第21卷 第5期 自 动 化 学 报 Vol. 21, No. 5
1995年9月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sep., 1995

短 文

一种基于新型的非参数模型的广义预测控制器[1)]

王 蕾 王建奇 王行愚
(华东理工大学自动化所 上海 200237)

摘 要

对线性系统给出了一种新型的非参数模型,并基于此模型设计了广义预测控制器,仿真例子说明了这种控制器的良好性能.

关键词: 块脉冲函数,参数辨识,递推最小二乘法,广义预测控制器.

1 引言

近年来,块脉冲函数作为一种方便灵活的近似工具,在控制领域得到了重视和应用.例如,文[1]曾利用块脉冲函数在计算方面的优越性设计了一种自校正算法,用来求解系统以及辨识系统模型中的参数.本文进一步发挥了块脉冲函数的优势,用它来逼近连续线性系统,得到了一个新型的非参数模型,并讨论了基于此模型的广义预测控制器的设计问题,最后还进行仿真.

2 建模

考虑线性系统

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=A\boldsymbol{x}(t)+Bu(t),\boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{x}_0, & (1.1)\\ \boldsymbol{y}(t)=C\boldsymbol{x}(t), & (1.2)\end{cases}$$

其中状态 $\boldsymbol{x}(t)\in R^n$,输入 $\boldsymbol{u}(t)\in R^r$,输出 $\boldsymbol{y}(t)\in R^p$.

用块脉冲函数逼近此系统[2],有

$$\boldsymbol{x}(t)=\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{x}_i\varphi_i(t),\quad \boldsymbol{u}(t)=\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{u}_i\varphi_i(t), \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}_i$ 分别为 $\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t)$ 的块脉冲系数,$\varphi_i(t)$ 是第 i 个块脉冲系数,m 为时间区间数.

1) 国家自然科学基金资助项目.

本文于1993年5月26日收到

由文[2]知,计算状态变量的块脉冲系数子向量时有如下递推公式:

$$\boldsymbol{x}_1=\alpha\left(\boldsymbol{x}_0+\frac{h}{2}B\boldsymbol{u}_1\right), \tag{3.1}$$

$$\boldsymbol{x}_{i+1}=\beta\boldsymbol{x}_i+\frac{h}{2}\alpha B(\boldsymbol{u}_i+\boldsymbol{u}_{i+1}),\ i=1,2,\cdots, \tag{3.2}$$

其中

$$\alpha\triangleq\left(I_n-\frac{h}{2}A\right)^{-1},\ \beta\triangleq2\left(I_n+\frac{h}{2}A\right), \tag{4}$$

式中 h 表示时间区间长度,即采样时间. 根据块脉冲函数的有关性质[2]及式(3.2),有

$$\boldsymbol{x}(i)=\beta\boldsymbol{x}(i-1)+\frac{h}{2}\alpha B(\boldsymbol{u}(i)+\boldsymbol{u}(i-1)),i=1,2,\cdots, \tag{5}$$

再根据式(1),(5),可推得

$$\boldsymbol{y}(i)=G\boldsymbol{y}(i-1)+F(\boldsymbol{u}(i)+\boldsymbol{u}(i-1)),\ i=1,2,\cdots \tag{6}$$

式中

$$\boldsymbol{u}(j)\triangleq\boldsymbol{u}(jh),\ \boldsymbol{y}(j)\triangleq\boldsymbol{y}(jh),\ j=0,1,\cdots, \tag{7.1}$$

$$G=C\beta x_0/Cx_0,\ F=hC\alpha B/2,\ (p=1), \tag{7.2}$$

$$\begin{cases}G=((C^{\mathrm{T}}C)^{-1}C^{\mathrm{T}})^{-1}\beta(C^{\mathrm{T}}C)^{-1}C^{\mathrm{T}},\\ F=((C^{\mathrm{T}}C)^{-1}C^{\mathrm{T}})^{-1}h\alpha B/2,\end{cases}\quad(p=2), \tag{7.3}$$

这样就为系统(1)建立了一个如式(6)所示的非参数模型,它不显含过程的阶数、时变等信息,对系统先验知识的要求大大减少了. 其模型参数源自连续系统,但形式上又类似于离散模型. 另外,这是个递推模型,计算也不受预先选定的 m 的限制.

3 广义预测控制器

3.1 参数辨识

将式(6)两边拉直[3],可推得

$$\bar{\boldsymbol{y}}_i=W_iD_i, \tag{8}$$

其中

$$\bar{\boldsymbol{y}}_i=\overrightarrow{\boldsymbol{y}(i)},\ D_i=[\overrightarrow{G}\overrightarrow{F}]^{\mathrm{T}}, \tag{9.1}$$

$$W_i=[I\otimes\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(i-1),\ I\otimes(\boldsymbol{u}(i)+\boldsymbol{u}(i-1))^{\mathrm{T}}], \tag{9.2}$$

式中"$\rightarrow$"表示拉直,"$\otimes$"表示克罗内克尔积[3].

然后,即可用递推最小二乘法来辨识参数矩阵 D,并由 $\hat{D}$ 得到参数 G,F 的估计值.

3.2 预测控制律

设最大输出长度为 N_y,最小输出长度为 $N_a(N_a\geqslant1)$,控制长度为 N_u,其中 $N_u\leqslant N_y$,并设 $N_a\leqslant N_y-N_a+1$,令

$$\boldsymbol{u}(k+N_u-1)=\boldsymbol{u}(k+N_u)=\cdots=\boldsymbol{u}(k+N_y-1). \tag{10}$$

利用式(10),将式(6)描述的系统的未来输出预测序列表示为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}(k+N_a|k) \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}(k+N_y|k)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G\boldsymbol{y}(k+N_a-1|k) \\ \vdots \\ \vdots \\ G\boldsymbol{y}(k+N_y-1|k)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F & F & & 0 \\ & \ddots & \ddots & F \\ & & & F \\ & & & 2F \\ 0 & & & \vdots \\ & & & 2F\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{u}(k) \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{u}(k+N_u-1)\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}(k) \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}(k)\end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G\boldsymbol{y}(k-1) \\ \vdots \\ G\boldsymbol{y}(k-1)\end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F\boldsymbol{u}(k) \\ \vdots \\ F\boldsymbol{u}(k)\end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F\boldsymbol{u}(k-1) \\ \vdots \\ F\boldsymbol{u}(k-1)\end{bmatrix}. \tag{11}$$

这里采用现时刻的预测误差 $\boldsymbol{y}(k)-G\boldsymbol{y}(k-1)-F(\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{u}(k-1))$ 对模型输出预测值进行修正.

令

$$\Delta\boldsymbol{u}(k+j)=\boldsymbol{u}(k+j)-\boldsymbol{u}(k+j-1), j=0,1,\cdots \tag{12}$$

并将式(11)各项展开,得

$$\hat{\boldsymbol{y}}=L\Delta\boldsymbol{u}+N, \tag{13}$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{y}}=[\boldsymbol{y}(k+N_a|k),\boldsymbol{y}(k+N_a+1|k),\cdots,\boldsymbol{y}(k+N_y|k)]^{\mathrm{T}}, \tag{14.1}$$

$$\Delta\boldsymbol{u}=[\Delta\boldsymbol{u}(k),\ \Delta\boldsymbol{u}(k+1),\cdots,\Delta\boldsymbol{u}(k+N_u-1)]^{\mathrm{T}}, \tag{14.2}$$

$$L=-\begin{bmatrix} F & \\ \vdots & 0 \\ F & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2F & F & & 0 \\ 2F & 2F & \ddots & F \\ \vdots & \vdots & \ddots & 2F \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 2F & 2F & \cdots & 2F\end{bmatrix} + Z\begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \\ \vdots & & \ddots \\ 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}, \tag{14.3}$$

$$N=\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}(k)-G\boldsymbol{y}(k-1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}(k)-G\boldsymbol{y}(k-1)\end{bmatrix} + Z\begin{bmatrix} \boldsymbol{u}(k-1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{u}(k-1)\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} G\boldsymbol{y}(k+N_a-1) \\ \vdots \\ G^{N_y-N_a+1}\boldsymbol{y}(k+N_a-1)-\sum_{i=2}^{N_y-N_a+1} G^i\boldsymbol{y}(k-1)+\sum_{i=1}^{N_y-N_a} G^i[\boldsymbol{y}(k)-F\boldsymbol{u}(k-1)]\end{bmatrix}, \tag{14.4}$$

其中

$$Z=\begin{bmatrix} 0 & 0 & & 0 \\ 0 & GF & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\sum_{i=1}^{N_u-1} G^iF & (G^{N_u-1}+G^{N_u-2})F & & GF \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\sum_{i=1}^{N_y-N_a-1} G^iF & (G^{N_y-N_a-1}+G^{N_y-N_a-2})F & \cdots & \left(G^{N_y-N_u-N_a+2}-2\sum_{i=1}^{N_y-N_u-N_a+1} G^i\right)F\end{bmatrix}.$$

然后根根预测控制理论[4]，解下列优化问题.

目标函数

$$J = \sum_{j=N_a}^{N_y} [\boldsymbol{y}(k+j) - \boldsymbol{y}_r(k+j)]^{\mathrm{T}} p(j) [\boldsymbol{y}(k+j) - \boldsymbol{y}_r(k+j)] + \sum_{j=1}^{N_u} \Delta \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j-1) q(j) \Delta \boldsymbol{u}(k+j-1), \tag{15}$$

其中

$$\boldsymbol{y}_r(k+j) = a^j \boldsymbol{y}(k) + (1-a^j)\boldsymbol{w}(k), j = 1,2,\cdots,N_y, \tag{16}$$

式中 $0 \leqslant a \leqslant 1$，$\boldsymbol{w}(k)$ 为设定值，$p(j)$ 和 $q(j)$ 为加权因子矩阵.

结合式(13)，可得最优解为

$$\Delta \boldsymbol{u} = (L^{\mathrm{T}} P L + Q)^{-1} L^{\mathrm{T}} P (\boldsymbol{y}_r - N), \tag{17}$$

其中，

$$\boldsymbol{y}_r = [\boldsymbol{y}_r(k+N_a) \ \boldsymbol{y}_r(k+N_a+1) \ \cdots \ \boldsymbol{y}_r(k+N_y)]^{\mathrm{T}}, \tag{18.1}$$

$$P = \mathrm{diag}[p(N_a) \ p(N_a+1) \ \cdots \ p(N_y)]^{-}, \tag{18.2}$$

$$Q = \mathrm{diag}[q(1) \ q(2) \ \cdots \ q(N_u)]. \tag{18.3}$$

综上所述，广义预测控制算法步骤为

1）设置模型参数初值以及初始控制输入.

2）检测系统输出 $\boldsymbol{y}(k)$.

3）求解 $\Delta \boldsymbol{u}(k)$，加控制输入 $\boldsymbol{u}(k) = \Delta \boldsymbol{u}(k) + \boldsymbol{u}(k-1)$.

4）辨识模型参数 G, F，返回 2).

4 仿真

考虑下列系统:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{y}(t) = [1 \ -2] \boldsymbol{x}(t), \\ \boldsymbol{x}(0) = [1 \ 1]^{\mathrm{T}}. \end{cases}$$

设定值曲线及用本文所给的广义预测控制器作用下的响应曲线如图 1、图 2 所示.

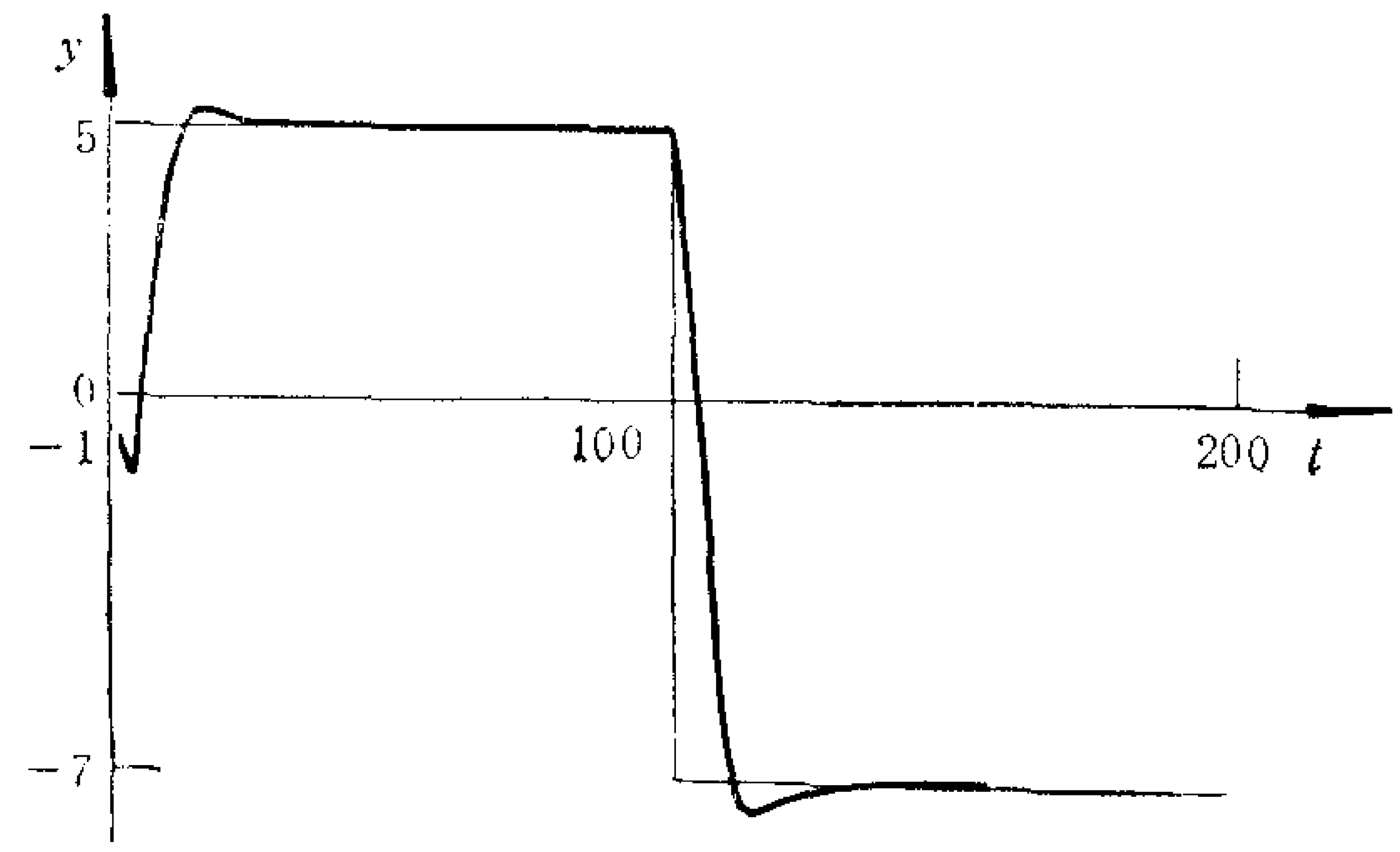

图 1 不存在噪声

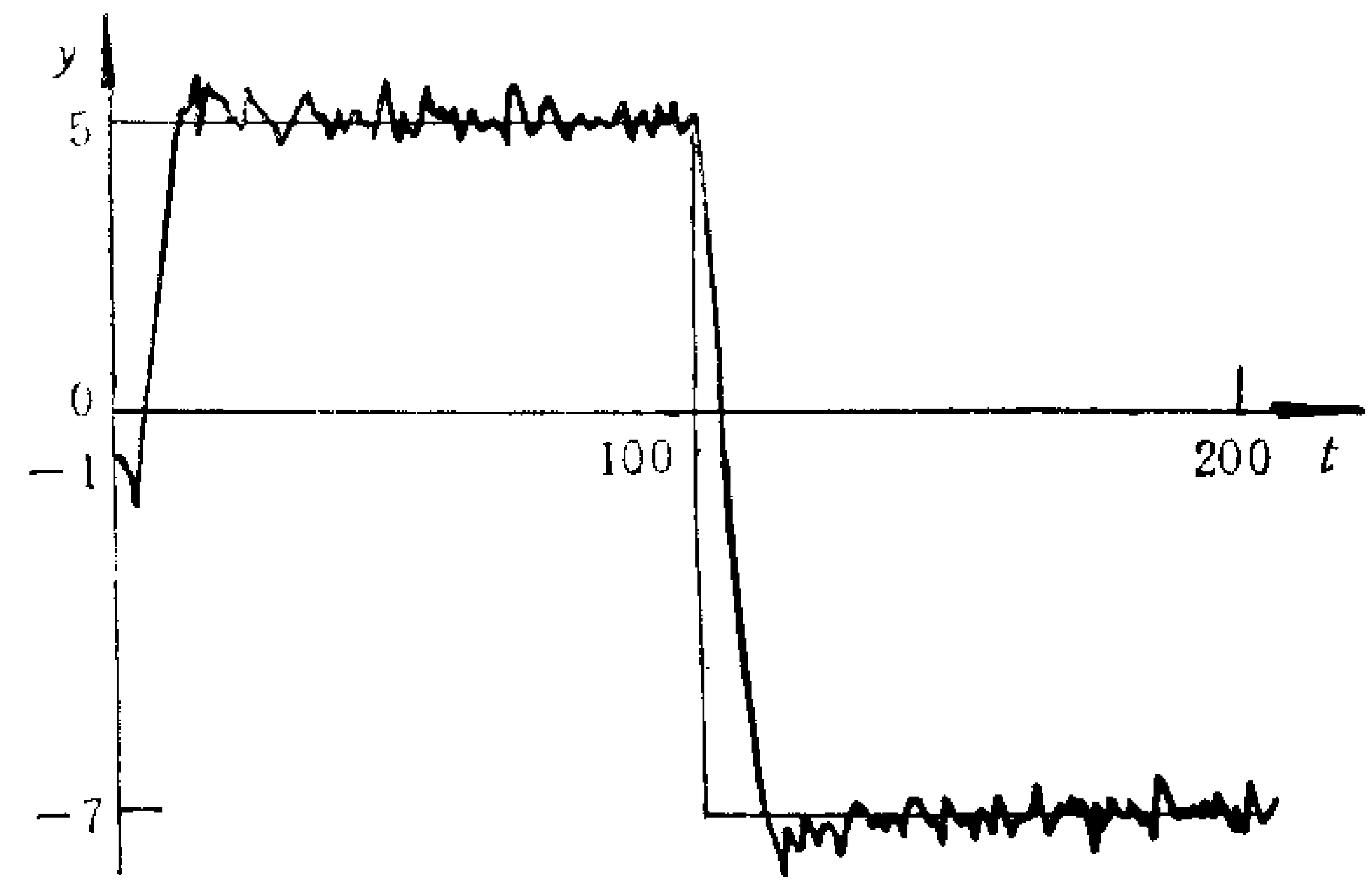

图 2　存在在区间[−0.6 0.6]上正态分布的观测噪声

控制器参数为 $N_u=2$，$N_y=2$，$N_a=1$，$a=0.5$，$P=Q=I_2$，$h=0.1$，$G_0=2$，$F_0=7$，并令 $u(0)=0$。

结果表明，该控制系统能很好地跟随设定值的变化，并且具有良好的抗干扰能力。

5　结语

本文利用块脉冲函数逼近连续线性系统，得到了一个新型的非参数模型。该模型是以差分方程的形式出现的，因此兼有参数模型和非参数模型的优点。仿真结果表明，基于该模型的广义预测控制器适用面宽，具有良好的精度和鲁棒性，计算也简单方便。

参　考　文　献

[1] Amit Patra. Continuous-time approach to self-tuning Control:algorithm, implementation and assessment, IEE. Proc., 1989, 136, 333—340.

[2] 曾广达. 方波脉冲函数及其应用. 武汉：华中工学院出版社，1986.

[3] 王行愚，蒋慰孙. 块脉冲算子及其应用. 上海：华东化工学院出版社，1989.

[4] 李清泉. 自适应控制系统理论、设计与应用. 北京：科学出版社，1990.

GENERALIZED PREDICTIVE CONTROLLER BASED ON A NOVEL NON-PARAMETRIC MODEL

Wang Lei　　Wang Jianqi　　Wang Shienyu

(*Res. Inst. of Automatic Control, East China Univ. of Sci. and Tech. Shanghai* 200237)

Abstract

In this paper, a novel non-parametric model of linear system is given. Based on it, a generalized predictive controller is designed. Finally, an example is given to illustrate the good performance of the controller.

Key words: Block pulse functions, parameter estimation, recursive least squares, generalized predictive controller.