

# 双线性系统稳态模型估计 及其强一致性分析

黄 正 良

(西南工学院科研处 四川绵阳 621002)

万 百 五 韩 崇 昭

(西安交通大学系统工程研究所 西安 710049)

## 摘要

在较弱的条件下,利用优化过程中设定点阶跃信号,得到了双线性系统稳态模型的强一致估计,同时研究了估计残差的渐近分布,并举例说明了稳态模型估计在随机稳态优化控制中的应用,数字仿真表明该估计方法的有效性和实用性。

**关键词:** 稳态模型, 估计, 渐近分布, 双线性系统。

## 1 引言

众所周知,工业过程的稳态优化控制的关键在于确定其稳态模型。传统的辨识方法,由于存在种种缺陷难以得到应用<sup>[1-3]</sup>。文[4]提出了利用优化过程中设定点正常变化阶跃信号来获取稳态模型的辨识技术,文[5]进一步分析了这种辨识技术的品质特性。但这种方法原则上只适用于线性系统,并且应用条件苛刻,计算过于复杂。

双线性系统是一类特殊的非线性系统,许多化工过程,如氨合成反应器、甲醇合成固定床反应器以及精馏塔基等系统都可以用双线性模型来描述<sup>[6,7]</sup>,因而研究双线性系统的稳态模型具有一定的实际意义。

本文提出了利用设定点阶跃信号辨识双线性稳态模型的一种简易方法,在相当弱的条件下,得到了其模型的强一致性估计,还研究了估计残差的渐近分布。文[4,5]中的主要结论包含在本文的结论之中。文末还讨论了此辨识方法在稳态优化控制中的应用。

## 2 稳态模型的强一致性估计

考虑由以下 SISO 双线性模型描述的控制系统:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n a_i y(k-i) &= \sum_{j=0}^m b_j u(k-d-j) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \beta_{ij} y(k-i) u(k-d-j) + v(k), \end{aligned} \quad (1)$$

这里  $y(k)$ ,  $u(k)$  和  $v(k)$  分别是过程的输出、输入与噪声,  $n$  为输出的阶次,  $m$  为输入的阶次,  $d$  是系统的延时,  $u(k)$  (设定值) 是确定性信号, 且  $\bar{a} \leq u(k) \leq \bar{b}$ ,  $y(k)$  和  $v(k)$  是定义于某概率空间  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  取值于  $(R, \mathcal{B})$  上的随机过程,  $\mathcal{B}$  是一维 Borel 域,  $a_0 = 1$ . 在一定的条件下, 系统具有稳态输入输出特性

$$y = u / (\lambda_1 - \lambda_2 u), \quad (2)$$

这里

$$\lambda_1 \triangleq a/b \triangleq \sum_{i=0}^n a_i / \sum_{j=0}^m b_j, \quad \lambda_2 \triangleq \beta/b \triangleq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \beta_{ij} / \sum_{j=0}^m b_j.$$

为了获取其稳态模型, 需要辨识未知参数  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ . 如果采用传统的辨识技术, 往往需要对输入信号和噪声加以过多的限制, 且难以得到一致性估计. 为了获取  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的一致性估计, 需要作如下假设:

**假设 1.** 任取  $k_0$ , 当  $k \geq k_0$  时取  $u(k) = \sigma \neq 0$  ( $\bar{a} \leq \sigma \leq \bar{b}$ ).

**假设 2.**  $E v(k) = 0$ , 且存在  $M_1 > 0$  使  $\forall k$  有  $E v^2(k) \leq M_1$ , 并且有

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v(k) = 0 \quad (\text{均方}). \quad (3)$$

**假设 3.** 方程  $z^n + \sum_{i=1}^n \left( a_i - \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \sigma \right) z^{n-i} = 0$  之根严格位于单位圆内, 且  $a - \beta \sigma \neq 0, b \neq 0$ .

记  $e_i \triangleq a_i - \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \sigma$ ,  $x(k) \triangleq \sum_{j=0}^m b_j u(k-d-j) + v(k)$ ,  $Y(k) \triangleq (y(k), \dots, y(k-n+1))^T$ ,  $W(k) \triangleq (x(k), \dots, 0)^T$ ,

$$A \triangleq \begin{pmatrix} -e_1 & -e_2 & \cdots & -e_{n-1} & -e_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

则当  $k \geq k_1 \triangleq k_0 + m + n + d$  时, (1)式等价于下列差分方程:

$$Y(k+1) = AY(k) + W(k+1). \quad (4)$$

从而有

$$Y(k) = \sum_{i=0}^{k-k_1-1} A^i W(k-i) + A^{k-k_1} Y(k_1), \quad (5)$$

$$EY(k) = \sum_{i=0}^{k-k_1-1} A^i EW(k-i) + A^{k-k_1} EY(k_1). \quad (6)$$

**假设 4.** 存在  $M_2 > 0$  和  $k_2$  使得  $EY^T(k_2)Y(k_2) \leq M_2$ .

由假设 3 可知, 矩阵  $A$  的谱半径  $\rho(A) < 1$ , 于是存在  $\varepsilon_1 > 0$  使  $\rho_1 = \varepsilon_1 + \rho(A) <$

1, 由文[8](定理 5.6.3)知, 存在相容矩阵范数  $\|\cdot\|_*$  使得  $\|A\|_* < \rho_1$ , 又由文[8] (定理 5.5.1)知, 存在向量范数  $\|\cdot\|^*$  使得  $\|\cdot\|_*$  与  $\|\cdot\|^*$  是相容的, 即  $\forall \mathbf{x} \in R^n$  有  $\|A\mathbf{x}\|^* \leq \|A\|_* \|\mathbf{x}\|^*$ , 从而可得到

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} E\mathbf{Y}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} A^i \mathbf{B} b \sigma = (I - A)^{-1} \mathbf{B} b \sigma, \quad (7)$$

这里  $\mathbf{B} = (1, 0, \dots, 0)^T$ . 又因为

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{Y}(k+i) = A \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{Y}(k+i) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{W}(k+i), \quad (8)$$

所以有

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(k+i) &= \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \mathbf{B}^T \sum_{i=1}^N \mathbf{Y}(k+i) \\ &= \mathbf{B}^T (I - A)^{-1} \mathbf{B} b \sigma \quad (\text{均方}), \end{aligned} \quad (9)$$

这里  $I$  表示单位矩阵.

**假设 5.**  $v(k)$  是宽平稳序列, 且协方差具有各态遍历性, 即有

$$E v(k)v(k+\tau) = B(\tau), \quad (10)$$

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v(k)v(k+\tau) = B(\tau) \quad (\text{均方}), \quad \forall \tau \geq 0. \quad (11)$$

在上述假设下, 有

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow +\infty} E y(k+\tau)y(k) &= \lim_{k \rightarrow +\infty} \mathbf{B}^T E\mathbf{Y}(k+\tau)\mathbf{Y}^T(k) \mathbf{B} \\ &= \mathbf{B}^T \lim_{k \rightarrow +\infty} E \left[ \sum_{i=0}^{s_1} A^i \mathbf{W}(k+\tau-i) + A^{s_1+1} \mathbf{Y}(k_1) \right] \\ &\quad \cdot \left[ \sum_{j=0}^{s_2} A^j \mathbf{W}(k-\tau-j) + A^{s_2+1} \mathbf{Y}(k) \right]^T \mathbf{B} \\ &= b^2 \sigma^2 \mathbf{B}^T (I - A)^{-1} \mathbf{B} \mathbf{B}^T (I - A^T)^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \sum_{i=0}^{\infty} \\ &\quad \cdot \sum_{j=0}^{\infty} A^i \mathbf{B} \mathbf{B}^T (A^T)^j \mathbf{B} \mathbf{B}^T (A^T)^{j-i} \\ &= \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N y(k+s+\tau)y(k+s) \quad (\text{均方}) \end{aligned} \quad (12)$$

这里  $s_1 = k + \tau - k_1 - 1, s_2 = k - k_1 - 1$ .

**定理 1.** 若假设 1—5 成立, 则系统的输出  $y(k)$  是一个渐近平稳过程, 且均值与协方差具有各态遍历性.

证. 由(7)式可得

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow +\infty} E y(k) &= \lim_{k \rightarrow +\infty} \mathbf{B}^T E\mathbf{Y}(k) \\ &= \mathbf{B}^T (I - A)^{-1} \mathbf{B} b \sigma \\ &= \sigma / (\lambda_1 - \lambda_2 \sigma). \end{aligned} \quad (13)$$

再由(9),(13)式可得

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} E y(k) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k) \quad (\text{均方}). \quad (14)$$

由(12),(14)式便知定理1成立。

取  $\sigma = \sigma_i (i = 1, 2)$ , 并记  $y_i \triangleq \lim_{k \rightarrow +\infty} E y_i(k)$ , 这里  $\{y_i(k)\}$  表示第  $i$  次过渡过程得到的采样数据。由(13)式可得到

$$\lambda_1 = \sigma_1 \sigma_2 (y_1 - y_2) / y_1 y_2 (\sigma_1 - \sigma_2), \quad (15)$$

$$\lambda_2 = (y_1 \sigma_2 - y_2 \sigma_1) / y_1 y_2 (\sigma_1 - \sigma_2). \quad (16)$$

由  $b \neq 0$ ,  $\sigma_1 \neq \sigma_2$  可推知  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  有意义, 且  $y_1 \neq 0, y_2 \neq 0$ .  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  可采用下式进行估计:

$$\lambda_1(N_1, N_2, \bar{k}_1, \bar{k}_2) = \frac{\sigma_1 \sigma_2 \left[ \sum_{i=1}^{N_1} y_1(\bar{k}_1 + i)/N_1 - \sum_{j=1}^{N_2} y_2(\bar{k}_2 + j)/N_2 \right]}{(\sigma_1 - \sigma_2) \sum_{j=1}^{N_2} \sum_{i=1}^{N_1} y_1(\bar{k}_1 + i) y_2(\bar{k}_2 + j)/N_1 N_2}, \quad (17)$$

$$\lambda_2(N_1, N_2, \bar{k}_1, \bar{k}_2) = \frac{\sigma_2 \sum_{i=1}^{N_1} y_1(\bar{k}_1 + i)/N_1 - \sigma_1 \sum_{j=1}^{N_2} y_2(\bar{k}_2 + j)/N_2}{(\sigma_1 - \sigma_2) \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} y_1(\bar{k}_1 + i) y_2(\bar{k}_2 + j)/N_1 N_2}. \quad (18)$$

且

$$\lambda_1 = \lim_{\substack{N_1 \rightarrow +\infty \\ N_2 \rightarrow +\infty}} \lambda_1(N_1, N_2, \bar{k}_1, \bar{k}_2) \quad (\text{均方}), \quad (19)$$

$$\lambda_2 = \lim_{\substack{N_1 \rightarrow +\infty \\ N_2 \rightarrow +\infty}} \lambda_2(N_1, N_2, \bar{k}_1, \bar{k}_2) \quad (\text{均方}). \quad (20)$$

这里  $\bar{k}_1, \bar{k}_2$  为任意整数,  $N_1, N_2$  为采样数据长度。在辨识过程中, 因为仅需要稳态数据来估计  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ , 所以  $\bar{k}_1$  和  $\bar{k}_2$  一般取得较大, 即系统过渡过程结束、进入稳态以后, 再进行采样。

**定理2.** 若假设1—4成立, 则用  $y_{N_1, N_2, \bar{k}_1, \bar{k}_2} \triangleq u / [\lambda_1(N_1, N_2, \bar{k}_1, \bar{k}_2) - \lambda_2(N_1, N_2, \bar{k}_1, \bar{k}_2) u]$  估计稳态模型  $y \triangleq u / (\lambda_1 - \lambda_2 u)$  具有强一致性。

证. 由(19),(20)式知, 定理2成立。

### 3 估计残差的渐近分布

下面研究稳态模型估计残差的渐近分布和参数估计残差的渐近分布, 首先有

$$\begin{aligned} \eta(N) &\triangleq \sqrt{N} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(k+i) - \sigma / (\lambda_1 - \lambda_2 \sigma) \right] \\ &= \sqrt{N} \mathbf{B}^T \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y(k+i) - (I - A)^{-1} \mathbf{B} b \sigma \right] \\ &= \mathbf{B}^T (I - A)^{-1} \sqrt{N} \left[ (I - A) \sum_{i=1}^N Y(k+i) / N - \mathbf{B} b \sigma \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{B}^T(I - A)^{-1} \left[ A(\mathbf{Y}(k) - \mathbf{Y}(k + N)/\sqrt{N} + \sum_{i=1}^N (\mathbf{W}(k+i) - \mathbf{B}ba)/\sqrt{N} \right] \\
&= \mathbf{B}^T(I - A)^{-1} A(\mathbf{Y}(k) - \mathbf{Y}(k + N))/\sqrt{N} \\
&\quad + \mathbf{B}^T(I - A)^{-1} \mathbf{B} \sum_{i=1}^N v(k+i)/\sqrt{N}.
\end{aligned} \tag{21}$$

**假设 6.**  $\{v(k)\}$  相互独立, 且  $E v^2(k) = \varphi^2$ , 进一步存在  $\alpha > 0$  使  $E |v(k)|^{2+\alpha}$  一致有界。

在上述假设下有

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^N v(k+i)/\sqrt{N} \sim N(0, \varphi^2). \tag{22}$$

于是有

$$\begin{aligned}
\lim_{N \rightarrow +\infty} \left\{ \eta(N) = \mathbf{B}^T(I - A)^{-1} \mathbf{B} \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^N v(k+i)/\sqrt{N} \ (W) \right. \\
= \mathbf{B}^T(I - A)^{-1} \mathbf{B} \xi(W) \\
\left. \sim N(0, \varphi^2/(b(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma))^2) \right\}.
\end{aligned} \tag{23}$$

这里  $(W)$  表示依分布收敛。

特别取  $N_1 = N_2 = N$ , 有

$$\begin{aligned}
&\lim_{N \rightarrow +\infty} \sqrt{N} [\lambda_1(N, N, \bar{k}_1, \bar{k}_2) - \lambda_1] \\
&= \lim_{N \rightarrow +\infty} \left[ \sum_{i=1}^N y_1(\bar{k}_1 + i)/\sqrt{N} - \sum_{i=1}^N y_2(\bar{k}_2 + i)/\sqrt{N} \right] \\
&\quad - \lambda_1(\sigma_1 - \sigma_2)/(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_1)(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_2) \Big\} / \\
&\quad (\sigma_1 - \sigma_2)/(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_1)(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_2) \ (W) \\
&= (\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_1)(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_2)(\xi_1 + \xi_2)/(\sigma_1 - \sigma_2) \ (W) \\
&\sim N(0, \varphi_1^2); \\
\varphi_1^2 &= \varphi^2[(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_1)^2 + (\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_2)^2]/b^2(\sigma_1 - \sigma_2)^2. \tag{25}
\end{aligned} \tag{24}$$

同理可得到

$$\begin{aligned}
&\lim_{N \rightarrow +\infty} \sqrt{N} [\lambda_2(N, N, \bar{k}_1, \bar{k}_2) - \lambda_2] \\
&= (\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_1)(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_2)(\sigma_2 \xi_1 + \sigma_1 \xi_2)/\sigma_1 \sigma_2 (\sigma_1 - \sigma_2) \ (W) \\
&\sim N(0, \varphi_2^2), \tag{26}
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\varphi_2^2 = \varphi^2[\sigma_2^2(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_1)^2 + \sigma_1^2(\lambda_1 - \lambda_2 \sigma_2)^2]/(b \sigma_1 \sigma_2 (\sigma_1 - \sigma_2))^2. \tag{27}$$

从而有

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \sqrt{N} [y_{N, N, \bar{k}_1, \bar{k}_2} - y] = u \xi_3 / (\lambda_1 - \lambda_2 u)^2 \ (W) \tag{28}$$

$$\sim N(0, \varphi_3^2),$$

$$\varphi_3^2 = u^2(\varphi_1^2 + u^2 \varphi_2^2) / (\lambda_1 - \lambda_2 u)^2. \tag{29}$$

**定理 3.** 若假设 1—6 成立, 则有

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \sqrt{N} [y_{N, N, \bar{k}_1, \bar{k}_2} - y] \sim N(0, \varphi_3^2). \tag{30}$$

## 4 演近定常系统稳态模型的强一致性估计

研究具有如下形式的演近定常系统:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n a_i(k) \bar{y}(k-i) &= \sum_{j=0}^m b_j(k) u(k-d-j) \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \beta_{ij}(k) \bar{y}(k-i) u(k-d-j) + v(k), \end{aligned} \quad (31)$$

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} a_i(k) = a_i, \quad \lim_{k \rightarrow +\infty} b_j(k) = b_j, \quad (32, 33)$$

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \beta_{ij}(k) = \beta_{ij}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m \quad (34)$$

记  $\bar{e}_i(k) \triangleq a_i(k) - \sum_{j=1}^m \beta_{ij}(k) \sigma, \bar{x}(k) \triangleq \sum_{j=0}^m b_j u(k-d-j) + v(k), \bar{Y}(k) \triangleq (\bar{y}(k), \dots, \bar{y}(k-n+1))^T, \bar{W}(k) \triangleq (\bar{x}(k), 0, \dots, 0)^T,$

$$A(k) \triangleq \begin{pmatrix} -\bar{e}_1(k) & -\bar{e}_2(k) & \cdots & -\bar{e}_{n-1}(k) & -\bar{e}_n(k) \\ 1 & 0 & & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

从而(31)式可等价地写成下式:

$$\bar{Y}(k+1) = A(k) \bar{Y}(k) + \bar{W}(k+1). \quad (35)$$

由于  $\lim_{k \rightarrow +\infty} A(k) = A, \|A\|_* < 1, \lim_{k \rightarrow +\infty} (\bar{W}(k) - W(k)) = 0$ , 所以  $\forall \varepsilon > 0$ , 必存在  $k_3 \geq k_2$ , 使得当  $k \geq k_3$  时, 有  $\|A(k) - A\|_* \leq \varepsilon, \|\bar{W}(k) - W(k)\|^* < \varepsilon, \|A(k)\|_* \leq \rho_2 \triangleq \rho_1 + \varepsilon < 1$ . 从而有

$$\|\bar{Y}(k+1) - Y(k+1)\|^* \leq \rho_2 \|\bar{Y}(k) - Y(k)\| + \varepsilon(1 + \|Y(k)\|^*). \quad (36)$$

所以

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} (\bar{y}(k) - y(k)) = 0 \text{ (均方).} \quad (37)$$

由此可得到如下定理 4:

**定理 4.** 若假设 1—6 成立, 则演近定常线性系统的输出  $\bar{y}(k)$  是一个演近平稳过程, 且均值和协方差具有各态遍历性; 若用  $y_{N,N,\bar{k}_1,\bar{k}_2}$  来估计稳态模型具有强一致性, 且估计残差服从演近正态分布。

证. 利用定理 1—3 和(37)式可证。

令  $\beta_{ij}(k) = 0$ , 此时退化的系统就是线性演近定常系统, 也是文[4,5]中所研究的系统。显然文[4]中的定理和文[5]中的定理 1 的结论包含在本文定理 4 之中。

## 5 模型估计在随机稳态优化中的应用

考虑由如下模型描述的双线性控制系统:

$$y(k) + 0.623y(k-1) + 0.421y(k-2) = 0.311u(k-1) + 0.194u(k-2)$$

$$+ 0.439u(k-1)y(k-1) - 0.257u(k-2)y(k-1) + 0.425u(k-1)y(k-2) \\ - 0.316u(k-2)y(k-2) + \xi(k),$$

这里  $\xi(k) = e(k) + 2e(k-1) - e(k-2)$ ,  $\{e(k)\}$  为均值为零, 方差为 1 的白噪声序列。随机稳态优化控制问题为

$$\min_{u \in D} \lim_{k \rightarrow +\infty} E[y(k) + (u - 1)^2],$$

这里  $u$  为  $u(k)$  的稳态值,  $D \triangleq \{u | 0 \leq u \leq 6\}$ 。系统的稳态模型为  $y = u / (\lambda_1 - \lambda_2 u)$ ,  $\lambda_1 = 4.047$ ,  $\lambda_2 = 0.5762$ 。最优设定值  $u^* = 0.8403$ , 采用本文提出的估计方法, 可得到  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的估计值以及  $u^*$  的近似值。其仿真结果见表 1。在仿真过程中, 取  $N = N_1 = N_2$ ,  $k = \bar{k}_1 = \bar{k}_2$ ,  $\lambda_1(N, k) = \lambda_1(N, N, k, k)$ ,  $\lambda_2(N, k) = \lambda_2(N, N, k, k)$ ,  $u(N, k)$  表示  $u^*$  的估计值。

表 1

		$\sigma_1 = 1$	$\sigma_2 = 5$	
		$\lambda_1(N, k)$	$\lambda_2(N, k)$	$u(N, k)$
$N = 500$	$k = 10$	4.0412	0.5790	0.8441
	$k = 100$	4.0429	0.5731	0.8431
$N = 800$	$k = 10$	4.0421	0.5719	0.8393
	$k = 100$	4.0485	0.5779	0.8427
$N = 1000$	$k = 10$	4.0495	0.5732	0.8392
	$k = 100$	4.0462	0.5758	0.8401
真 值		4.0470	0.5762	0.8403

## 6 结语

本文采用优化过程中设定点的阶跃信号作为辨识输入信号, 得到了稳态模型的强一致性估计。在估计中, 不需要知道系统的真实动态结构(阶次, 延时等)。在噪声为白噪声的前提下, 还得到了估计残差的渐近分布。本文提出的估计方法十分简单, 应用条件较弱, 且其结论包含了文 [4,5] 中的主要结论。因所提出的估计方法不需要利用动态数据。只需要测量稳态数据, 因而估计精度较高, 还可以直接推广到 MIMO 情形。

## 参 考 文 献

- [1] Bamberger W and Isermann R. Adaptive on-line steady-state optimization of slow dynamic processes. *Automatica*, 1978, **14**: 223—230.
- [2] Garcia C E and Morari M. Optimal operation of integrated processing systems, part I: open-loop on-line optimizing control. *AIChE Journal*, 1981, **27**: 960—968.
- [3] Lin J, Han C, Roberts P D and Wan B W. A New Approach to stochastic optimization control of steady-state systems using dynamic information. *Int. J. Control.*, 1989, **50**(6): 2205—2235.
- [4] 陈庆新, 万百五. 利用工业过程动态信息建立稳态模型及其强一致性分析: SISO 情形. 控制与决策, 1991, **6**(2): 90—96.

- [5] 陈庆新,万百五. 工业过程稳态模型估计误差的渐近正态性分析: SISO 情形. 自动化学报, 1993, 19(1): 1—8.
- [6] 刘鸿强等. 多元精馏塔动态仿真模型的简化. 华东工学院学报, 1983, 9: 225—233.
- [7] 华向明. 双线性系统建模与控制. 上海: 华东工学院出版社, 1990.
- [8] 黄琳. 系统与控制理论中的线性代数. 北京: 科学出版社, 1984.

## AN APPROACH TO ESTIMATE STEADY-STATE MODELS OF BILINEAR SYSTEMS AND ITS STRONG CONSISTENCY

HUANG ZHENGLIANG

(Administration of Achievements in Scientific Res. of Southwest Inst. of Tech. Mianyang 621002)

WAN BAIWU HAN CHONGZHAO

(Institute of Systems Engineering of Xi'an Jiaotong University Xi'an 710049)

### ABSTRACT

In this paper, under mild conditions, the strong consistent estimates of steady-state models for bilinear systems are obtained by using the step signals of set-points in the procedure of optimizing control, and asymptotic distributions of error estimates are studied. Besides, an example illustrating the applicability of the estimate technique is given. The efficiency of this estimate technique is demonstrated by simulation results.

**Key words:** Steady-state models, estimate, asymptotic distribution, bilinear system.



**黄正良** 1962年生于湖南益阳, 分别于1982年、1988年和1992年在武汉建材学院、东北工学院和西安交通大学获得学士、硕士、博士学位。现为西南工学院副教授, 科研处主持工作的副处长。发表论文20余篇。目前研究方向为动态对策、大系统稳态优化和非线性系统辨识。

万百五 照片、简介见本刊第19卷第1期。