

# 关于多通道系统的动态递阶镇定<sup>1)</sup>

熊运鸿 高为炳

(北京航空航天大学七研 100083)

## 摘 要

研究镇定多通道系统的一种新策略——动态递阶控制。对线性时不变确定型通道强关联系统，得到了在给定信息结构下采用动态递阶控制可任置极点（镇定）的一个充分必要条件，解决了分散循环系统采用动态递阶控制时的最小信息结构问题，并讨论了动态协同控制器的最小阶数，最后给出了一个数值例子。

**关键词：**大系统，分散控制，镇定，递阶控制。

## 1 引言

随着工程技术的发展，人们遇到的控制对象越来越复杂。它们往往具有控制通道多、地理分散等特点，如大型的化工系统、电力系统等。这导致了分散控制的提出。分散控制的特点是每个通道只利用自己观测到的局部信息进行控制，通道之间不交换信息。但是，完全的分散化有时难以取得满意的控制效果，甚至会遇到不稳定分散固定模<sup>[2]</sup>。有的学者提出在通道间实施有限的信息交换来消除固定模或达到整体更优的性能<sup>[3-5]</sup>，但这种方法也有其不足之处：由于设计通道间的通讯结构有一定的随意性，若用分布式计算机系统来实现所设计的控制律可能会遇到通讯上的困难<sup>[5]</sup>；此外，如同完全的分散化一样，还可能遇到动态补偿器阶数过高、反馈增益过大等问题<sup>[6]</sup>。因此，文[1]提出一种镇定大系统的新策略——动态递阶控制，以克服以上困难。

考虑具有  $p$  个控制通道的线性时不变系统

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + \sum_{i=1}^p B_i \mathbf{u}_i, \mathbf{y}_i = C_i \mathbf{x}, i = 1, 2, \dots, p, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{x} \in R^n$  是系统的状态向量， $\mathbf{u}_i \in R^{m_i}$  和  $\mathbf{y}_i \in R^{r_i}$  分别是第  $i$  个通道的控制向量和观测输出向量， $\sum_{i=1}^p m_i = m$ ， $\sum_{i=1}^p r_i = r$ ， $A, B_i, C_i (i = 1, 2, \dots, p)$  是相应维数的实矩阵。对系统(1)设计一个动态补偿器

$$\dot{\mathbf{z}} = R\mathbf{z} + \sum_{i=1}^p G_i \mathbf{y}_i, \quad (2)$$

1) 高校博士点基金资助的课题。  
本文于 1993 年 1 月 11 日收到

并对系统(1)施加反馈

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i^l + \mathbf{u}_i^g, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{u}_i^l = K_i \mathbf{y}_i \quad (4)$$

是第  $i$  个通道的局部静态反馈,  $\mathbf{u}_i^g$  是利用动态补偿器(2)的信息给出的协调控制量

$$\mathbf{u}_i^g = F_i \mathbf{z}, \quad i = 1, 2, \dots, p. \quad (5)$$

在上面几个式子中,  $\mathbf{z}$  的维数是待定的,  $R, G_i, F_i$  及  $K_i (i = 1, 2, \dots, p)$  都是待设计的. 式(2)–(5)所示的反馈控制即称为动态递阶控制, 式(2)称为动态协同控制器. 由文献[1, 7], 有如下结论:

**定理 1.** 系统(1)采用由(2)–(5)描述的动态递阶反馈可使闭环系统任意置极点(镇定)的充分必要条件是系统(1)整体可控可观(可镇定可检测).

在动态递阶控制系统中, 动态协同控制器获得了每个通道的数据并对每个通道的控制产生了直接影响. 但动态递阶控制和集中控制是不同的. 集中控制时, 系统(1)各个通道要互相传递信息. 而采用动态递阶控制, 各通道只与动态协同控制器交换信息. 这大大减少了通讯量, 提高了实时控制能力. 此外, 这种控制结构易于用星型或树型分布式计算机系统<sup>[4]</sup>来实现. 因此, 动态递阶控制的提出具有重要的工程意义. 本文将进一步研究这种控制结构.

## 2 部分信息结构下的动态递阶镇定

设  $\mathbf{C}$  表示复平面,  $\mathbf{C}^-$  表示复平面的开左半平面.

在式(2)–(5)所示的反馈中, 动态协同控制器和每个通道都进行了信息交换, 称为全信息结构的动态递阶控制. 由于经济上或系统结构上的限制, 有时采用全信息结构没有必要或不易办到, 便出现部分信息结构下的动态递阶控制. 本节研究这种情形.

记  $p \triangleq \{1, 2, \dots, p\}$ ,  $\alpha = \{i_1, i_2, \dots, i_s\}$  和  $\beta = \{j_1, j_2, \dots, j_t\}$  均为  $p$  的子集. 将(2), (5)式变为

$$\dot{\mathbf{z}} = R\mathbf{z} + \sum_{i \in \beta} G_i \mathbf{y}_i, \quad (6)$$

$$\mathbf{u}_i^g = \begin{cases} F_i \mathbf{z}, & i \in \alpha, \\ 0, & i \notin \alpha, \end{cases} \quad (7)$$

称式(3), (4), (6), (7)所示的动态递阶反馈具有信息结构  $(\alpha, \beta)$ . 这时闭环系统可写为

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BKC & B_\alpha F_\alpha \\ G_\beta C_\beta & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中

$$\begin{aligned} B &\triangleq [B_1 B_2 \cdots B_p], \quad B_\alpha \triangleq [B_{i_1} B_{i_2} \cdots B_{i_s}], \\ C &\triangleq [C_1^T C_2^T \cdots C_p^T]^T, \quad C_\beta \triangleq [C_{j_1}^T C_{j_2}^T \cdots C_{j_t}^T]^T, \\ F_\alpha &\triangleq [F_{i_1}^T F_{i_2}^T \cdots F_{i_s}^T]^T, \quad G_\beta \triangleq [G_{j_1} G_{j_2} \cdots G_{j_t}], \\ K &\triangleq \text{blockdiag}(K_1, K_2, \dots, K_p). \end{aligned}$$

记  $K$  的全体组成的集合为  $\mathbf{K}$ ,  $A_K \triangleq A + BKC$ . 对  $\forall K \in \mathbf{K}$ , 记  $\mathcal{Q}_{ac}(K)$  是  $(A_K, B_\alpha)$  的不可控模态集, 即  $\mathcal{Q}_{ac}(K) = \{s \in \mathbf{C} \mid \text{rank}[A_K - sI \ B_\alpha] < n\}$ . 记  $\Lambda_{ac} = \bigcap_{K \in \mathbf{K}} \mathcal{Q}_{ac}(K)$ . 记  $\mathcal{Q}_{\beta o}(K)$  是  $(C_\beta, A_K)$  的不可观模态集,  $\Lambda_{\beta o} = \bigcap_{K \in \mathbf{K}} \mathcal{Q}_{\beta o}(K)$ .

**定义 1.**  $\Lambda_{ac}(\Lambda_{\beta o})$  称为系统(1)关于通道组  $\alpha(\beta)$  的分散输入(出)固定模集合.

定义 1 是对文 [8] 中同名概念的推广. 类似文 [10] 中引理 11 可给出

**引理 1.** 对  $\forall s \in \mathbf{C}$ ,  $s \in \Lambda_{ac}$  当且仅当存在  $p$  的子集  $\varphi \supseteq \alpha$ , 使得

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A - sI & B_\varphi \\ C_{(p-\varphi)} & 0 \end{bmatrix} < n.$$

关于  $\Lambda_{\beta o}$  的刻划可对偶地得到.

**定义 2.** 如果对  $p$  的任意真子集  $\varphi \supseteq \alpha$  (非空子集  $\varphi \subseteq p - \beta$ ), 系统(1)满足

$$C_{(p-\varphi)}(sI - A)^{-1}B_\varphi \cong 0, \quad (9)$$

称系统(1)关于通道组  $\alpha(\beta)$  输入(出)关联.

**注 1.** 如果对  $p$  的任意非空真子集  $\varphi$ , (9) 式成立, 称系统(1)通道强关联<sup>[9]</sup>. 显然, 关于通道组  $\alpha(\beta)$  输入(出)关联是比通道强关联弱的条件.

下面引理中, “几乎所有”的意义同文 [10].

**引理 2.** 如果系统(1)关于通道组  $\alpha(\beta)$  输入(出)关联, 则几乎所有的  $K \in \mathbf{K}$  都使  $\mathcal{Q}_{ac}(K) = \Lambda_{ac}(\mathcal{Q}_{\beta o}(K) = \Lambda_{\beta o})$ .

类似文 [10] 中定理 1 的证明可得.

**引理 3<sup>[11]</sup>.** 设  $\bar{A} \in R^{\bar{n} \times \bar{n}}$ ,  $\bar{B} \in R^{\bar{n} \times \bar{m}}$ ,  $\bar{C} \in R^{\bar{r} \times \bar{n}}$ ,  $\bar{B}, \bar{C}$  均满秩,  $(\bar{C}, \bar{A}, \bar{B})$  可控可观且  $\bar{m} + \bar{r} > \bar{n}$ , 则通过  $\bar{K} \in R^{\bar{m} \times \bar{r}}$  可使  $\bar{A} + \bar{B}\bar{K}\bar{C}$  具有任意对称谱.

**定理 2.** 设系统(1)关于通道组  $\alpha$  输入关联且关于通道组  $\beta$  输出关联, 则系统(1)采用反馈 (3), (4), (6), (7) 可任置极点(镇定)的充分必要条件是  $\Lambda_{ac} \cup \Lambda_{\beta o} = \emptyset (\Lambda_{ac} \cup \Lambda_{\beta o} \subset \mathbf{C}^-)$ .

证明. 只证任置极点的情形. 先证充分性. 由(8)式, 闭环系统可改写成

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BKC & B_\alpha F_\alpha \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_h \end{bmatrix} [G_\beta \ R] \begin{bmatrix} C_\beta & 0 \\ 0 & I_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中  $h$  表示向量  $\mathbf{z}$  的维数, 它由设计者选择. 由  $\Lambda_{ac} = \Lambda_{\beta o} = \emptyset$  及引理 2, 存在  $K \in \mathbf{K}$  使得  $(C_\beta, A + BKC, B_\alpha)$  可控可观. 因此可取一个  $h > n + \sum_{i \in \beta} r_i$  及  $F_\alpha \in R^{(\sum_{i \in \alpha} m_i) \times h}$  使

$$\left( \begin{bmatrix} C_\beta & 0 \\ 0 & I_h \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A + BKC & B_\alpha F_\alpha \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ I_h \end{bmatrix} \right) \quad (11)$$

可控可观. 由引理 3, 系统(8)可通过选择  $G_\beta$  与  $R$  任置极点. 充分性得证.

必要性. 如果  $\Lambda_{ac} \cup \Lambda_{\beta o}$  非空, 不妨假设有  $s_0 \in \Lambda_{ac}$ . 则对  $\forall K \in \mathbf{K}$ ,  $\forall h > 0$  及  $F_\alpha \in R^{(\sum_{i \in \alpha} m_i) \times h}$ ,  $s_0$  是系统(11)的不可控模态, 因而  $s_0$  是闭环系统(8)的不可改变模态.

必要性得证。

对于镇定的情形,利用卡尔曼标准型可很容易地证明。证毕。

**注 2.** 对于部分信息结构下的动态递阶控制,文献 [1, 7] 也进行了研究。相比之下,本文的处理方法简单,且定理 2 的条件具有直观的物理意义。

定理 2 显然适用于通道强关联系统。

### 3 动态递阶镇定的最小信息结构

以上的讨论中,  $(\alpha, \beta)$  是给定的。但实际设计动态递阶控制系统时,  $(\alpha, \beta)$  往往是待定的。而且,为减少通讯费用,还往往希望与动态协同控制器交换信息的通道尽可能少。因此下面讨论如何确定“最小信息结构”的问题。

**定义 3.** 如果  $(\alpha, \beta)$  能使相应的闭环系统 (8) 任置极点(镇定),同时  $\alpha, \beta$  的元素个数分别达到最少,称  $(\alpha, \beta)$  为系统 (1) 采用反馈 (3), (4), (6), (7) 任置极点(镇定)的最小信息结构。

动态递阶控制的最小信息结构问题在文 [1] 中即已提出,但未能很好地解决。本节对一类很广泛的系统——分散循环系统给出一种解决办法。

**定义 4**<sup>[12]</sup>. 系统 (1) 的分散输出反馈循环指数定义为  $\delta \triangleq \min_{K \in \mathbf{K}} \{cyc(A + BKC)\}$ , 式中  $cyc(\cdot)$  表示矩阵“ $\cdot$ ”的循环指数。如果  $\delta = 1$ , 则称系统 (1) 是分散循环的。

**引理 4.** 如果  $A$  是循环矩阵,则  $s_0 \in \mathbf{C}$  是  $(A, B_\alpha)$  的不可控模态当且仅当对每一个  $i \in \alpha, s_0$  是  $(A, B_i)$  的不可控模态。

证明。取可逆矩阵  $T$  将  $T^{-1}AT$  化成若当标准型。对  $(T^{-1}AT, T^{-1}B_\alpha)$  及  $(T^{-1}AT, T^{-1}B_i)$  ( $i \in \alpha$ ) 应用若当型动态方程的可控性判据即可证得。证毕。

**定理 3.** 如果系统 (1) 是分散循环的,则有  $\Lambda_{\alpha\alpha} = \bigcap_{i \in \alpha} \Lambda_{i\alpha}, \Lambda_{\beta\beta} = \bigcap_{i \in \beta} \Lambda_{i\beta}$ 。

证明。对  $\forall s \in \Lambda_{\alpha\alpha}$ , 由分散循环及  $\Lambda_{\alpha\alpha}$  的定义,知存在  $K \in \mathbf{K}$ , 使得  $A + BKC$  是循环矩阵同时  $s \in Q_{\alpha\alpha}(K)$ 。由引理 4, 必有  $i \in \alpha$  使得  $s \in Q_{i\alpha}(K)$ , 因而  $s \in \Lambda_{i\alpha}$ , 于是  $s \in \bigcap_{i \in \alpha} \Lambda_{i\alpha}$ 。

另一方面,如果  $s \in \bigcap_{i \in \alpha} \Lambda_{i\alpha}$ , 则有  $i \in \alpha$ , 使得  $s \in \Lambda_{i\alpha}$ 。因而存在  $K \in \mathbf{K}$ , 使得  $s \in Q_{i\alpha}(K)$ , 故  $s \in Q_{\alpha\alpha}(K)$ , 因而  $s \in \Lambda_{\alpha\alpha}$ 。于是证明了  $\Lambda_{\alpha\alpha} = \bigcap_{i \in \alpha} \Lambda_{i\alpha}$ 。

对  $\Lambda_{\beta\beta} = \bigcap_{i \in \beta} \Lambda_{i\beta}$  可对偶地证明。证毕。

由定理 2 与定理 3, 对通道强关联的分散循环系统给出最小信息结构的求解步骤如下:

- 1) 利用引理 1 求出  $\Lambda_{i\alpha}, i = 1, 2, \dots, p$ 。
- 2) 选择非空集合  $\alpha \subseteq p$ , 使  $\bigcap_{i \in \alpha} \Lambda_{i\alpha} = \emptyset$  (或  $\bigcap_{i \in \alpha} \Lambda_{i\alpha} \subset \mathbf{C}^-$ ) 且  $\alpha$  的元素个数达到最少(这样的  $\alpha$  可能不止一个)。
- 3) 利用引理 1 求出  $\Lambda_{i\beta}, i = 1, 2, \dots, p$ 。

4) 选择非空集合  $\beta \subseteq p$ , 使  $\bigcap_{i \in \beta} \Lambda_{i0} = \emptyset$  (或  $\bigcap_{i \in \beta} \Lambda_{i0} \subset \mathbf{C}^-$ ) 且  $\beta$  的元素个数达到最少(这样的  $\beta$  可能不止一个).

如此求出的  $(\alpha, \beta)$  就是通道强关联分散循环系统 (1) 采用动态递阶反馈 (3), (4), (6), (7) 任置极点(镇定)的一个最小信息结构. 最小信息结构有时不唯一. 在上述步骤中,  $\alpha, \beta$  的求解是互相独立的.

若系统 (1) 非分散循环, 按上述步骤求出的  $(\alpha, \beta)$  仍能满足任置极点(镇定)的要求. 不过这时的信息结构不一定是最小的.

## 4 动态协同控制器的最小阶数问题

对于由子系统连接组成的大系统, 当子系统状态可用于反馈时, 采用全信息结构的动态递阶反馈配置极点, 动态协同控制器的最小阶数等于系统的分散循环指数<sup>[13]</sup>. 对由 (1) 式描述的一般多通道系统, 结论不像这样简单, 只能对最小阶数给出一个估计<sup>[13]</sup>. 本节就分散循环系统给出新的估计.

**定理 4.** 设系统 (1) 分散循环、整体可控可观, 且采用由 (2)–(5) 描述的动态递阶反馈, 则可使闭环系统任置极点的动态协同控制器的最小阶数  $h_0$  满足:  $h_0 \leq \min\{\mu_0, \nu_0\}$ . 这里  $\mu_0$  是  $(A, B)$  的可控性指数,  $\nu_0$  是  $(C, A)$  的可观性指数.

证明. 由于系统 (1) 整体可控且分散循环, 故存在  $K \in \mathbf{K}$  及  $f \in R^{m \times 1}$ , 使  $(A + BKC, Bf)$  可控. 记  $b \triangleq Bf$ . 对单输入系统

$$\dot{x} = (A + BKC)x + bv, \quad y_i = C_i x, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (12)$$

引入  $h$  阶动态补偿器 ( $h \triangleq \nu_0$ )

$$v^{(h)} + \sum_{i=0}^{h-1} a_i v^{(i)} = - \sum_{i=0}^{h-1} E_i y^{(i)}, \quad (13)$$

式中  $y \triangleq [y_1^T y_2^T \dots y_p^T]^T$ ,  $a_i$  是常数,  $E_i$  是  $r$  维行向量,  $i = 0, 1, 2, \dots, h-1$ . 由于系统 (13) 是严格正则的, 易知 (12), (13) 式组成的闭环系统是动态递阶控制系统. 类似文 [11] 定理 5—19 和定理 5—22 的证明可证得: 通过选择  $a_i, E_i (i = 0, 1, \dots, h-1)$  可使 (12), (13) 组成的闭环系统任置极点. 因而动态协同控制器可取  $\nu_0$  阶. 又由线性系统的对偶性, 有  $h_0 \leq \min\{\mu_0, \nu_0\}$ . 证毕.

**注 3.** 集中控制时, 为任置极点, 通常把动态补偿器的阶次设置为  $\min\{\mu_0 - 1, \nu_0 - 1\}$ , 因为更低的阶次往往难以设计出来<sup>[11]</sup>. 可见, 采用全信息结构的动态递阶控制时, 对分散循环系统而言, 动态协同控制器的阶数实际上只需比集中控制时增加一阶.

**定理 5.** 设系统 (1) 通道强关联、分散循环且  $\Lambda_{\alpha\alpha} = \Lambda_{\beta\beta} = \emptyset$ , 则可使闭环系统 (8) 任置极点的动态协同控制器最小阶数  $h_0$  满足

$$h_0 \leq \min\{\mu_\alpha, \nu_\beta\}.$$

这里,  $\mu_\alpha$  是使

$$g.r. [B_\alpha (A + BKC) B_\alpha \dots (A + BKC)^{k_1-1} B_\alpha] = n$$

$K \in \mathbf{K}$

的最小正整数  $k_1, \nu_\beta$  是使

$$g.r. [C_\beta^T (A + BKC)^T C_\beta^T \cdots ((A + BKC)^T)^{k_2-1} C_\beta^T] = n$$

的最小正整数  $k_2, g.r.(\cdot)$  表示通秩。

证明. 利用引理 2, 并参考定理 4 的证明过程, 可以很容易地证得. 证毕.

**注 4.** 易知, 几乎所有的  $K \in \mathbf{K}$  都使  $(C_\beta, A + BKC, B_\alpha)$  的可控性指数等于  $\mu_\alpha$ . 可观性指数等于  $\nu_\beta$ . 因而应用定理 5 时, 可随机地取一、两个  $K \in \mathbf{K}$ , 计算  $(C_\beta, A + BKC, B_\alpha)$  的可控性指数和可观性指数, 以其较小者  $\tilde{\mu}_\alpha$  和  $\tilde{\nu}_\beta$  代替  $\mu_\alpha$  和  $\nu_\beta$  来进行估计和设计.

例. 研究如下三通道系统:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_3, \\ \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_3 = \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (14)$$

该系统整体可控可观, 但有一个分散固定模  $s = 0$ , 因此不能用分散反馈使其渐近稳定. 考虑采用动态递阶控制.

易知系统(14)通道强关联且分散循环. 由引理 1 可计算出  $\Lambda_{1c} = \emptyset$ ,  $\Lambda_{2c} = \Lambda_{3c} = \{0\}$ ;  $\Lambda_{1o} = \{0\}$ ,  $\Lambda_{2o} = \Lambda_{3o} = \emptyset$ . 因此任置极点的最小信息结构为  $(\{1\}, \{2\})$  或  $(\{1\}, \{3\})$ . 本例最小信息结构不唯一.

对  $\{1, 2, 3\}$  的任意子集  $\alpha$  和  $\beta$  满足  $\alpha \supseteq \{1\}$  和  $\beta \supseteq \{2\}$  或  $\beta \supseteq \{3\}$ ,  $(\alpha, \beta)$  都是能任置极点的信息结构. 现讨论不同信息结构下动态协同控制器的阶数. 只讨论三种情形, 其余可类似讨论.

1)  $\alpha = \{1\}$ ,  $\beta = \{2\}$  或  $\beta = \{3\}$ . 这里  $\mu_\alpha = 6$ ,  $\mu_\beta = 5$ , 由定理 5 可设计 5 阶的动态协同控制器.

2)  $\alpha = \{1\}$ ,  $\beta = \{1, 2, 3\}$ , 这时  $\nu_\beta = 1$ , 故可设计 1 阶的动态协同控制器.

3)  $\alpha = \beta = \{1, 2, 3\}$ , 可设计 1 阶的动态协同控制器.

在本例中, 如采用最小信息结构, 通讯虽少, 但动态协同控制器阶数过高, 不足取. 选取  $\alpha = \{1\}$ ,  $\beta = \{1, 2, 3\}$  时, 通讯量也较少, 且动态协同控制器只需取 1 阶, 结构非常简单. 这时可设计出一阶动态递阶镇定律如下:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -12.9z - 8.10x_1 - 3.25x_2 - 14.3x_3 - 25.5x_4 - 16.6x_5 - 25.9x_6, \\ u_1 &= u_1^l + u_1^g, \quad u_1^l = 0, \quad u_1^g = 20z, \\ u_2 &= u_2^l + u_2^g, \quad u_2^l = x_3, \quad u_2^g = 0, \\ u_3 &= u_3^l + u_3^g, \quad u_3^l = x_5, \quad u_3^g = 0. \end{aligned}$$

系统的闭环谱为  $-0.5, -0.6, -0.8, -1.0, -2.0, -3.0, -5.0$ , 渐近稳定.

## 5 结束语

本文研究了动态递阶控制的一些基本问题,包括部分信息结构下的镇定、最小信息结构的求解及动态协同控制器的最小阶数等。为了综合出易于实现且性能良好的动态递阶控制系统,还有许多问题,如

- 1) 动态递阶控制系统的鲁棒性问题。
  - 2) 具有最优二次性能指标的动态递阶控制系统设计问题。
  - 3) 可靠控制问题,即动态协同控制器和某些通道的联系因故障而切断时系统是否仍能保持稳定?
  - 4) 能否设计出动态协同控制器本身稳定的动态递阶控制系统? 如何设计?
- 上述问题均有待于进一步研究。

### 参 考 文 献

- [1] Gao W B, Shi Z C. and Yu R Y. A new approach to hierarchical control of large scale systems, The 4 th IFAC/IFORS Symp. on LSS: Theory and Applications, Zurich, Switzerland, 1986.
- [2] Wang S H and Davison E J. On the stabilization of decentralized control systems. *IEEE AC-18* (1973), 473—478.
- [3] 许晓鸣,席裕庚. 具有最经济信息结构的分散控制系统综合. *自动化学报*, 1988, **14**(1): 1—7.
- [4] 陈浩勋,李人厚. 关于最小分散镇定结构的研究. *自动化学报*, 1990, **16**(1): 76—79.
- [5] 梁锋. 大系统的分布式控制. *自动化学报*, 1990, **16**(6): 538—541.
- [6] Sandell N R et al. Survey of decentralized control methods for large-scale systems. *IEEE AC-23* (1978), 108—128.
- [7] 施志诚,高为炳. 大系统的动态递阶控制. *自动化学报*, 1987 **13**(1): 111—119.
- [8] 郑毓蕃,韩正之. 分散固定模的结构. *控制理论与应用*, 1986, **3**(4): 20—29.
- [9] Corfmat J P and Morse A S. Decentralized control of linear multi-variable systems. *Automatica*, **12** (1976), 479—495.
- [10] Yan W Y and Bitmead R R. Decentralized control of multi-channel systems with direct control feedthrough. *Int. J. Control*, 49(1989), 2057—2075.
- [11] 程鹏. 线性系统理论. 北京航空学院出版社, 1987, 156—205.
- [12] Yu R R and Gao W B. Algebraic properties of decentralized control systems. *Int. J. Control*, 1989, 50:81—88.
- [13] Yu R R and Gao W B. Minimal order dynamical cooperation controller. Proc. 1988 IEEE Int. Conf. on SMC, Beijing-Shengyang.

# ON THE DYNAMIC HIERARCHICAL STABILIZATION OF MULTI-CHANNEL SYSTEMS

XIONG YUNHONG      GAO WEIBING

(The 7th Res. Division, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics 100083)

## ABSTRACT

This paper studies a new scheme for stabilizing linear multichannel systems named dynamic hierarchical control. For linear time-invariant multi-channel systems which are channel-strongly-connected, a necessary and sufficient condition is obtained, under this condition the systems can be stabilized by dynamic hierarchical feedback with a given information structure, and for those which are decentralized cyclic information structure, the minimal information structure problem of dynamic hierarchical control is solved, and the minimal order of the dynamic coordinators is estimated. A numerical example is given to illustrate the results.

**Key words:** Large scale systems, decentralized control, stabilization, hierarchical control.

**熊运鸿** 照片、简介见本刊第 19 卷第 3 期。

**高为炳** 照片、简介见本刊第 18 卷第 6 期。