第 21 卷 第 5 期 自 动 化 学 报 Vol. 21, No. 5
1995 年 9 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sep., 1995

一类非最小相位非线性系统的自适应控制[1)]

韩存武 文传源 顾兴源
(北京航空航天大学自控系 100083) (东北大学自控系 沈阳 110006)

摘 要

针对一类非最小相位的非线性系统，通过引入一个近似系统，提出了一种简单的间接自适应控制方法，并分析了采用该方法后系统输出的跟踪性能，给出了输出跟踪误差的上限. 该方法可克服现有的非线性自适应控制方法只能控制最小相位的非线性系统并且容易产生过度控制的缺点.

关键词: 非线性系统，自适应控制，非最小相位系统.

1 引言

几乎所有的实际控制系统都是非线性的. 随着自适应控制技术的不断发展，人们已不满足于用线性系统来近似描述实际控制系统，以便应用比较成熟的线性自适应控制的方法；也不满足于用一些特殊类型的非线性系统（如含控制输入非线性或输出非线性的线性系统）来近似描述实际控制系统，以便应用相对简单的非线性自适应控制的方法；而着力于研究更能真实描述实际控制系统的具有一般形式的非线性系统（如仿射非线性系统）的自适应控制，并且取得了一些可喜的研究成果[1-5]. 但到目前为止，为了证明应用自适应控制后非线性系统的稳定性，所有研究都假设非线性系统是最小相位的；并且当 $\widehat{L_g L_f h}(x)$ 很小时，容易产生过度控制.

非最小相位系统的自适应控制是一项有意义的研究工作. 即使对于线性系统，也经过了较长时间的研究才取得了比较满意的成果. 而对于非线性系统，由于基于反馈线性化方法的非线性自适应控制要求系统是最小相位的，这就很难将已有成果加以推广，必须寻找新的途径. 文献[6]针对一种垂直起降的飞行器控制系统中存在的“轻微（slightly）”非最小相位的非线性系统，在系统参数已知的情况下，提出了一种有效的控制方法. 受文献[6]的启发，本文通过引入一个近似系统，在系统参数未知的情况下，提出了一种简单的可控制一类非最小相位的非线性系统的间接自适应控制方法，并证明了由近似系统所导

1) 本文得到中国博士后科学基金和航空科学基金资助. 本文曾在 1993 年全国控制理论及其应用年会（武汉）上宣读.
本文于 1993 年 5 月 5 日收到

出的自适应控制律,不仅能使近似系统稳定,而且也能使实际的非最小相位的非线性系统稳定. 文中还分析了采用该方法后系统输出的跟踪性能,给出了输出跟踪误差的上限.由于许多实际的控制系统是非最小相位的非线性系统,因此,本文所提方法具有较大的理论价值和实际意义.

2 问题描述

考虑单输入单输出的非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \tag{1a}$$

$$y = h(x), \tag{1b}$$

其中,$x \in R^n$, $u \in R$, $y \in R$ 分别是系统的状态,输入和输出; f 和 g 是 R^n 上的光滑向量场,h 是 R^n 上的光滑函数. 将 y 对 t 求导,得

$$\dot{y} = L_f h + L_g h u, \tag{2}$$

其中 $L_f h$ 和 $L_g h$ 分别是函数 h 对于向量场 f 和 g 的李导数.

若系统参数 f,g,h 以及 $L_f h, L_g h$ 已知, 且 $L_g h(x) \neq 0$, $x \in R^n$ (即相对阶为 1),则控制律

$$u = (-L_f h + v)/L_g h \tag{3}$$

可使系统稳定,并使系统输出 y 跟踪一有界参考信号 y_m.

当系统参数未知时, 现有的自适应控制方法是通过在线辨识系统参数(间接方法)或控制器参数(直接方法),得到自适应控制律

$$u = (-\widehat{L_f h} + v)/\widehat{L_g h}, \tag{4}$$

使系统仍然稳定,并使 y 尽可能地跟踪 y_m. 其中 $\widehat{L_g h}$ 和 $\widehat{L_f h}$ 分别是 $L_g h$ 和 $L_f h$ 的估计值.

然而,在证明稳定性时,现有的自适应控制方法都假设系统(1)是最小相位的. 另外,由(4)式可以看出, 当 $\widehat{L_g h}$ 很小时, u 可能相当大,即可能产生过度控制,这在生产实际中是不允许的.

本文所要解决的问题是: 当系统 (1) 是非最小相位的且 $\widehat{L_g h}$ 很小及系统参数未知时,如何设计合适的自适应控制器使系统稳定, 并使系统输出 $y(t)$ 尽可能地跟踪有界参考信号 y_m.

3 参数已知时的控制方法

设系统(1)是非最小相位的,且 $L_g h$ 很小,即 $L_g h$ 可写成如下的形式:

$$L_g h = \varepsilon \phi(x), \tag{5}$$

其中 $\phi(x)$ 为数量函数, ε 是一个很小的正数.

由文[7,8]知,应用如下 $x \in R^n$ 的微分同胚:

$$(\boldsymbol{\zeta}^T, \boldsymbol{\eta}^T)^T = (\zeta_1 = h(x), \ \eta_1(x), \cdots, \eta_{n-1}(x))^T, \tag{6}$$

系统 (1) 可写成标准形

$$\dot{\xi}_1 = L_f h(x) + L_g h(x) u = L_f h(x) + \varepsilon \psi(x) u, \tag{7a}$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}), \tag{7b}$$

$$y = \zeta_1, \tag{7c}$$

其中 $\boldsymbol{q}(0,\boldsymbol{\eta})$ 的动态表示系统(1)的零动态.

在如下 $x \in R^n$ 的微分同胚下

$$(\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\pi}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = (\xi_1 = h(x),\ \xi_2 = L_f h(x),\ \pi_1(x), \cdots, \pi_{n-1}(x))^{\mathrm{T}}, \tag{8}$$

系统 (1) 可写成标准形

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2 + L_g h(x) u = \xi_2 + \varepsilon \psi(x) u, \tag{9a}$$

$$\dot{\xi}_2 = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u, \tag{9b}$$

$$\dot{\boldsymbol{\pi}} = \tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\pi}), \tag{9c}$$

$$y = \xi_1. \tag{9d}$$

为了解决系统(1)是非最小相位的，且 $L_g h(x)$ 很小时的控制问题,引入系统 (1) 的一个近似系统(取 $\varepsilon = 0$). 在 (8) 式所示的微分同胚下,此近似系统可写成标准形

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2, \tag{10a}$$

$$\dot{\xi}_2 = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u, \tag{10b}$$

$$\dot{\boldsymbol{\pi}} = \tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\pi}), \tag{10c}$$

$$y = \xi_1. \tag{10d}$$

由此近似系统,可以得到控制律

$$u_a = (-L_f^2 h + v)/L_g L_f h. \tag{11}$$

由于 $L_g L_f h(x)$ 不是很小,因此可以避免过度控制. 为了使系统输出 $y(t)$ 跟踪 y_m, 选择

$$v = \ddot{y}_m + \alpha_2(\dot{y}_m - L_f h(x)) + \alpha_1(y_m - h(x)). \tag{12}$$

定义

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_m \\ \dot{y}_m \end{bmatrix}, \tag{13}$$

则

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} \psi(x) \\ 0 \end{bmatrix} u_a(x), \tag{14}$$

或

$$\dot{\boldsymbol{e}} = A\boldsymbol{e} + \varepsilon \boldsymbol{\phi}(x) u_a(x). \tag{15}$$

定理 1. 如果近似系统 (10) 是零动态渐近稳定的，且 $\tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\pi})$ 和 $\boldsymbol{\phi}(x) u_a(x)$ 是 Lipschitz 连续的，$y_m, \dot{y}_m, \ddot{y}_m$ 有界,则对于很小的 ε, 控制律(11)可使系统 (1) 稳定，且系统的输出跟踪误差

$$|e_1| = |\xi_1 - y_m| \leqslant k\varepsilon,$$

其中 $k < \infty$.

证明. 应用与定理 2 相同的证明方法即可得证.

4 间接自适应控制方法

与现有的非线性自适应控制方法相同，设 $f(x)$，$g(x)$ 和 $h(x)$ 具有如下的形式:

$$f(x)=\sum_{i=1}^{p}\theta_i f_i(x),\tag{16}$$

$$g(x)=\sum_{i=1}^{p}\theta_i g_i(x),\tag{17}$$

$$h(x)=\sum_{i=1}^{p}\theta_i h_i(x),\tag{18}$$

其中参数 $\theta_i(i=1,2,\cdots,p)$ 未知,而 $f_i(x)$，$g_i(x)$ 和 $h_i(x)$ 已知.

令

$$\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(x,u)=[f_1(x)+g_1(x)u,\cdots,f_p(x)+g_p(x)u],\tag{19}$$

$$\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}=[\theta_1,\cdots,\theta_p],\tag{20}$$

则(1)式可写成

$$\dot{x}=\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(x,u)\boldsymbol{\theta},\tag{21}$$

$$y=\sum_{i=1}^{p}\theta_i h_i(x).\tag{22}$$

为了辨识系统参数,采用带状态观测器的参数辨识算法

$$\dot{\hat{x}}=A(\hat{x}-x)+\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(x,u)\hat{\boldsymbol{\theta}},\tag{23}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=-\boldsymbol{W}(x,u)P(\hat{x}-x),\tag{24}$$

其中, $\hat{x}$ 为状态观测器的输出, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值, $A\in R^{n\times n}$ 是 Hurwitz 矩阵, $P\in R^{n\times n}>0$ 是下列 Lyapunov 方程的解:

$$A^{\mathrm{T}}P+PA=-Q,\ Q>0.\tag{25}$$

若定义 $E=\hat{x}-x$ 为状态与其观测值之间的误差, $\boldsymbol{\phi}=\hat{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{\theta}$ 为参数与其估计值之间的误差,则

$$\dot{E}=AE+\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(x,u)\boldsymbol{\phi},\tag{26}$$

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}=-\boldsymbol{W}(x,u)PE,\tag{27}$$

引理 1. 参数辨识算法(26),(27)具有如下性质:

1) $\boldsymbol{\phi}\in L_\infty$.

2) $E\in L_\infty\cap L_2$.

3) 若 $\boldsymbol{W}(x,u)$ 有界,则 $\dot{E}\in L_\infty$ 且 $\lim\limits_{t\to\infty}E(t)=0$.

证明. 引入 Lyapunov 函数

$$V(E,\boldsymbol{\phi})=E^{\mathrm{T}}PE+\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi},\tag{28}$$

则

$$\dot{V}(E,\boldsymbol{\phi})=-Q|E|^2\leqslant 0,\tag{29}$$

因此性质 1),2) 得证.

若 $\boldsymbol{W}(x,u)$ 有界，则由文[2]知，$\dot{E}\in L_\infty$，并且 $\lim\limits_{t\to\infty}E(t)=0$.

利用参数估计值，可以得到被控系统 (1) 当参数未知时的控制律

$$u=[-\widehat{L_f h}(x)+v]/\widehat{L_g h}(x)=[-\widehat{L_f h}(x)+v]/\varepsilon\hat{\phi}(x). \tag{30}$$

如前所述，由于 ε 很小，u 可能过大，因此，将 u 取为由近似系统所导出的控制律

$$u_a=[-\widehat{L_f^2 h}(x)+v]/\widehat{L_g L_f h}(x), \tag{31}$$

其中

$$\widehat{L_f^2 h}(x)=\hat{\theta}_{j2}\hat{\theta}_{j1}\hat{\theta}_{j0}L_{f_{j_2}}L_{f_{j_1}}h_{j0}(x), \tag{32}$$

$$\widehat{L_g L_f h}(x)=\hat{\theta}_{j2}\hat{\theta}_{j1}\hat{\theta}_{j0}L_{g_{j_2}}L_{f_{j_1}}h_{j0}(x). \tag{33}$$

由于 $\widehat{L_g L_f h}(x)$ 不是很小，因此可以避免过度控制.

由于 y 及其各阶导数并不确切知道，因此，将(12)式 v 中的 y 及其各阶导数用其估计值来代替，即上式所示控制律中以 $\hat{v}$ 来代替 v；有

$$\hat{v}=\ddot{y}_m+\alpha_2(\dot{y}_m-\hat{\dot{y}})+\alpha_1(y_m-\hat{y}), \tag{34}$$

相应地，(9) 式中的 ξ_1 和 ξ_2 可写成

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1&=\xi_2+L_g h(x)u_a=\xi_2+[L_g h(x)-\widehat{L_g h}(x)]u_a+\widehat{L_g h}(x)u_a\\&=\xi_2+(\theta_{j1}\theta_{j0}-\hat{\theta}_{j1}\hat{\theta}_{j0})L_{g_{j_1}}h_{j0}(x)u_a+\varepsilon\hat{\phi}(x)u_a=\xi_2+z_1m_1+\varepsilon\hat{\phi}(x)u_a,\end{aligned} \tag{35a}$$

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_2&=L_f^2h(x)+L_gL_fh(x)u_a\\&=L_f^2h-\widehat{L_f^2h}+[L_gL_fh-\widehat{L_gL_fh}]u_a+\widehat{L_f^2h}+\widehat{L_gL_fh}u_a\\&=(\theta_{j2}\theta_{j1}\theta_{j0}-\hat{\theta}_{j2}\hat{\theta}_{j1}\hat{\theta}_{j0})[L_{f_{j_2}}L_{f_{j_1}}h_{j0}(x)+L_{g_{j_2}}L_{f_{j_1}}h_{j0}(x)u_a]\\&\quad+\hat{\theta}_{j2}\hat{\theta}_{j1}\hat{\theta}_{j0}[L_{f_{j_2}}L_{f_{j_1}}h_{j0}(x)+L_{g_{j_2}}L_{f_{j_1}}h_{j0}(x)u_a]=\hat{v}+z_2m_2,\end{aligned} \tag{35b}$$

其中

$$m_1=\theta_{j1}\theta_{j0}-\hat{\theta}_{j1}\hat{\theta}_{j0}, \tag{36}$$

$$m_2=\theta_{j2}\theta_{j1}\theta_{j0}-\hat{\theta}_{j2}\hat{\theta}_{j1}\hat{\theta}_{j0}, \tag{37}$$

$$z_1=L_{g_{j_1}}h_{j0}(x)u_a, \tag{38}$$

$$z_2=L_{g_{j_2}}L_{f_{j_1}}h_{j0}(x)u_a. \tag{39}$$

令

$$\begin{bmatrix}e_1\\e_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\xi_1\\\xi_2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}y_m\\\dot{y}_m\end{bmatrix}, \tag{40}$$

并注意到(34)式可写成

$$\hat{v}=\ddot{y}_m+\alpha_2(\dot{y}_m-\dot{y})+\alpha_1(y_m-y)+\alpha_2(\dot{y}-\hat{\dot{y}})+\alpha_1(y-\hat{y}), \tag{41}$$

则

$$\dot{e}_1=e_2+\varepsilon\hat{\phi}(x)u_a+Z_1M_1, \tag{42a}$$

$$\dot{e}_2=-\alpha_2e_2-\alpha_1e_1+Z_2M_2, \tag{42b}$$

或

$$\dot{\boldsymbol{e}}=A\boldsymbol{e}+\varepsilon\hat{\boldsymbol{\phi}}(x)u_a+\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}M, \tag{43}$$

其中 A 为 Hurwitz 矩阵，$\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}=[Z_1\quad Z_2]^{\mathrm{T}}$，$Z_1$ 和 Z_2 分别为 z_1 和 z_2 加上 $\alpha_2(\dot{y}-\hat{\dot{y}})$ 和

$\alpha_1(y-\hat{y})$ 中各个相关的项。

定理 2. 如果近似系统(10)是零动态渐近稳定的，且 $\tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\pi})$, $\hat{\boldsymbol{\phi}}(x)u_a(x)$ 和 $\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}(x,\boldsymbol{u})$ 是 Lipschitz 连续的，$y_m,\dot{y}_m,\ddot{y}_m$ 有界，则对于很小的 ε，本节所提出的间接自适应控制方法可使系统(1)稳定，且使系统的输出跟踪误差为

$$|e_1| = |\xi_1 - y_m| \leqslant k(\varepsilon + |M|), \tag{44}$$

其中 $k < \infty$。

证明. 因为近似系统(10)是零动态渐近稳定的，则由 Lyapunov 逆定理知，对系统 $\dot{\boldsymbol{\pi}} = \tilde{\boldsymbol{q}}(0,\boldsymbol{\pi})$ 存在一个 Lyapunov 函数 $V_0(\boldsymbol{\pi})$，满足

$$k_1\|\boldsymbol{\pi}\|^2 \leqslant V_0(\boldsymbol{\pi}) \leqslant k_2\|\boldsymbol{\pi}\|^2, \tag{45a}$$

$$\frac{\partial V_0(\boldsymbol{\pi})}{\partial \boldsymbol{\pi}}\tilde{\boldsymbol{q}}(0,\boldsymbol{\pi}) \leqslant -k_3\|\boldsymbol{\pi}\|^2, \tag{45b}$$

$$\frac{\partial V_0(\boldsymbol{\pi})}{\partial \boldsymbol{\pi}} \leqslant k_4\|\boldsymbol{\pi}\|^2, \tag{45c}$$

其中 k_1,k_2,k_3 和 k_4 为正常数。

因假设 $y_m,\dot{y}_m,\ddot{y}_m$ 有界，设 $b_m = \max\{y_m,\dot{y}_m,\ddot{y}_m\}$，则由(40)式得

$$\|\boldsymbol{\xi}\| \leqslant \|\mathbf{e}\| + b_m. \tag{46}$$

由于 A 为 Hurwitz 矩阵，则对于 $P>0$，有

$$A^{\mathrm{T}}P + PA = -I. \tag{47}$$

因为 x 是 $(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\pi})$ 的微分同胚，则

$$|x| \leqslant l_x(\|\boldsymbol{\xi}\| + \|\boldsymbol{\pi}\|). \tag{48}$$

又因为 $\tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\pi})$, $\hat{\boldsymbol{\phi}}(x)u_a(x)$ 和 $\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}(x,u_a)$ 是 Lipschitz 连续的，则对于

$$\hat{\boldsymbol{\phi}}(0)u_a(0) = 0,$$

有

$$\|\tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi}^1,\boldsymbol{\pi}^1) - \tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi}^2,\boldsymbol{\pi}^2)\| \leqslant l_q(\|\boldsymbol{\xi}^1-\boldsymbol{\xi}^2\| + \|\boldsymbol{\pi}^1-\boldsymbol{\pi}^2\|), \tag{49}$$

$$\|2P\hat{\boldsymbol{\phi}}(x)u_a(x)\| \leqslant l_u|x|, \tag{50}$$

$$\|2P\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}(x,u_a)\| \leqslant l_z|x|, \tag{51}$$

因此

$$\begin{aligned}\frac{\partial V_0}{\partial \boldsymbol{\pi}}\tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\pi}) &= \frac{\partial V_0}{\partial \boldsymbol{\pi}}\tilde{\boldsymbol{q}}(0,\boldsymbol{\pi}) + \frac{\partial V_0}{\partial \boldsymbol{\pi}}(\tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\pi}) - \tilde{\boldsymbol{q}}(0,\boldsymbol{\pi})) \\ &\leqslant -k_3\|\boldsymbol{\pi}\|^2 + k_4 l_q\|\boldsymbol{\pi}\|(\|\mathbf{e}\| + b_m).\end{aligned} \tag{52}$$

对系统(43)考虑 Lyapunov 函数

$$V(e,\boldsymbol{\pi}) = \mathbf{e}^{\mathrm{T}}P\mathbf{e} + \mu V_0(\boldsymbol{\pi}),\quad \mu > 0, \tag{53}$$

则

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \mathbf{e}^{\mathrm{T}}(A^{\mathrm{T}}P + PA)\mathbf{e} + 2\varepsilon\mathbf{e}^{\mathrm{T}}P\hat{\boldsymbol{\phi}}(x)u_a(x) + 2\mathbf{e}^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}(x,u_a)M + \mu\frac{\partial V_0}{\partial \boldsymbol{\pi}}\tilde{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\pi}) \\ &\leqslant -\|\mathbf{e}\|^2 + (\varepsilon l_u l_x + |M|l_z l_x)\|\mathbf{e}\|(\|\mathbf{e}\| + b_m + \|\boldsymbol{\pi}\|) \\ &\quad + \mu[-k_3\|\boldsymbol{\pi}\|^2 + k_4 l_q\|\boldsymbol{\pi}\|(\|\mathbf{e}\| + b_m)] \\ &\leqslant -[\|\mathbf{e}\|/2 - (\varepsilon l_u l_x + |M|l_z l_x)b_m]^2 + [(\varepsilon l_u l_x + |M|l_z l_x)b_m]^2\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&- [\|\boldsymbol{e}\|/2 - (\varepsilon l_u l_x + |M| l_z l_x + \mu k_4 l_q)\|\boldsymbol{\pi}\|]^2 \\
&+ (\varepsilon l_u l_x + |M| l_z l_x + \mu k_4 l_q)^2 \|\boldsymbol{\pi}\|^2 \\
&- \mu k_3 \left(\frac{\|\boldsymbol{\pi}\|}{2} - \frac{k_4 l_q b_m}{k_3}\right)^2 + \mu \frac{(k_4 l_q b_m)^2}{k_3} \\
&- (1/2 - \varepsilon l_u l_x - |M| l_z l_x)\|\boldsymbol{e}\|^2 - 3/4\mu k_3 \|\boldsymbol{\pi}\|^2 \\
\leqslant &-(1/2 - \varepsilon l_u l_x - |M| l_z l_x)\|\boldsymbol{e}\|^2 \\
&- [3/4\mu k_3 - (\varepsilon l_u l_x + |M| l_z l_x + \mu k_4 l_q)^2]\|\boldsymbol{\pi}\|^2 \\
&+ [(\varepsilon l_u l_x + |M| l_z l_x) b_m]^2 + \mu \frac{(k_4 l_a b_m)^2}{k_3}.
\end{aligned} \tag{54}
$$

定义

$$
\mu_0 = \frac{k_3}{4(l_u l_x + l_z l_x + k_4 l_q)}, \tag{55}
$$

则对于 $\mu \leqslant \mu_0$ 和 $\varepsilon \leqslant \min(\mu, l_u l_x/8)$ 以及 $|M| \leqslant \min(\mu, l_z l_x/8)$ 有

$$
\dot{V} \leqslant -\frac{\|\boldsymbol{e}\|^2}{4} - \frac{\mu k_3 \|\boldsymbol{\pi}\|^2}{2} + \frac{\mu (k_4 l_a b_m)^2}{k_3} + [(\varepsilon l_u l_x + |M| l_z l_x) b_m]^2. \tag{56}
$$

由上式可以看出，只要 $\|\boldsymbol{\pi}\|$ 或 $\|\boldsymbol{e}\|$ 足够大，就可使 $\dot{V} < 0$，因此 $\|\boldsymbol{\pi}\|$ 和 $\|\boldsymbol{e}\|$ 有界，进而 $\|\boldsymbol{\xi}\|$ 和 $|x|$ 有界。上述分析在原点的邻域内也是正确的。因此，通过选择充分小的 b_m 和适当的初始条件，总可保证系统的状态保持在原点的一个很小的邻域内。由 $|x|$ 的有界性及 $\hat{\boldsymbol{\phi}}(x) u_a(x)$ 的连续性，可以看出[2]

$$
\dot{\boldsymbol{e}} = A\boldsymbol{e} + \varepsilon \hat{\boldsymbol{\phi}}(x) u_a(x) + \boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}(x, u_a)|M| \tag{57}
$$

是一个输入为 ε 数量级的渐近稳定的线性系统，因此可得

$$
|e_1| = |\xi_1 - y_m| \leqslant k(\varepsilon + |M|).
$$

证毕

5 结语

现有的非线性自适应控制方法很难直接推广到非最小相位的非线性系统，并且当 $\widehat{L_g h(x)}$ 很小时，容易产生过度控制。本文对非最小相位非线性系统的自适应控制进行了一种有益的尝试，提出了一种简单的间接自适应控制方法，并对该方法的性能进行了理论分析。非最小相位非线性系统的自适应控制是一项非常困难的研究工作，需要进行进一步的研究。

参　考　文　献

[1] Sastry S and Isidori A. Adaptive control of linearizable systems. *IEEE Trans. Automatic Control*. 1989, **AC-34**(11): 1123—1131.

[2] Teel A, Kadiyala R, Kokotovic P V and Sastry S, Indirect techniques for adaptive input-output linearization of nonlinear systems. *Int. J. Control*. 1991, **53**(1):193—222.

[3] Behtash S. Robust output tracking for nonlinear systems. *Int. J. Control*. 1990, **51**(6): 1381—1407.

[4] Kanellakopoulos I, Kokotovic P V and Morse A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. *IEEE Trans. Automatic Control*. 1991, **AC-36**(11): 1241—1253.

[5] Chen F C and Khalil H K. Adaptive control of nonlinear systems using neural networks. *Int. J Control*. 1992, **55**:1299—1317.
[6] Hauser J, Sastry S and Meyar G. Nonlinear control design for slightly nonminimum phase systems: Application to V/STOL aircraft. *Automatica*. 1992, **28**(4): 665—679.
[7] 程代展. 非线性系统的几何理论. 科学出版社, 1988.
[8] Isidori A. Nonlinear Control Systems: An Introduction. New York: Springer-Verlay, 1989.

ADAPTIVE CONTROL FOR A CLASS OF NONMINIMUM PHASE NONLINEAR SYSTEMS

HAN CUNWU WEN CHUANYUAN
(*Dept. of Automatic Control, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics Beijing* 100083)

GU XINGYUAN
(*Dept. of Automatic Control, Northeastern Univ. Shenyang* 110006)

ABSTRACT

By introducing an approximate system, a simple indirect adaptive control method is presented for the control of a class of nonminimum phase nonlinear systems. The output tracking performance is analyzed, and the upper bound of the output tracking error is given. The proposed method can overcome the drawbacks of existing adaptive nonlinear control methods which can only control minimun phase nonlinear systems and may easily result in a large control effort.

Key words: Nonlinear systems, adaptive control, nonminimum phase systems.

韩存武 照片、简历见本刊第 19 卷第 5 期. 现在北京航空航天大学自控系飞行器控制、制导与仿真博士后流动站从事博士后研究. 感兴趣的研究领域: 非线性控制、自适应控制、鲁棒控制、神经网络、混合事件系统和系统仿真.

文传源 照片、简历见本刊第 18 卷第 3 期.

顾兴源 照片、简历见本刊第 19 卷第 5 期.