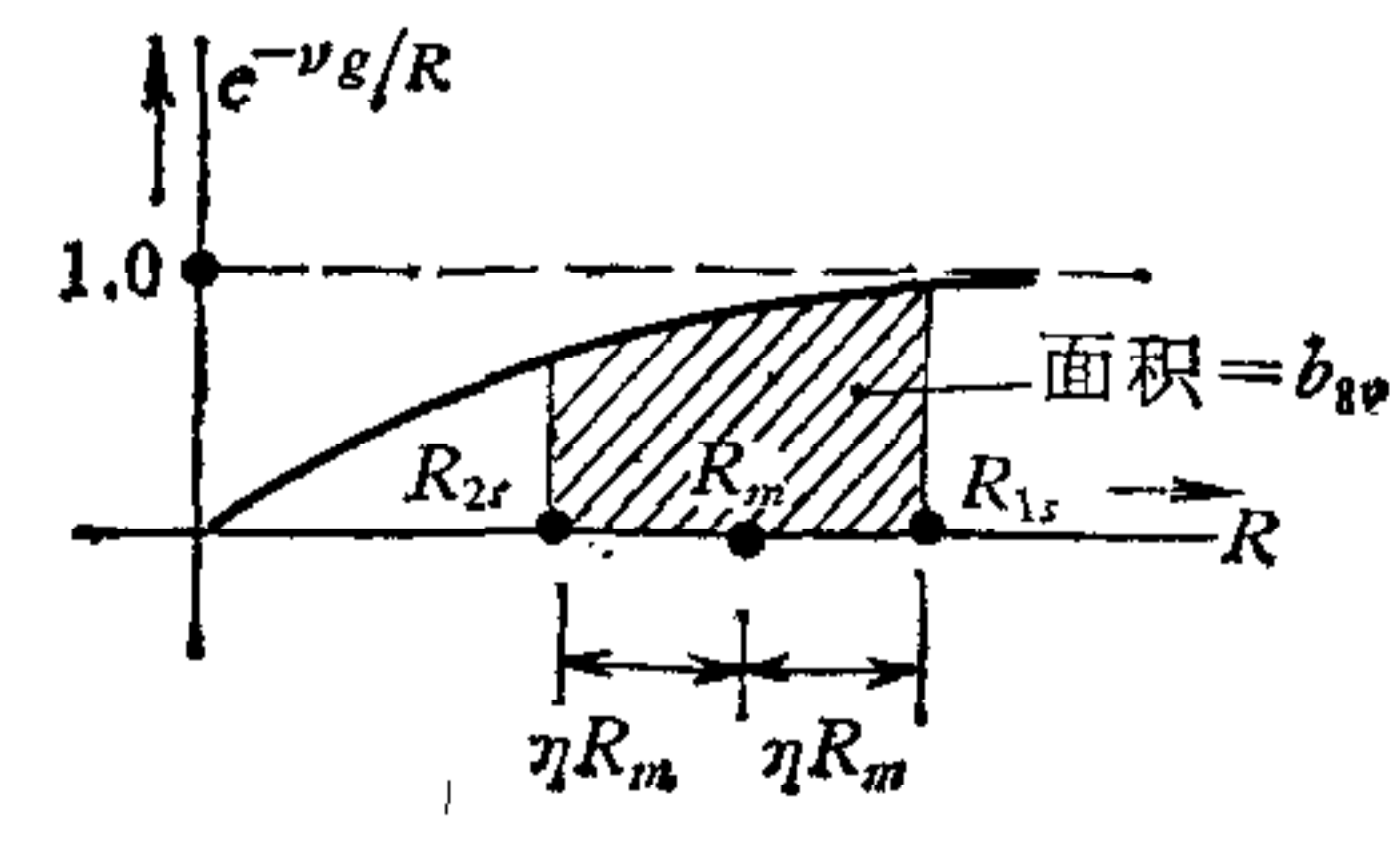


(c) 转子激磁

图 2.3

往下以定子激磁为例, 逐步把 2.3a 图发展成为图 2.3b. 其中 $C(\theta)$, $\sigma(\theta)$ 写成 $C_s(\theta)$, $\sigma_d(\theta)$, 意味着以 α_z 代 α_s , α_d 代 α_g . 首先导体是有宽度 α_d 的, 因此方块 $\sigma_d(\theta)$ 代表电流密度分布函数, 它应插入到图 2.3a 第一个方块之前. 但是一个扇形绕组有 m 根导体, 应把它们激磁作用累加起来, 为此在 σ_d 之前还要插入一个方块 $D_1(\theta)$ (式 (2.4)). 定子每相又有 $2K$ 个扇形绕组, 因此在 $D_1(\theta)$ 之前还应插入一个方块 $D_2(\theta)$ (式 (2.5)), 但这对 $N = 180, 360$ 是合用的, 若 N 为二进制数, 则要复杂一些, 可参看中国科学院沈阳自动化所研究报告(以下“报告”)作者的“电磁感应式转角变送器的若干问题”一文附录 II. 转子

表 2.1

运算符	意义	幅 值 因 子		反 应 函 数												
$RB_1(\theta)$	单元磁通密度	b_1	$\mu_0/4\pi$													
		b_2	2													
$Z(\theta)$	转子特性	$b_{3\nu}$	0	$[\nu \neq N, 3N, \dots]$												
		$b_{3\nu N}$	$2N$	$[\nu = 1, 3, \dots]$												
$D_2(\theta)$	定子特性	$b_{4\nu}$	0	$[\nu \neq K, 3K, \dots]$												
		$b_{4\nu K}$	$2K$	$[\nu = 1, 3, \dots]$												
$D_1(\theta)$	扇形绕组特性	$b_{5\nu}$	$\sin(\nu m \theta_d/2) / \cos(\nu \theta_d/2)$													
		$b_{5\nu N}$	m	$\left[\begin{array}{l} \theta_d = \pi/N \\ \nu = 1, 3, \dots \end{array} \right]$												
		$b_{5\nu K}$	$\left[\begin{array}{l} \theta_d = \pi/N, N = 2Km \\ \nu = 1, 3, \dots \\ \nu K \neq N, 3N \dots \end{array} \right]$													
$\sigma(\theta)$	电流密度分布	$b_{6\nu}$	$\sin(\nu \alpha_g/2) / (\nu \alpha_g/2)$													
$C(\theta)$	窗口宽	$b_{7\nu}$	$\sin(\nu \theta_s - \alpha_s) / (\nu/2)$													
$\int e^{-\nu a} dR$	窗口长	$b_{8\nu}$	$(2R_m e^{-\nu a_m}) \cdot (\text{sh}(\eta \nu a_m) / \nu a_m)$													
			$a_m = g/R_m$ $R_m = (R_{1s} + R_{2s})/2$ $\eta = \frac{R_{1s}}{R_m} - 1$													
				 $P(\theta) = \sum_{\nu=0}^{2p-1} (-1)^\nu \delta[\theta - (p - \frac{1}{2})\alpha + \nu\alpha]$ <table border="1" data-bbox="1263 1360 1844 1602"> <tr> <td>$P(\theta) =$</td> <td>$Z(\theta)$</td> <td>$D_2(\theta)$</td> <td>$D_1(\theta)$</td> </tr> <tr> <td>$P =$</td> <td>N</td> <td>K</td> <td>$m/2$</td> </tr> <tr> <td>$\alpha =$</td> <td>$\theta_z = \pi/N$</td> <td>$\theta_K = \pi/K$</td> <td>θ_d</td> </tr> </table>	$P(\theta) =$	$Z(\theta)$	$D_2(\theta)$	$D_1(\theta)$	$P =$	N	K	$m/2$	$\alpha =$	$\theta_z = \pi/N$	$\theta_K = \pi/K$	θ_d
$P(\theta) =$	$Z(\theta)$	$D_2(\theta)$	$D_1(\theta)$													
$P =$	N	K	$m/2$													
$\alpha =$	$\theta_z = \pi/N$	$\theta_K = \pi/K$	θ_d													
				  												

绕组有 $2N$ 个小窗口,为了计算转子绕组磁通总耦合量,在方块 $C_z(\theta)$ 之后还应插入一个方块 $Z(\theta)$ (式(2.6)). 图 2.3b 反映了上述全部运算,表 2.1 则归纳了所有讨论过的方块,包括其涵意,运算符(反应函数)以及谱函数(离散谱)的幅值因子. D_1, D_2, Z 三个方块的反应函数为

$$D_1(\theta) = \sum_{\nu=0}^{m-1} (-1)^\nu \delta[(\theta - (m-1)\theta_d/2) + \nu\theta_d] \quad (2.4)$$

$$D_2(\theta) = \sum_{\nu=0}^{2K-1} (-1)^\nu \delta[(\theta - (2K-1)\theta_K/2) + \nu\theta_K] \quad (2.5)$$

$$Z(\theta) = \sum_{\nu=0}^{2N-1} (-1)^\nu \delta[(\theta - (2N-1)\theta_z/2) + \nu\theta_z] \quad (2.6)$$

它们是类同的。

如果是转子激磁,则 $\sigma(\theta)$, $C(\theta)$ 改为 $\sigma_z(\theta)$, $C_d(\theta)$, 意味着以 α_z , α_d 替代 α_g , α_s . 按照同样的方法,一下就可以得到图 2.3c. 只有一点需稍加说明,每个扇形绕组似乎只有 $(m-1)$ 个窗口,实际上还是 m 个,由于这涉及到布线原则,就不深究了。

有了表 2.1, 计算 M_1 和 $e(\theta)$ 的任务就迎刃而解了。(1.1) 式就可细写成为

$$\begin{cases} E_A = kI \sum_{\nu=1,3,\dots}^{\infty} M_\nu \sin(\nu N\theta) \\ E_B = kI \sum_{\nu=1,3,\dots}^{\infty} M_\nu (-1)^{\frac{\nu+1}{2}} \cos(\nu N\theta) \\ (\cos \varphi)E_A - (\sin \varphi)E_B = kI \sum_{\nu=1,3,\dots}^{\infty} M_\nu \sin[\nu(N\theta + (-1)^{(\nu+1)/2} \cdot \varphi)] \\ M_\nu = b_1 b_2 \prod_{j=3}^8 b_{j\nu N}, \end{cases} \quad (2.7)$$

其中 k 为 E 和 Φ 之间的量纲常数。最后再回顾一下 (2.1) 式, 若将 $(1 + \cos \theta)$ 改为 2, 则与一般文献相一致, 只有一个差别, 就是参数 R 不是常量而是变量。文献中的办法是把圆盘结构近似展开为线性结构, 而后再把导体看成是无限长得来^[1], 附录 I 中办法是采用工程性质的函数适配, (2.1) 式为其最简单形式, 保留了圆柱坐标系特征。

三、理想结构的函数误差

理想结构, 首先指的是没有结构缺陷, 其次是指结构参数选得合适, 例如采用

$$\begin{cases} \theta_d = \theta_z, & \alpha_d = 2\theta_z/5, & \alpha_z = \theta_z/3 \\ \eta = 1/4, & Ng/R_m = 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

就可以使 $M_3 = M_5 = 0$ 。它既没有零位误差, 也没有正交误差, 只有函数误差。下面采用比均方差更苛刻的误差估计, 即令

$$|\Delta\theta| < (1/NM_1) \sum_{\nu=7,11,\dots}^{\infty} |M_\nu| \quad (3.2)$$

利用表 2.1 和 3.1 式, 附录 II 经过计算得

$$|\Delta\theta| < 0.110 \text{ 角秒}$$

它小于实际误差, 因此实际误差的根源还来自结构缺陷。

第一个缺陷是由于导体边缘部分不是一刀切, 而是不规则的, 实有导体宽度和窗口宽度达不到预期的 (3.1) 式, 三、五次谐波不能根除, 而且电流分布必有边缘效应。

四、刻线误差

导体的实际尺寸,有宽有窄,窗口中心线也会偏离预定位置,一般可达十角秒级。

理想定子激磁,在转子盘面所产生的 $B(\theta)$ 按频谱可以分为三部分: 有用信号 $B_N(\nu = N)$, 函数误差 $B'(\nu = 3N, 5N, \dots)$, 强大的无用部分 $B''(\nu = K, 3K, \dots)$ ($\nu \neq N, 3N, \dots$)。理想转子接受 B' 而产生函数误差 e' , B'' 的均方值比 B' 要强 m^2 倍, 却被理想转子全部拒绝, 不形成误差。但转子有刻线误差时, 对 B'' 就不能全部拒绝, 而漏过去一小部分形成新的误差 e'' 。下面将可发现 $\overline{(e''(\theta))^2}$ 比 $\overline{(e'(\theta))^2}$ 大。

定子也有刻线误差, 因此 $B(\theta)$ 又增加了一个组分 $B'''(\theta)(\nu = 1, 2, 3, \dots)$, 但在功率上, 它比 B', B'' 小得多; B''' 也分为转子接受和为转子漏过两部分, 后一部分为二次小可略去, 前一部分也应比 B' 小, 而 e' 正是前一节分析过理想函数误差, 因此也可略去。

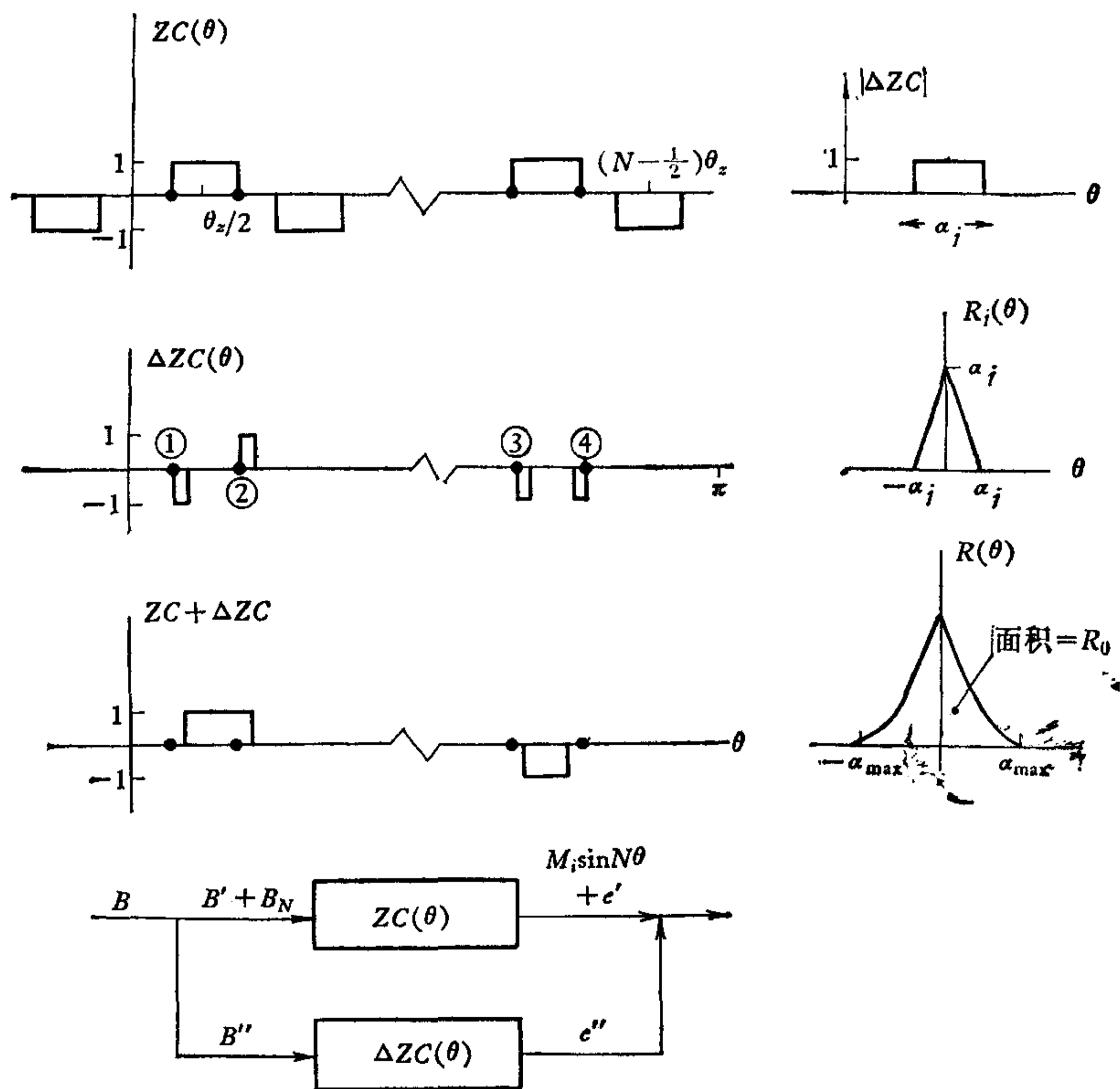


图 4.1

将 $C(\theta), Z(\theta)$ 合并成 $ZC(\theta)$, 如图 4.1 所示。由于有刻线误差, ①, ② 之间小窗口右移, ③, ④ 之间小窗口变窄。因此等价于有一个方块 $\Delta ZC(\theta)$ 与 $ZC(\theta)$ 并联如同图所示。 $\Delta ZC(\theta)$ 是一个确实的反应函数, 因此必存在福氏展开式 (4.1), 也存在自相关

函数 $R(\theta)$ ((4.2) 式),

$$\Delta ZC(\theta) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \Delta_{\nu} \sin(\nu\theta - \beta_{\nu}) \quad (4.1)$$

$$R(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta ZC(\theta_1) \cdot \Delta ZC(\theta_1 + \theta) d\theta_1. \quad (4.2)$$

(4.2) 式中 $\Delta ZC(\theta)$ 应看成是周期性函数. 不过并不知道 $\Delta_{\nu}, \beta_{\nu}$! 但可以发现, $R(\theta)$ 却有一定规律性. 在 $(|\theta| < \theta_{z/2})$ 区间, $R(\theta)$ 实际上是 $4N$ 个小脉冲自相关函数之和 (见图 4.1 右侧), 也就是宽窄不同的小三角波之和, 因此在这区间内 $R(\theta) = R_0 \delta'(\theta)$ 其中 $\delta'(\theta)$ 是一箭头波形面积为“1”的脉冲, 而 R_0 则为 $R(\theta)$ 在这一区间的面积, 即

$$\begin{cases} R_0 = \sum_{j=1}^{4N} (\alpha_j)^2 = 4N\sigma_K^2 & (4.3) \\ \sigma_K^2 = \frac{1}{4N} \sum_{j=1}^{4N} (\alpha_j)^2 = \text{刻线偏差均方值}, & (4.4) \end{cases}$$

$4N$ 这个数不算太小, 统计平均值 σ_K^2 虽然也因盘而异, 但它的离散程度要比 α_j^2 的离散程度小 $4N$ 倍, 因此在 $(|\theta| < \theta_{z/2})$ 区间 $R(\theta)$ 有很强的规律.

在 $(|\theta - k\theta_z| < \theta_{z/2})$ 区间, 是 $4N$ 对小脉冲互相关函数之和, 每对脉冲互相关函数的面积有正有负, 正象扔辅币一样, 扔 $4N$ 次(上千次)的结果, 正面冲上的机会是 $1/2$ (统计学上的独立无关事件), 因此正负有互相抵消的特点. 它也会偏离零, 但离散程度也比单对脉冲互相关函数的面积离散程度小 $1/4N$ 倍. 如果通过测定, 得到 α_j 的分布律, 其离散程度是可以估计的. 两次刻线误差之间, 除设备固有规律性外, 产生误差是没有因果关系的, 确具有独立无关事件的性质. 因此

$$R(\theta) \doteq R_0 \delta'(\theta). \quad (4.5)$$

将 (4.1) 式代入到 (4.2) 得 (4.6) 式, 将 (4.5) 式展开成福氏级数得 (4.7) 式, 两者对比得 (4.8) 式,

$$\begin{cases} R(\theta) = (1/2) \sum_{\nu=1}^{\infty} (\Delta_{\nu})^2 \cos(\nu\theta) & (4.6) \\ \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} R(\theta) \cos(\nu\theta) d\theta = R_0/\pi = (4N/\pi)\sigma_K^2 & (4.7) \\ |\Delta_{\nu}| = \Delta = \sqrt{\delta N/\pi} \cdot \sigma_K \quad [\text{当 } \nu < \nu_c \doteq \pi/5\alpha_{\max}] & (4.8) \\ |\Delta_{\nu}| < \Delta, \quad [\text{当 } \nu \geq \nu_c] \end{cases}$$

其中 α_{\max} 是最大刻线误差, 若谐波周期比它小, 则 (4.7) 式不能成立. 若 $\alpha_{\max} = 30$ 角秒, 则 $\nu_c \doteq 12 \times 360$. (4.8) 式应为大量产品的数学期望.

这就是本节的理论基础. 在此基础上, 略去 $B'(\theta)$ 之后计算误差 $e''(\theta)$ 的均方值并不难. 由 (2.7) 式, 将 ZC 换成 ΔZC 之后得

$$\begin{cases} \Delta\theta = (1/NM_1) \sum_{\nu=1,3,\dots}^{\infty} M'_{\nu} \sin(\nu K\theta - \beta'_{\nu}) \\ \sigma_{\Delta}^2 = \frac{1}{2} (1/NM_1)^2 \sum_{\nu=1,3,\dots}^{\infty} (M'_{\nu})^2 \\ M'_{\nu} = M_{\nu} \Delta_{\nu} / (b_{3\nu K} b_{7\nu K}) \end{cases} \quad (4.9)$$

若 $\theta_d, \alpha_d, \alpha_z$ 按 (3.1) 式取值, 并在布线上使 $N \doteq 2Km$ 关系成立, 那么 σ_Δ^2 是可以算出来的. 先从容易的着手, 暂用 $e^{-\nu K a_m}$ 代 $b_{\nu K}$, 也就是说, 在平均半径 R_m 上看信噪比. 此外为了简捷, 规定两种估值算法, 得到两个估值 $\sigma_{\Delta 1}$ 和 $\sigma_{\Delta 2}$, 使下式成立

$$\begin{cases} \sigma_{\Delta 1}^2 > \sigma_\Delta^2 > \sigma_{\Delta 2}^2 \\ \text{往大算 } \Delta_\nu = \Delta(\nu > \nu_c), \quad b_{\nu K} = 1 & \text{得 } \sigma_{\Delta 1} \\ \text{往小算 (4.9) 第二式求和时只取前 } 2m \text{ 项, } b_{\nu K} = 0.76, & \text{得 } \sigma_{\Delta 2}, \end{cases} \quad (4.10)$$

代入到 (4.9) 式, 利用表 2.1 得 (参看附录 III)

$$\begin{cases} \sigma_{\Delta 1}^2 = (\sigma_K^2/N) F^2 \left[\frac{1}{2m^2} e^{2Na_m} \sum_{\nu=1,3,\dots}^{\infty} b_{\nu K}^2 e^{-2\nu K a_m} \right] = F^2 L^2(Na_m, m) \frac{\sigma_K^2}{N} & (4.11) \\ F = \sqrt{\pi/2} / [5 \sin 60^\circ \sin 36^\circ] = 0.6172 \\ L^2 = (1/(1 - e^{-4Na_m})) \left(1 + \frac{1}{m} H(Na_m, m) \right) \\ H = (1/m) \sum_{\nu=1,3,\dots}^{2m-1} \left[\frac{\text{sh}(\nu Na_m/2m)}{\sin(\nu\pi/4m)} \right]^2 \\ \sigma_{\Delta 2}^2 = (0.76)^2 (1 - e^{-4Na_m}) \sigma_{\Delta 1}^2. \end{cases} \quad (4.12)$$

其中 L, H 函数与 Na_m, m 的关系见表 4.1, 4.2. 当 $m \geq 10$ 时 H 几乎仅为 Na_m 的函数, 因为此时可用一个积分式代替 (4.11) 式中的 H , 由表和 (4.11) 式可以得出以下结论:

- (1) m 取大为宜, 最大为 $N/4$.
- (2) 同样的 m 有一个最合适间隙 (表现在 Na_m 中), $m = 10, 20$, 选用 $Na_m = 1$.
- (3) $m > 20$, 最合适间隙变大, 但仍以 $Na_m = 1$ 为宜, 因为此时的 L 已趋于 $L_{\min} = 1$, 另外 Na_m 取小使信号幅值 M_1 保持尽可能大的值, 有利于提高后接放大线路的信噪比.

表 4.1

L^2		Na				
		0.25	0.5	1	2	4
m	2	1.693	1.512	2.55	32.75	
	10	1.587	1.173	1.087	1.403	11.1
	20	1.585	1.165	1.052	1.202	5.14

表 4.2

H		Na			
		0.5	1	2	4
m	2	0.614	3.06	3.18	
	10	0.1452	0.637	4.031	101
	20	0.1454	0.637	4.0475	102.8

(4) $m = 20$ 时, Na_m 在 (0.5—2.0) 之间改变, $\sigma_{\Delta 1}$ 总是取最小值, $m > 20$, 下限 0.5 不变 (因 $H \rightarrow 0$), 上限扩展. 是感应同步器安装上的优点.

(5) 推荐以下间隙 g_0 , 以如下的 $\sigma_{\Delta 1}$ 作为评价

$$\begin{cases} g_0 = R_m/N \\ \sigma_{\Delta 1} = F \cdot \sigma_K / \sqrt{N}, \end{cases} \quad (4.13)$$

此时 $\sigma_{\Delta 2} \doteq 0.76\sigma_{\Delta 1}$, 说明估值可行.

(6) 实际误差主要来源出于结构缺陷。

设 $m \geq 10, N = 360, \sigma_K = 5''$, 采用推荐间隙时, $\sigma_{\Delta 1} \doteq 0.163''$. 若以通常的 3σ 作为误差范围估计, 则在绝大多数情形下, $|\Delta\theta| < 0.49''$, 比理想函数误差大. 当存在规律性刻线误差时, 函数误差要增加, 它大致与 e^{-Na_m}/N 成正比, 因此考虑两者的综合误差时, 间隙应比推荐间隙大一些. 因此可以说实际误差源于结构缺陷.

如果考虑定子刻线误差, (4.11) 式的 L^2 中应增加以下两项

$$(2\pi/3N)^2(1/(1 - e^{-4Na_m})); (\sigma_K/\pi)^4 e^{2Na_m}/(2Na_m)$$

由于有 $(1/N), (\sigma_K/\pi)$ 这样的因子比 1 小得多, 完全可以略去. 证明了前面的推理.

由于结论 (4), 表明我们可以拿特定半径 R_m 上的评价作为整体评价, 但总嫌牵强. 为此在附录 IV 中, 将 b_{8v} 考虑进去, 除此之外, 还考虑了比 (2.1) 式适配程度更好的近似表达式. 其结果证明上述评价概念是正确的.

文献 [2] 建议, 定子也采用转子绕组, 此时

$$\sigma_{\Delta} = \sigma_{\Delta 1} = (1/\sqrt{2}) F(\sigma_K/\sqrt{N})$$

当 Na_m 用得很大, 则单纯地表现为正交误差.

五、偏心和倾斜

转子绕 O 轴旋转, $\theta = 0$ 定义在转子盘心 O_z 离定子盘心 O_d 最远处(图 5.1), 其距离为 $r_d + r_z$. 转子上某一点 Q , 它在转子上的坐标系为 (R_z, α_z) , 但在定子上的相应坐标系 (R_d, α_d) , 它们之间有如下的换算关系(由图 5.2 直接看出),

$$\begin{cases} \theta + \alpha_z = \alpha_d + \beta, & \alpha_d - \alpha_z = \theta - \beta \\ R_z \beta = r_z \sin(\alpha_d - \theta) + r_d \sin \alpha_d, & (\alpha_d \text{ 可易为 } \alpha_z + \theta, \text{ 因 } \beta r \text{ 为二次小}) \\ R_d - R_z = \Delta R = r_z \cos(\alpha_d - \theta) + r_d \cos \alpha_d. \end{cases} \quad (5.1)$$

图 5.1 还算出倾斜横轴与 O_dO 的夹角 φ , 按右手原则倾斜角为 λ , λ_z 和 λ_d 对间隙量改变作用相反. 由图看出, Q 点的间隙为

$$g + \Delta g, \quad \Delta g = R_z \lambda_z \sin(\varphi_z - \alpha_z) - R_d \lambda_d \sin(\varphi_d - \theta - \alpha_z), \quad (R_d \doteq R_z) \quad (5.2)$$

定子激磁时, Q 点磁通密度 ν 次谐波分量为

$$\begin{aligned} B_{\nu}(R_z, \alpha_z) &= B_{\nu}(R_d, \alpha_d) = M_{B\nu} e^{-\nu(g+\Delta g)/R_d} \sin \nu \alpha_d \\ &\doteq M_{B\nu} e^{-\nu a} [1 + \nu a \Delta g/g] [\sin[\nu \alpha_z + \theta] - \beta \cos[\nu \alpha_z + \theta]] \\ &\quad (a = g/R_{1z}) \quad (5.3) \end{aligned}$$

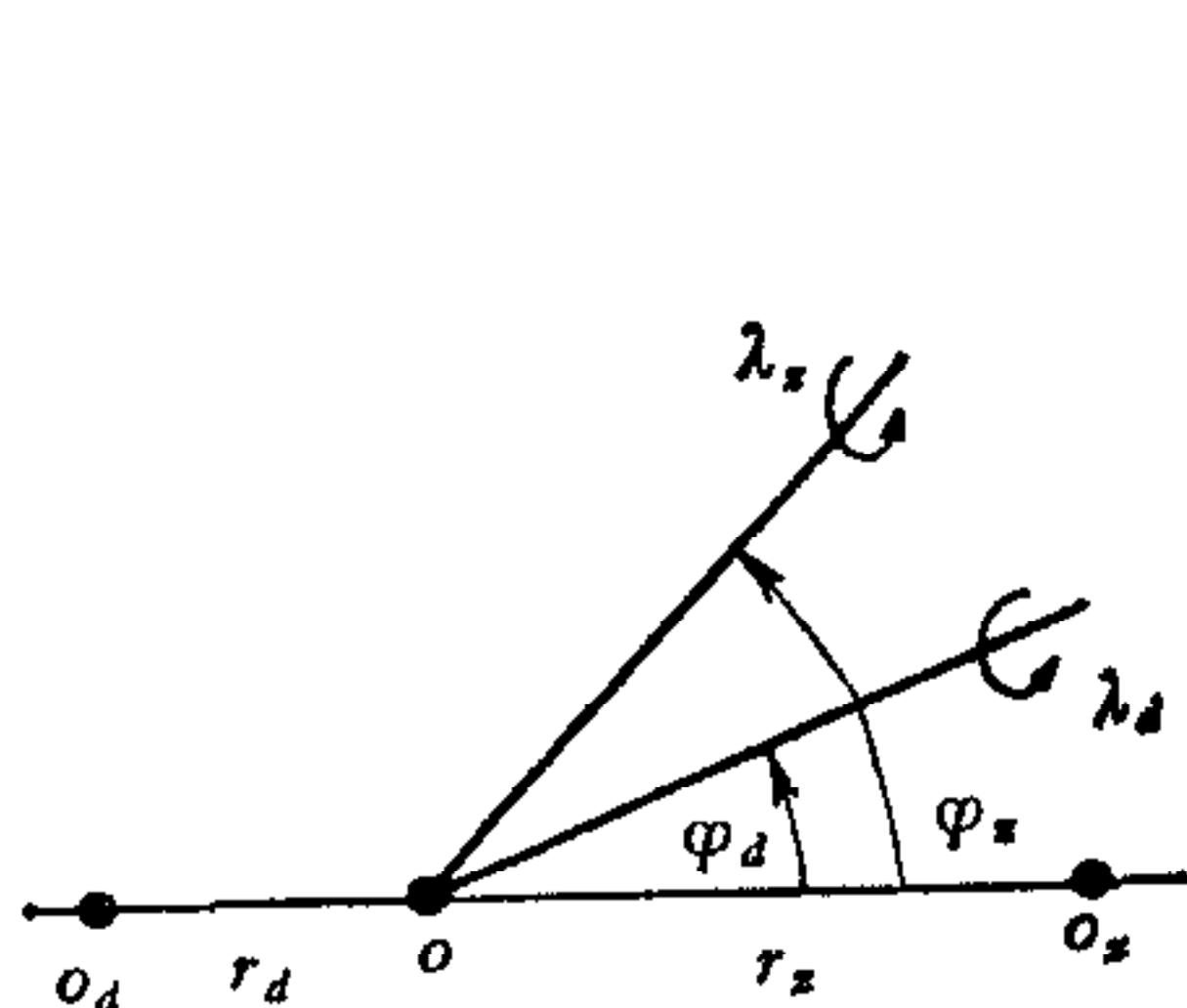


图 5.1

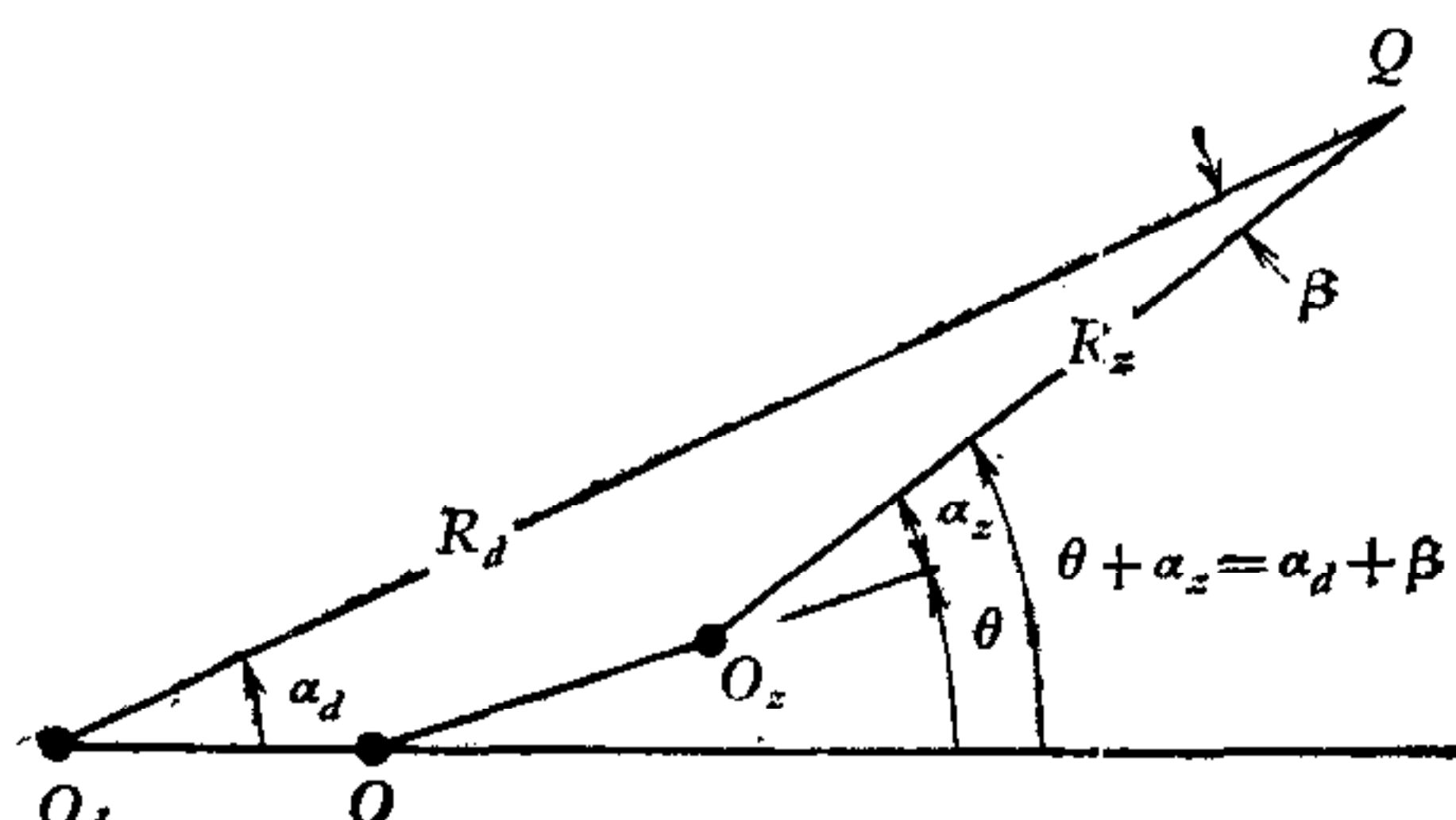


图 5.2

其中略去了 $\Delta R/R_z$, 因 $\Delta g, \Delta R$ 在调整时为同一数量级, 且 $R \gg z$. $B_\nu(R_z, \alpha_z)$ 中 θ 为常数, 以 α_z 为变元描述转子磁场分布. 由于转子只接受以 N 为基波的谐波项, 因此只需考虑 $\nu = N, 3N, \dots$ 诸频段. 令 $\nu = N$ (这是最主要的), 则 $B_N(R_z, \alpha_z)$ 中将包括 $N, N \pm 1, N \pm 2$ 诸谐波, 后四个将为转子所拒绝, 不必计算它; 这是因为 $\Delta g, \beta$ 均为 $\nu = 1$ 的基波, 因此上式中的

$$\Delta g \sin(N\alpha_z + \theta), \quad \beta \cos(N\alpha_z + \theta)$$

两项均不必考虑, 因它们产生 $N \pm 1$ 次谐波. 另外 $\beta \Delta g$ 将包括常数和 2 次谐波项, 后者在式中产生 $N \pm 2$ 次谐波也不必考虑, 因此只需考虑 B_N 中的如下组分, 即 (将 $\beta \Delta g$ 代入并只取与 α_z 无关的常数项)

$$\begin{cases} B'_\nu(R_z, \alpha_z) = M_{B\nu} e^{-\nu\alpha} [\sin[N(\alpha_z + \theta)] - (N^2/R_z \cdot 2)\Psi(\theta) \cos(N\alpha_z + \theta)] \\ \quad = M_{B\nu} e^{-\nu\alpha} \sin[N(\alpha_z + \theta - (N/2R_z)\Psi(\theta))] \\ \Psi(\theta) = (r_d \lambda_z \cos(\theta + \varphi_z) + r_z \lambda_d \cos(\theta - \varphi_d)) + (r_d \lambda_d \cos \varphi_d - R_z \lambda_z \cos \varphi_z) \\ \quad = h_0 + h_1 \sin(\theta - h_3) \end{cases} \quad (5.4)$$

若 $\alpha_z = 0$, 由图 5.2 看出, 随 θ 变化, Q 点扫描一周使相移函数 $\Psi(\theta)$ 随 Q 而表现出来, 同样代表磁场(有效部分)分布. 因此当 $\theta = \nu\theta_z$ 时, 将出现零位误差

$$\Delta\theta = (N/2R)\Psi(\nu\theta_z), \quad (5.5)$$

它是 θ 的函数而非常值, 为了同其他误差一致起来, 也采用均方差. 这里只考虑 h_1 , 即

$$h_1^2 = \overline{(\Delta\theta)^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{N}{2R} \right)^2 ((r_d \lambda_z)^2 + (r_z \lambda_d)^2) \right] = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{N}{2R} \right)^2 (r\lambda)^2 \right]$$

其中多乘一个 $1/2$ 因子, 是因为 φ 是不知道而又是确实有的函数, 起估值作用; 第二个等号是设两项相当并予以去掉脚注. 因此

$$|h_1| = (N/2\sqrt{2}R)(r\lambda) = (N/2\sqrt{2}R^2)(r \cdot \Delta g). \quad (5.6)$$

通过零位误差测定, h_0, h_1, h_3 可以测出. 测出之后, 有两件事要做: 做出判断和通过调整实现判断, 逐步使 $\Psi(\theta)$ 减小. 如果偏心 and 倾斜可以独立调整, 那么

$$\frac{\lambda r}{R} = R\lambda r/R^2 = \Delta g r/R^2$$

的调整残量是可以估计的. 若机械位移最小调整量可达 0.01mm 那么

$$|h_1| = N/2\sqrt{2}R^2(0.01)^2 (\text{rad})$$

若 $R = 70\text{mm}$, $N = 240$, 则 $|h_1| \doteq 0.36$ 角秒. 如果只有一般的定位螺丝, 通过松紧螺丝和小锤敲打, 那么 r, λ 调整就会互相影响且没有一定规则, h_1 的调整残量就会大得多. 因此, 从另一个方面加强了结论 (6), 或得出如下结论:

(7) 对测角精度要求越高, 对偏心、倾斜调整机构的要求也越严.

$|h_1|, |h_0|$ 与 N 成正比, 而 σ_Δ 与 \sqrt{N} 成反比, 如果两者对测角误差的影响相当, 则应考虑如下的综合方差

$$h_1^2 + \sigma_\Delta^2 = \frac{1}{2} (N\lambda r/2R_1)^2 + (F\sigma_K)^2/N \quad (5.7)$$

出现最小值的条件是

$$N = \sqrt[3]{[2FR_1\sigma_K/\lambda r]^2}$$

因此我们又可得出如下结论:

(8) 只有刻线误差是主要矛盾的时候,增加 N 值才是有利的。

考虑到规律性刻线误差,导体边缘效应,轴系偏摆不是调整测角感应同步器所能消除的,导体不在一个平面上等等原因,看主要矛盾在哪里,(5.7)式所代表的综合方差也可能有所不同。因此还将得出如下结论:

(9) 测角误差不仅决定于感应同步器的机电参数,而且决定于加工设备,加工工艺,调整机构,安装技术。

六、结 束 语

作者从工程精度着眼,介绍了在 $B_1(\theta)$ 近似公式方面的思路;对误差分析作了尝试;结合文献已有结果提出了若干参考意见。由于篇幅限制,着重于是怎么想的,有哪些基本假定。至于公式推导,代人和整理过程不得不作一定省略。作者参加有关工作的时间不长,在调离时把想法留在“报告”里,没有机会再作实验验证,现在予以整理提供参考。感谢审者,指出“报告”计算 b_{8v} 的错漏,得以改正。

附录 I

“报告”III 得出 $B_1(\theta)$ 的正确表达式为

$$\begin{cases} B_1(\theta) = (bI/R)P(\theta, R)Q(\theta, R) \\ P = \sin \theta / [(\text{sha})^2 + (\sin \theta)^2] \\ Q = Q_1 - Q_2 \\ Q_v = (\beta_v - \cos \theta) / \sqrt{(\beta_v^2 + 1) - 2\beta_v \cos \theta + (\text{sha})^2}, \quad \beta_1 = R_1/R, \quad \beta_2 = R_2/R \end{cases}$$

其中 P 是一个脉冲函数。若取 $\text{sha}_2 = g/R_2 = 0.01$,就可以得到表(F.1)所示 $F(\theta) \sim \theta$ 关系,其主要脉冲特征显现在 $|\theta| \leq 6^\circ$ 的围范内。脉冲峰值约在 0.5° 以内出现,最低为50,最大为100(若 $R_1 = 2R_2$)。

表 F.1

sha ₂ = 0.01, P(θ, R ₂) _{max} = 50 = P _{2,max}					
θ	0	34.5'	5°44'	11°28'	90°
P ₂ /P _{2,max}	0	1	0.2	0.1	0.02

至于 Q ,就比较复杂。从物理意义上看,当 θ 由0增到 π 时,它应是递减的,没有脉冲特征的平滑函数。为了易于处理,可以用另一个初级函数 Q' 来替代。显然在 $|\theta| \leq 6^\circ$ 范围内,要求逼近 Q ,也要求 $|\theta| \rightarrow \pi$ 时, $Q' \rightarrow 0$ 。根据这两个要求,最简单的形式是:

$$Q'(\theta, R) = Q(0, R) \left[\frac{1}{2} (1 + \cos \theta) \right] \quad (\text{F.1})$$

为了判断它的适配程度,可以看一个基本符合实际的实例。设 $R_1 = R_2$,并在 $R_1, R_m = 1.5R_2, R_2$ 三个半径上计算 Q 值,表F.2是比较

$B_1/B_{1,max} = PQ/P_{max}Q(0, R)$; $B'_1/B_{1,max} = PQ'/P_{max}Q(0, R)$, (P_{max} 取50)的计算结果。在 $|\theta| \leq 6^\circ$ 范围内最大适配误差是在 R_2 半径上 $|\theta| = 6^\circ$ 时,合5%;在 $\pi \geq |\theta| > 6^\circ, R_1 > R > R_2$ 范围内,误差的绝对值小于4%(对最小极大值50讲),误差函数是平滑无脉冲特征的。由于后一个特征,误差函数($B_1 - B'_1$)可以展开成为福氏级数,若取若干低次项(例如 $\nu = 1, 2, 3, 4$)补充到 B'_1 中去,则误差可以

表 F.2

θ		0.5°	6°	45°	90°	135°	180°
$\frac{B_1}{B_{1,\max}}$	$R = R_1$	1	0.1803	0.0350	0.0038	0.0023	0
	$R = R_m$	1	0.1825	<u>0.1018</u>	<u>0.0245</u>	0.0161	0
	$R = R_2$	1	<u>0.1792</u>	0.0493	0.0052	0.0097	0
$\frac{B'_1}{B_{1,\max}} = \frac{P}{P_{\max}} \left(\frac{1}{2} \overline{1 + \cos \theta} \right)$		1	0.1908	0.0603	0.0100	0.0104	0
$ (B_1 - B'_1)/B_{1,\max} _{\max}$		0	0.0105	0.0415	0.0145	0.0081	0

有所降低(谐波幅值为 R 的函数)。并没有必要这样做,因为低次项对感应同步器的误差分析不起太大作用。

因此从工程观点看,(F.1)式是合用的。(2.1)式则是更粗的近似,以易于着手。最后还得替回(F.1)式。为了准备替回,令

$$\begin{cases} f_0(R) = Q(0, R)/2 = f(R) & [R_1 > R > R_2] \\ = 0 & [R > R_1, R < R_2] \end{cases} \quad (\text{F.2})$$

下面不加说明地将 $B_1(\theta)$ 展开为福氏级数

$$\begin{aligned} \sin(\theta \pm ja) &= (\text{cha}) \sin \theta \pm j(\text{sha}) \cos \theta (1/\sin(\theta + ja)) \\ &\quad + (1/\sin(\theta - ja)) = 2\text{cha}P(\theta) \doteq 2P(\theta) \end{aligned}$$

$$P(\theta) = \text{Re}\{1/\sin(\theta + ja)\} = \text{Re}\{2j/[e^{a+j\theta}(1 - e^{-2(a+j\theta)})]\}$$

$$= 2\text{Re}\{je^{-(a+j\theta)}[1 + e^{-2(a+j\theta)} + e^{-4(a+j\theta)} + \dots]\} = 2 \sum_{\nu=1,2,\dots}^{\infty} e^{-2\nu a} \sin 2\nu\theta$$

乘以 $\frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$, 并因 $\text{cha} \doteq 1$, 即得(2.1)式的第二式。

附录 II

$$\textcircled{1} \quad |b_{6\nu N} b_{7\nu N} / b_{6N} b_{7N}| = d\nu/\nu^2$$

$$d\nu = |\sin(\nu\pi/3) \sin(\nu\pi/5)| / |\sin(\pi/3) \sin(\pi/5)| = d_{\nu+30}$$

$$= 1 \quad [\nu = 1, 11, 19, 29]$$

$$= 0 \quad [\nu = 3, 5, 9, 15, 25, 27]$$

$$= \sin 72^\circ / \sin 36^\circ = 1.613 \quad [\nu = 7, 13, 17, 23]$$

$$\textcircled{2} \quad |b_{8\nu N} / b_{8N}| < e^{(N-0.75\nu)Na_m} / 2\nu \text{sh}(0.25Na_m)$$

③ 代入到(3.2)式

$$\begin{cases} |\Delta\theta| < (1/[2 \cdot 7^3 \cdot N]) e^{Na_m} \cdot S(z) / \text{sh}(0.25Na_m) \\ z = e^{-0.75Na_m} \\ S(z) = [d_7(z^7 + z^{13} + z^{17} + z^{23}) + (z^{11} + z^{19} + z^{29} + z^{31})] / (1 - z^{30}) \end{cases}$$

④ 若 $Na_m = 1$, $N = 256$

则 $z = 0.4724$, $z^7 = 0.00525$

$$|\Delta\theta| < 0.000000526 \text{rad} = 0.11 \text{角秒}.$$

附录 III

① 若令 $d_i = 1/\cos(\nu\pi/4m)$, 则(略去证明)

$$f_m = \sum_{\nu=1,3,\dots}^{2m-1} d_\nu^2 = 2m^2, \quad d_\nu^2 = d_{\nu+4m}^2 = d_{4m-\nu}^2$$

$$\textcircled{2} \quad |\sin(\nu Km\theta_z/2)| = |\sin(\nu\pi/4)| = 1/\sqrt{2} \quad (\nu = 1, 3, 5, \dots)(N \doteq 2Km)$$

\textcircled{3} (4.11) 式中的求和项为

$$\sum_{\nu=1,3,\dots}^{\infty} b_{5\nu K}^2 e^{-2\nu Ka}$$

$$\stackrel{\textcircled{1}, \textcircled{2}}{=} (1/2) \sum_{\nu=1,3,\dots}^{\infty} d_\nu^2 e^{-2\nu Ka}$$

$$\stackrel{\textcircled{1}}{=} (1/2) \sum_{\nu=1,3,\dots}^{4m-1} d_\nu^2 (e^{-2\nu Ka}) / (1 - e^{-4Na})^* \quad (2Km \doteq N)$$

$$\stackrel{\textcircled{1}}{=} (1/2(1 - e^{-4Na})) \sum_{\nu=1,3,\dots}^{2m-1} d_\nu^2 [e^{-2\nu Ka} + e^{-2Ka(4m-\nu)}]$$

$$= (e^{-2Na}/(1 - e^{-4Na})) \sum_{\nu=1,3,\dots}^{2m-1} [ch[(1 - \nu/2m)2Na] \cdot d_\nu^2]$$

$$= (1/2sh2Na) \sum_{\nu=1,3,\dots}^{2m-1} d_\nu^2 [1 + 2sh^2[(1 - \nu/2m)Na]] \quad (chx = 1 + 2sh^2(x/2))$$

$$\stackrel{\textcircled{1}}{=} (1/sh2Na)[m^2 + mH(Na, m)] \quad ((4.8) \text{ 式的 } H)$$

附录 IV

\textcircled{1} (2.1) 式中, 若用 (F.1) 式替代 $(1 + \cos\theta)$, 则

$$b_{8\nu} = \int_{R_2}^{R_1} f(R) e^{-\nu\epsilon/R} dR$$

若令 $R = R_m(1 + x)$, 则

$$\begin{cases} b_{8\nu} < b'_{8\nu} = R_m e^{-\nu a} B_\nu \\ B_\nu = \int_{-\eta}^{\eta} f_1(x) e^{+\nu a m x} dx \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} (1/R) \text{ 用 } (1/R_m)(1-x) \text{ 替代} \\ \eta = (R_1/R_m) - 1, R_m = (R_1 + R_2)/2 \end{array} \right].$$

若令 $f_1(x) = f_\Delta(R_m + R_m x) = 1$, 则表 2.1 中 $b_{8\nu}$ 实际上是 $b'_{8\nu}$.

\textcircled{2} B_ν^2 的一种算法: 若 $f_0(R)$ 是按 (F.2) 式定义的

$$\begin{aligned} B_\nu^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x_1) f_2(x_2) e^{+\nu a m (x_1 + x_2)} dx_1 dx_2 \\ &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} f_1(y_1 + y_2) f_1(y_1 - y_2) dy_2 \right) e^{+2\nu a m y_1} dy_1 \\ &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} f_2(2y_1) e^{+2\nu a m y_1} dy_1, \end{aligned} \quad \left[\begin{array}{l} y_1 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \\ y_2 = \frac{1}{2}(x_1 - x_2) \\ dx_1 dx_2 = 2 dy_1 dy_2 \end{array} \right]$$

$$f_2(2y_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(y_1 + y_2) f_1(2y_1 - \overline{y_1 + y_2}) dy_2 = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(y) f_1(2y_1 - y) dy.$$

两个反应函数均为 $f_1(y)$ 的串联方块合并, 新方块反应函数为 $f_2(y)$, 令 $y = 2y_1$, 即得 $f_2(2y_1)$. 根据 (F.2) 式的定义, B_ν^2 中的积分上下限可以换回为 $(\pm \eta)$,

$$B_\nu^2 = 2 \int_{-\eta}^{\eta} f(2y) e^{2\nu a m y} dy.$$

(3) (4.11) 式按往大算原则, 用 $b'_{8\nu K}$ 替回 $e^{-\nu Ka_m}$ 得

* (4.9) 式中的 $\sqrt{1 - e^{-4Na}}$ 因子来源于此.

$$\begin{aligned} \sum [b_{\nu K} b'_{\nu K}]^2 &= 2 \int_{-\eta}^{\eta} f(2y) [\sum b_{\nu K}^2 e^{-2\nu K a_m (1-y)}] dy \\ \sigma_{\Delta 1}^2 &= \frac{2(F\sigma_K)^2}{NB_N^2} \int_{-\eta}^{\eta} f(2y) e^{2Na_m y} \cdot L^2(N|1 - ya_m, m) \cdot dy \end{aligned} \quad (\text{F. 3})$$

若选用 $Na_m = 1$, 则 $L^2 \doteq 1$, 注意 B_N^2 的积分形式得

$$\sigma_{\Delta 1}^2 \doteq (F\sigma_K)^2 / N$$

显然可以用 R_m 上的信噪比作为整体的信噪比, 只要 $Na_m = 1$. 同 (4.11) 式相比, (4.11) 式是 (F. 3) 的简化.

参 考 文 献

- [1] 常文森执笔, 感应同步器理论和角度编码系统, 长沙工学院工学学报, 1975 年第二期.
 [2] 微电机专业, 感应同步器的零位误差, 哈尔滨工业大学学报, 1977 年第 1—2 期.

ERROR ANALYSIS OF ANGULAR INDUCTOSYN AND SOME SUGGESTIONS

TONG SHI-HUANG

(Institute of Automation, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper, the author obtained the functional relation between the mean square error in angular measurement and the fundamental parameters of angular inductosyn. In order to minimize the mean square error, some brief suggestions have been proposed.