第22卷 第1期　　自 动 化 学 报　　Vol. 22, No.1
1996年1月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Jan., 1996

一种带有界噪声的鲁棒非奇异自适应控制1)

赵晓晖　　冯纯伯
(东南大学自动化所　南京　210096)

摘　　要

针对具有未知噪声上界的确定性连续时间系统，给出了一种鲁棒非奇异自适应极点配置控制算法. 解决了受扰非最小相位系统在自适应控制过程中可能出现的奇异性问题，弱化了控制器对未知受控系统的先验信息需求，给出了 BIBO 全局渐近稳定性证明.

关键词: 非最小相位系统，自适应极点配置，非奇异性，鲁棒性，全局渐近稳定性.

1　引言

非最小相位系统间接自适应极点配置中的奇异性问题是自适应控制理论中一类重要的、长期未解决的理论问题. 奇异性是指系统的估计模型在某时刻可能失去能控性. 也就是说由系统辨识参数构成的求解控制器参数的 Sylvester 矩阵出现了不可逆现象，导致控制器参数发散、控制信号无穷大. 多年来，参考文献中介绍的算法大多通过引入或由系统自身产生某种持续激励信号来保证系统的估计参数收敛到其真值[1-7]. 另一类算法则利用未知参数的某些先验信息，通过投影的办法来避免系统估计模型失去原有的系统能控性[8-11]. 但这些方法都存在某种缺陷. 如激励信号的选择、过强的先验信息需求，多个并行参数估计器在参数空间中切换和其收敛性问题等等. 文献[12]提出了一种针对无扰动连续时间系统的非奇异自适应控制算法. 即在保持原来辨识参数收敛的前提下，将其在线修正来防止估计模型奇异性的产生. 本文则在此基础上，讨论了具有有界噪声的连续时间系统的鲁棒非奇异自适应极点配置控制问题，并假设有界噪声的上界为一未知常数. 通过引入适当的死区来防止由噪声引起的参数漂移，增强系统的鲁棒性. 文中给出的控制算法保证了闭环系统的全局渐近 BIBO 稳定性.

2　系统的参数辨识

考虑如下线性时不变单输入单输出连续时间系统

1) 国家自然科学基金资助科研项目.
本文于 1994 年 4 月 20 日收到

$$A^*(D)y=B^*(D)u+d^*, \tag{1}$$

式中 $A^*(D)$ 和 $B^*(D)$ 多项式的系数均未知，且

$$A^*(D)=D^n+a_1^*D^{n-1}+\cdots+a_{n-1}^*D+a_n^*,$$
$$B^*(D)=b_1^*D^{n-1}+b_2^*D^{n-2}+\cdots+b_{n-1}^*D+b_n^*,$$

D 是一微分算子 $D=\dfrac{d}{\mathrm{d}t}$，d^* 是未知上界的确定性有界噪声．该系统的相对阶次未知，$B^*(D)$ 可以具有不稳定零点．文中对(1)式做如下假设：

假设 1. 系统(1)式中 $A^*(D)$ 和 $B^*(D)$ 是二互质多项式，其阶次 n 已知．

假设 2. 噪声 d^* 满足 $|d^*|\leqslant d_b^*$，d_b^* 是一未知常数．

为了避免 u、y 和 d^* 的微分信号出现，首先对(1)式引入线性滤波器

$$F(D)u_f=u,\ F(D)y_f=y, \tag{2}$$

式中 $F(D)=D^n+f_1D^{n-1}+\cdots+f_{n-1}D+f_n$ 是一 Hurwitz 多项式．(2)式的状态空间表达式分别为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1=A_f\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{b}_fu,\ u_f=\boldsymbol{c}_f^T\boldsymbol{x}_1, \tag{3}$$
$$\dot{\boldsymbol{x}}_2=A_f\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{b}_fy,\ y_f=\boldsymbol{c}_f^T\boldsymbol{x}_2. \tag{4}$$

定义下述新的状态变量

$$\boldsymbol{x}_3=A^*(D)\boldsymbol{x}_2-B^*(D)\boldsymbol{x}_1. \tag{5}$$

对(5)式求其时间导数，然后综合(1)、(3)和(4)式可得

$$\dot{\boldsymbol{x}}_3=A_f\boldsymbol{x}_3+\boldsymbol{b}_fd^*. \tag{6}$$

再利用(4)、(5)和(6)式可得下述等式

$$A^*(D)y_f=B^*(D)u_f+\varepsilon+d_f^*, \tag{7}$$

式中 $\varepsilon=\boldsymbol{c}_f^{\mathrm{T}}\exp(A_ft)\boldsymbol{x}_3(0)$，$d_f^*=\int_0^t f(t-\tau)d^*(\tau)d\tau$．$f(t)=\boldsymbol{c}_f^{\mathrm{T}}\exp(A_ft)\boldsymbol{b}_f$ 是 $F(D)$ 的脉冲响应．d_f^* 的上界可由 $|d_f^*|\leqslant\|f\|_1|d_b^*|=d_{fb}^*$ 来确定，而 $\|f\|_1$ 是函数 f 的 $\mathscr{L}_1$ 范数．可见(7)式与(1)式具有相同的多项式，而 u_f 和 y_f 的各阶微分都是可测物理量．将(7)式改写成

$$y_f^{(n)}=\vec{\varphi}^{\mathrm{T}}\vec{\theta}^*+\varepsilon+d_f^*. \tag{8}$$

式中数据向量和未知参数向量分别为

$$\vec{\varphi}=[u_f^{(n-1)},\ u_f^{(n-2)},\ \cdots,\ u_f,\ -y_f^{(n-1)},\ -y_f^{(n-2)},\ \cdots,\ -y_f]^{\mathrm{T}},$$
$$\vec{\theta}^*=[b_1^*,\ b_2^*,\ \cdots,\ b_n^*,\ a_1^*,\ a_2^*,\ \cdots,\ a_n^*]^{\mathrm{T}},$$

而 $u_f^{(i)}$ 和 $y_f^{(i)}$，$i=0,1,\cdots,n-1$，分别是 u_f 和 y_f 的各阶导数．于是可给出如下带有死区的最小二乘辨识算法

$$\dot{\vec{\tilde{\theta}}}=\dot{\vec{\theta}}=\lambda P\vec{\varphi}e,\ \tilde{\theta}=\theta-\theta^*, \tag{9}$$
$$\dot{P}=-\lambda P\vec{\varphi}\vec{\varphi}^{\mathrm{T}}P,\ P(0)>0, \tag{10}$$
$$\dot{\eta}=\lambda,\ \eta(0)\geqslant 0, \tag{11}$$
$$e=y_f^{(n)}-\vec{\varphi}^{\mathrm{T}}\vec{\theta}. \tag{12}$$

式中 $\vec{\theta}$ 是 $\vec{\theta}^*$ 的估计值，且 $\vec{\theta}=[b_1,\ b_2,\ \cdots,\ b_n,\ a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n]^{\mathrm{T}}$．定义未知噪声上界

平方的估计误差

$$\tilde{\eta}=\eta-\eta^*,\ \eta^*=(d_f^*)^2. \tag{13}$$

定义死区切换变量

$$e_s^2=e^2+\vec{\varphi}^{\mathrm{T}}P^2\vec{\varphi}, \tag{14}$$

及死区切换函数

$$\lambda=\begin{cases}0 & \text{如果 } e_s^2\leqslant \dfrac{2\eta}{1-\alpha}\text{，或 } \dfrac{2\eta}{1-\alpha}<e_s^2<\dfrac{2\eta+\alpha}{1-\alpha}\text{ 且 } e_s^2\text{ 递增}\\ 1 & \text{如果} e_s^2\geqslant \dfrac{2\eta+\alpha}{1-\alpha}\text{，或 } \dfrac{2\eta}{1-\alpha}<e_s^2<\dfrac{2\eta+\alpha}{1-\alpha}\text{ 且 } e_s^2\text{ 递减.}\end{cases} \tag{15}$$

式中 α 是一小滞环常数 $(0<\alpha\ll 1)$ 用以避免过多的切换次数. 上述算法的收敛性质可由下述定理概括之.

定理 1. 参数辨识算法 (9)—(15) 式具有下列收敛性质:

1) $\vec{\theta}$、P 和 η 有界, $0<P\leqslant P(0)$.

2) $\lambda e_s\in\mathscr{L}_2$, $e_s\in\mathscr{L}_\infty\,(\lambda=0)$.

3) $\vec{\theta}$、P 和 η 收敛, λ 只有有限次切换.

证明. 定义一正定函数如下式

$$V=\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}P^{-1}\tilde{\theta}+\operatorname{tr}(P)+\gamma\int_t^\infty \varepsilon^2\,\mathrm{d}\tau+\tilde{\eta}^2\text{，}\gamma>0\text{ 待定,} \tag{16}$$

式中 $\operatorname{tr}(P)$ 是矩阵 P 的迹. 对(16)式求导数, 综合(9)—(15)式, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}&=-\lambda e^2+\lambda(d_f^*+\varepsilon)^2-2\lambda(d_f^*)^2-\lambda\varphi^{\mathrm{T}}P^2\varphi-\gamma\varepsilon^2+2\lambda\eta\\&=-\lambda e_s^2-\lambda(d_f^*)^2+2\lambda d_f^*\varepsilon+\lambda\varepsilon^2-\gamma\varepsilon^2+2\lambda\eta.\end{aligned}$$

考虑不等式 $2ab\leqslant a^2+b^2$, $\forall\, a, b$ 上式可转变成

$$\dot{V}\leqslant-\lambda(e_s^2-2\eta-2\varepsilon^2)-\gamma\varepsilon^2. \tag{17}$$

当 $\lambda=0$ 时, (17)式的上界为 $\dot{V}\leqslant-\gamma\varepsilon^2$. 当 $\lambda=1$ 时, 不失一般性取 $\gamma=2$, 则(17)式的上界可以表示为 $\dot{V}\leqslant-\lambda(e_s^2-2\eta)\leqslant-\alpha e_s^2$. 所以可以得出 $V\leqslant V(0)$ 这一结论. 从而推断出 $\vec{\theta}$、P 和 η 有界.

由(10)式可知 $\dot{P}^{-1}=\lambda\vec{\varphi}\vec{\varphi}^{\mathrm{T}}$. 对此式求时间积分得 $P^{-1}=P^{-1}(0)+\int_{\Sigma_1}\lambda\vec{\varphi}\vec{\varphi}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}t$. 式中 Σ_1 代表 $\lambda=1$ 时的时间集合. 因为 $\int_{\Sigma_1}\lambda\vec{\varphi}\vec{\varphi}^{\mathrm{T}}d\tau$ 是一正半定矩阵, 所以 $P^{-1}>0$, $P>0$. 同理对(10)式求时间积分有 $P(0)=P+\int_{\Sigma_1}\lambda P\vec{\varphi}\vec{\varphi}^{\mathrm{T}}P\mathrm{d}\tau$, 因 $\int_{\Sigma_1}\lambda P\vec{\varphi}\vec{\varphi}^{\mathrm{T}}P\mathrm{d}\tau$ 亦是一正半定矩阵, 故可以得 $0<P\leqslant P(0)$. 因此 P 阵收敛.

对 $\dot{V}$ 做积分可得 $V-V(0)=\int_0^t\dot{V}d\tau\leqslant-\int_{\Sigma_0}\gamma\varepsilon^2\mathrm{d}\tau-\int_{\Sigma_1}\alpha e_s^2\,\mathrm{d}\tau$. 式中 Σ_0 是 $\lambda=0$ 时的时间集合. 当 $\lambda=1$ 时, 有 $\int_0^t(\lambda e_s)^2\mathrm{d}\tau=\int_{\Sigma_1}e_s^2\mathrm{d}\tau\leqslant\dfrac{V(0)}{\alpha}$. 因此得出 $\lambda e_s\in\mathscr{L}_2$. 如果

$\lambda=0$，直接由(15)式得 $e_s^2<\dfrac{2\eta+\alpha}{1-\alpha}$．因为 η 有界，故 $e_s\in\mathscr{L}_\infty(\lambda=0)$.

由(9)式可以推得 $\int_0^t\|\vec{\tilde{\theta}}\|_1\mathrm{d}\tau\leqslant\int_0^t\lambda\|P\vec{\varphi}\|_1|e|d\tau\leqslant\dfrac{c}{2}\int_0^t\lambda(\|P\vec{\varphi}\|_2^2+e^2)\,\mathrm{d}\tau=\dfrac{c}{2}\lambda\int_{\Sigma_1}e_s^2\,d\tau\leqslant\dfrac{cV(0)}{2\alpha}$，($c$——常数)．因此 $\vec{\theta}$ 的极限存在且有界，故 $\vec{\theta}$ 收敛．由(11)式知 η 是一非减函数，又知 $\eta\in\mathscr{L}_\infty$，如假设 $\lambda=1$ 时的时间为无穷大，则必得出 η 将发散这一结论．这与性质 1 的证明结果相矛盾．因此，λ 为 1 的时间是有限的，所以 λ 的切换次数亦有限，于是定理得证.

3 辨识参数的修正和控制器设计

由定理 1 可以得到 $\vec{\tilde{\theta}}^{\mathrm{T}}P^{-1}\vec{\tilde{\theta}}\leqslant V(0)$．如将正定矩阵 P 分解成 $P=LL^{\mathrm{T}}$，则有 $(\beta^*)^{\mathrm{T}}\beta^*\leqslant V(0)$成立．其中 $\vec{\beta}^*=-L^{-1}\vec{\tilde{\theta}}$ 是一有界向量．将其展开有 $\vec{\theta}^*=\vec{\theta}+L\vec{\beta}$．据此，我们可以定义参数辨识修正值如下:

$$\vec{\bar{\theta}}=\vec{\theta}+P\vec{\beta}. \tag{18}$$

式中 $\vec{\bar{\theta}}=[\bar{b}_1,\bar{b}_2,\cdots,\bar{b}_n,\bar{a}_1,\bar{a}_2,\cdots,\bar{a}_n]^{\mathrm{T}}$．将(18)式代入(12)式，可得

$$A(D)y_f=B(D)u_f+e-\vec{\beta}^{\mathrm{T}}P\vec{\varphi}. \tag{19}$$

式中 $A(D)=D^n+\bar{a}_1D^{n-1}+\cdots+\bar{a}_{n-1}D+\bar{a}_n$，$B(D)=\bar{b}_1D^{n-1}+\cdots+\bar{b}_{n-1}D+\bar{b}_n$．定义极点配置控制器如下式:

$$S(D)u_f=-R(D)y_f+y_d. \tag{20}$$

式中 $S(D)=D^n+s_1D^{n-1}+\cdots+s_{n-1}D+s_n$和 $R(D)=r_1D^{n-1}+\cdots+r_{n-1}D+r_n$是Diophantine方程

$$A(k)S(k)+B(k)R(k)=C(k)F(k) \tag{21}$$

的唯一解．式中算子符 D 被无数学意义的中间变量 k 替代，而只表示各多项式间的代数关系．$C(D)=D^n+c_1D^{n-1}+\cdots+c_{n-1}D+c_n$ 是一 Hurwitz 多项式，它的零点是闭环系统的理想极点．y_d 是一分段连续的有界理想输出．众所周之，(21)式是否有解取决于它对应的 Sylvester 矩阵的可逆与否．我们将利用修正向量 β 来保证该矩阵在整个自适应过程中非奇异.

由 $A(D)$和 $B(D)$的系数排成的 Sylvester 矩阵

$$M(\vec{\bar{\theta}})=\begin{bmatrix}1 & & 0 & 0 & & 0\\ \bar{a}_1 & \ddots & & \bar{b}_1 & \ddots & \\ \vdots & \ddots & 1 & \vdots & \ddots & \\ \bar{a}_n & \cdots & \bar{a}_1 & \bar{b}_n & \cdots & \bar{b}_1\\ & \ddots & \vdots & & \ddots & \vdots\\ 0 & & \bar{a}_n & 0 & & \bar{b}_n\end{bmatrix}.$$

定义修正向量 $\vec{\beta}$ 如下:

$$\vec{\beta}=[\sigma(t),\ \sigma(t)^{2n},\ \cdots,\ \sigma(t)^{(2n)^{2n-1}}]^{\mathrm{T}}. \tag{22}$$

式中 $\sigma(t)$在实数集 $\mathbb{R}:\{\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_{(2n)^{2n}}\}$中取值，且有 $\sigma_i \geqslant \sigma_{i-1}+1$，$i=1, 2, \cdots, (2n)^{2n}$. 设在时刻 τ，$t-\delta \leqslant \tau < t$，$\delta > 0$，取 $\sigma(\tau)=\sigma_k$，于是 $\sigma(t)$的取值方法为:

$$\sigma(t)=\begin{cases}\sigma_k & \text{如果 } z(\sigma_j)<(1+\alpha)z(\sigma_k)\text{，对所有 } \sigma_j \in \mathbb{R}, \\ \sigma_j & \text{如果} j \text{ 是最小整数使得 } z(\sigma_j) \geqslant (1+\alpha)z(\sigma_k) \text{ 且 } z(\sigma_j) \geqslant z(\sigma_i)\text{，} \forall\ \sigma_i \in \mathbb{R}.\end{cases} \tag{23}$$

式中 $z(\sigma_i)=|\det M(\overline{\overline{\theta}}(\sigma_i))|$ 是在 σ_i 下，M 阵行列式的绝对值. 于是具有参数修正的非奇异自适应极点配置可由下面的引理保证.

引理[12]　对于系统(1)，在假设条件 1 和 2 下，采用(9)—(15)式给出的参数辨识算法和(22)、(23)式定义的参数估计修正方法，则有 β 有界收敛，且

$$|\det M(\overline{\overline{\theta}})| \geqslant \frac{\varepsilon_0}{h^{(2n)^2}(2n)^{2n}\sigma_{2n}^{(2n)^2}(1+\alpha)}.$$

式中 $h=\max\{1, V(0)\}$，$V(0)$由(16)式给出. $0<\varepsilon_0 \leqslant |\det M(\theta^*)|$ 是原系统的能控性指数.

证明. 详见文献[12].

由于在控制算法中引入了有限次的非连续性，因此有必要说明系统中所有微分方程解的存在性和唯一性问题. 根据文献[12—14]对这一问题的详细讨论，我们可以得出结论: 当系统中无奇异性时，所有信号不可能比指数函数发散得快，所有微分方程有解且唯一.

4　稳定性分析

联立(19)、(20)式，得闭环系统的状态方程

$$\dot{\boldsymbol{x}}=A\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}_1(e-\overline{\beta}^{\mathrm{T}}P\overline{\varphi})+\boldsymbol{B}_2 y_d. \tag{24}$$

式中$\boldsymbol{x}=[y_f^{(n-1)}, \cdots, \dot{y}_f, y_f, u_f^{(n-1)}, \cdots, \dot{u}_f, u_f]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{B}_1=[1, 0, \cdots, 0]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{B}_2=[0, \cdots, 0, 1, 0, \cdots, 0]^{\mathrm{T}}$，及

$$A=\begin{bmatrix} -\overline{a}_1 & \cdots & -\overline{a}_n & \overline{b}_1 & \cdots & \overline{b}_n \\ 1 & & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & & 1\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -r_1 & \cdots & -r_n & -s_1 & \cdots & -s_n \\ & & & 1 & & 0 \\ & \mathbf{0} & & & \ddots & \vdots \\ & & & 0 & & 1\ 0 \end{bmatrix}.$$

A 阵是特征值均严格负的时变矩阵. 又由于$\overline{\overline{\theta}}$ 收敛，所以 A 将收敛于一指数稳定矩阵 A_c. 但这还不能直接得出系统(24)的稳定性. 为此我们先定义一拟想系统:

$$A_\infty(D)y_f^*=B_\infty(D)u_f^*+\varepsilon^*+d_f^*. \tag{25}$$

式中 ε^* 是滤波器 $F(D)$引起的指数衰减项。极点配置控制器定义为:

$$S_\infty(D)u_f^*=-R_\infty(D)y_f^*+y_d. \tag{26}$$

式中 $S_\infty(D)$和 $R_\infty(D)$是 Diophantine 方程

$$A_\infty(D)S_\infty(D)+B_\infty(D)R_\infty(D)=C(D)F(D) \tag{27}$$

的唯一解. $A_\infty(D)$、$B_\infty(D)$、$S_\infty(D)$和 $R_\infty(D)$分别表示 $A(D)$、$B(D)$、$S(D)$及 $R(D)$的最终估计值和计算值. 由(25)—(27)式可以得下面的闭环系统

$$C(D)F(D)\begin{pmatrix} y_f^* \\ u_f^* \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} B_\infty(D) & S_\infty(D) \\ A_\infty(D) & -R_\infty(D) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_d \\ d_f^*+\varepsilon^* \end{pmatrix}; \tag{28}$$

由于$d_f^*\in\mathscr{L}_\infty$, $y_d\in\mathscr{L}_\infty$, 和 $\varepsilon^*\to 0$, 则拟想系统具有闭环稳定性. 联立(25)、(26)式, 可得该系统的状态方程

$$\dot{\boldsymbol{x}}^*=A_c\boldsymbol{x}^*+\boldsymbol{B}_1\varepsilon^*+\boldsymbol{B}_1 d_f^*+\boldsymbol{B}_2 y_d. \tag{29}$$

式中 $\boldsymbol{x}^*=[y_f^{*(n-1)}, y_f^{*(n-2)}, \cdots, y_f^*, u_f^{*(n-1)}, u_f^{*(n-2)}, \cdots, u_f^*]^{\mathrm{T}}$. A_c、$\boldsymbol{B}_1$和$\boldsymbol{B}_2$的结构同(24)式. 下面讨论(24)式和(29)式间误差的收敛性. 为方便起见可将 A 分解成 $A=A_c+\Delta$, $\Delta\to 0$. 定义状态误差向量 $\boldsymbol{x}_e=\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^*$, 则有

$$\dot{\boldsymbol{x}}_e=(A_c+\Delta)\boldsymbol{x}_e+\vec{\omega}_0+\vec{\omega}_1+\vec{\omega}_2. \tag{30}$$

式中 $\vec{\omega}_0=\Delta\boldsymbol{x}^*-\boldsymbol{B}_1\varepsilon^*$, $\vec{\omega}_1=-\boldsymbol{B}_1 d_f^*$, $\vec{\omega}_2=\boldsymbol{B}_1(e-\beta^{\mathrm{T}}P\varphi)$. 考虑 $\Delta\to 0$, ε^*是指数衰减项, 所以 $\vec{\omega}_0\to 0$. 因为 $d_f^*\in\mathscr{L}_\infty$, 故 $\vec{\omega}_1\in\mathscr{L}_\infty$. 利用不等式 $(a-b)^2\leqslant 2(a^2+b^2)$, $\forall\ a, b$, 可得 $(e-\vec{\beta}^{\mathrm{T}}P\vec{\varphi})^2\leqslant 2(e^2+(\vec{\beta}^{\mathrm{T}}P\vec{\varphi})^2)\leqslant 2(e^2+\beta_m^2\|P\vec{\varphi}\|_2^2)\leqslant ce_s^2$. 其中 c 是某一常数, $\beta_m^2=\|\vec{\beta}\|_2^2$. 再由定理 1 可知 $e-\vec{\beta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\vec{\varphi}\in\mathscr{L}_2$ ($\lambda=1$ 时), $e-\vec{\beta}^{\mathrm{T}}P\vec{\varphi}\in\mathscr{L}_\infty$ ($\lambda=0$ 时). 分解 $\boldsymbol{x}_e$ 为三个子状态的和, 即 $\boldsymbol{x}_e=\boldsymbol{z}_0+\boldsymbol{z}_1+\boldsymbol{z}_2$. 而相对应的状态方程由下式给出

$$\dot{\boldsymbol{z}}_i=(A_c+\Delta)\boldsymbol{z}_i+\vec{\omega}_i,\quad i=0, 1, 2. \tag{31}$$

由于 A_c 是一指数稳定的常数阵, 所以存在二正定矩阵 P_c 和 Q_c, 使得下式成立

$$A_c^{\mathrm{T}}P_c+P_cA_c=-Q_c. \tag{32}$$

定义 Lyapunov 函数 $V_i=z_i^{\mathrm{T}}P_cz_i$, $i=0, 1, 2$. 对该式求导数后代入(31)、(32)式可得

$$\dot{V}_i\leqslant -z_i^{\mathrm{T}}Q_cz_i+2z_i^TP_c\Delta z_i+2z_i^TP_c\vec{\omega}_i. \tag{33}$$

因为 $z_i^{\mathrm{T}}Q_cz_i\geqslant\lambda_1 z_i^{\mathrm{T}}z_i$, $\lambda_2 z_i^{\mathrm{T}}z_i\leqslant z_i^{\mathrm{T}}P_cz_i=V_i\leqslant\lambda_3 z_i^{\mathrm{T}}z_i\leqslant\frac{\lambda_3}{\lambda_1}z_i^{\mathrm{T}}Q_cz_i$, 其中 λ_1 是 Q_c 的最小特征值, λ_2 和 λ_3 分别是 P_c 的最小特征值和最大特征值. 故(33)式可转变为

$$\dot{V}_i\leqslant -\frac{\lambda_1}{\lambda_3}V_i+2\frac{V_i}{\lambda_2}\|P_c\|\|\Delta\|+2\|P_c\|\|\vec{\omega}_i\|\sqrt{\frac{V_i}{\lambda_2}} \tag{34}$$

由于整个系统中不存在奇异性, 所以在某有项时刻t_N, 当 $t\geqslant t_N$ 时, 存在不等式 $\frac{2\|P_c\|\|\Delta\|}{\lambda_2}\leqslant\frac{\lambda_1}{2\lambda_3}$, $t\geqslant t_N$. 因此有

$$\dot{V}_i\leqslant -\frac{\lambda_1}{2\lambda_3}V_i+2\|P_c\|\|\vec{\omega}_i\|\sqrt{\frac{V_i}{\lambda_2}},\quad t\geqslant t_N.$$

利用不等式$2ab\leqslant a^2+b^2$, $\forall\ a, b$, 可得

$$\dot{V}_i\leqslant -\frac{\lambda_1}{2\lambda_3}V_i+\frac{4\sqrt{\lambda_3}\|P_c\|\|\vec{\omega}_i\|}{\sqrt{\lambda_1}\sqrt{\lambda_2}}\cdot\frac{\sqrt{\lambda_1}}{2\sqrt{\lambda_3}}\sqrt{V_i}\leqslant -\frac{\lambda_1}{4\lambda_3}V_i+\frac{4\lambda_3\|P_c\|^2\|\omega_i\|^2}{\lambda_1\lambda_2}=-\frac{\lambda_1}{4\lambda_3}(V_i-\delta_i),\quad t\geqslant t_N. \tag{35}$$

式中

$$\delta_i = \frac{16\lambda_3^2}{\lambda_1^2 \lambda_2} \|P_c\|^2 \|\omega_i\|^2 . \tag{36}$$

当$i=0$ 时，如果 $V_0 > \delta_0$，则 $\dot{V}_0 < 0$，所以在极限意义下，V_0 有上界 δ_0 或ω_0. 由于 $\omega_0 \to 0$，所以 V_0 亦收敛于零. 因此可以得出 $z_0 \to 0$. 当 $i=1$ 时，对于 $V_1 > \delta_1$，有 $\dot{V}_1 < 0$. 同理 V_1 有上界. 因为 $\vec{\omega}_1 \in \mathscr{L}_\infty$，所以推得 $V_1 \in \mathscr{L}_\infty$，$z_1 \in \mathscr{L}_\infty$. 当 $i=2$ 时，有两种情况出现: (1) $\lambda=0$ 时，$\vec{\omega}_2 \in \mathscr{L}_\infty$. 重复对 $i=1$ 时的证明方法，得这时 $V_2 \in \mathscr{L}_\infty$，$z_2 \in \mathscr{L}_\infty$; (2) 当 $\lambda=1$ 时，这时 $\vec{\omega}_2 \in \mathscr{L}_2$. 对(35)式进行积分得

$$V_2 + \frac{\lambda_1}{4\lambda_3} \int_{\Sigma_1} V_2 \, d\tau \leqslant V_2(0) + \frac{4\lambda_3 \|P_c\|^2}{\lambda_1 \lambda_2} \int_{\Sigma_1} \|\vec{\omega}_2\|^2 \, d\tau .$$

因此由上式可得出 $V_2 \in \mathscr{L}_\infty$ 和 $z_2 \in \mathscr{L}_\infty$ 这一结论. 概括上面的每种情况，我们可以得出结论: $x_e \in \mathscr{L}_\infty$. 所以$x \in \mathscr{L}_\infty$. 具此可推出 u 和 y 均有界. 即 (24)具有 BIBO 全局渐近稳定性. 将上述讨论归纳于下述定理中.

定理 2. 考虑系统(1)式，参数辨识算法 (9)—(15)式，极点配置控制器(20)式及参数修正策略(22)、(23)式. 则闭环系统(24)式中的所有信号有界，系统(1)中的 u 和 y 亦有界.

5 结论

本文对连续确定性系统的一种间接自适应极点配置方法进行了详细的研究. 解决了有界噪声干扰下系统的鲁棒性问题和闭环系统的全局渐近稳定性问题. 该控制方法保证所有信号的有界性，而且通过对估计参数的在线修正来防止可能出现的奇异性. 算法对未知参数空间和噪声上界不需先验信息，也不依赖于持续激励来保证未知参数收敛到其真值. 它适用于满足二假设条件下的任何连续时间系统.

参 考 文 献

[1] Kreisselmerier C. A. robust indirect adaptive control approach. *Int. J. Contr.*, 1986, **43**: 161 — 175.

[2] Kreisselmerier G and Smith M C. Stable adaptive regulation for arbitrary n-th order plants. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1986, **31**: 299 — 305.

[3] Cristi R. Internal persistency of excitation in indirect adaptive control. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1987, **32**: 1101 — 1103.

[4] Kreisselmerier G and Narendra K S. Stable model reference adaptive control in the presence of bounded disturbances. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1982, **27**: 1169 — 1175.

[5] Lee T H and Narendra K S. Robust adaptive control of discrete-time systems using persistent excitation. *Automatica*, 1988, **24**: 781 — 788.

[6] Kosut R L and Friedlander B F. Robust adaptive control: conditions for global stability. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1985, **30**: 610 — 624.

[7] Goodwin G C and Teoh E K. Persistency of excitation in presence of possibly unbounded signals.

IEEE Trans. on Automat. Contr., 1985, **30**: 595 — 597.

[8] Ossman K A and Kamen E D. Adaptive regulation of MIMO linear discrete-time systems without requiring a persistent excitation. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1987, **32**: 397 — 404.

[9] Middleton R H, Goodwin G C *et al.* Design issues in adaptive control. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1988, **33**: 50 — 58.

[10] Praly L. Towards a globally stable direct adaptive control scheme for not necessarily minimum phase systems. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1984, **29**: 946 — 948.

[11] Naik S M, Kumar P K *et al.* Robust continuous-time adaptive control by parameter projection. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1992, **37**: 182 — 187.

[12] Lozano R and Zhao X H. Adaptive pole placement without excitation probing sygnals. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1994, **39**: 47 — 58.

[13] Lozano R and Brogliato B. Adaptive control of a simple nonlinear systems without a-prior information on the plant parameters. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1992, **37**: 30—37.

[14] Morse A S, Mayne D Q *et al.* Application of hysteresis switching in parameter adaptive control. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1992, **37**: 1343 — 1354.

ROBUST SINGULARITY FREE ADAPTIVE CONTROL FOR THE SYSTEMS WITH BOUNDED DISTURBANCES

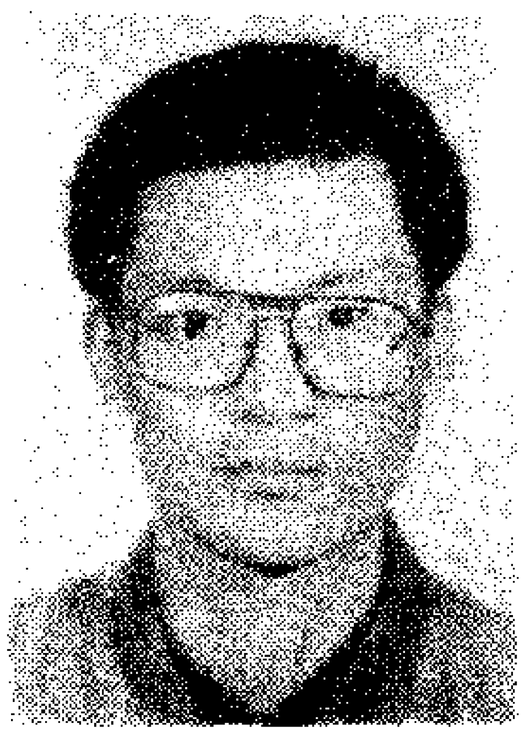
ZHAO XIAOHUI FENG CHUNBO

(*Research Institute of Automation, Southeast University Nanjing* 210096)

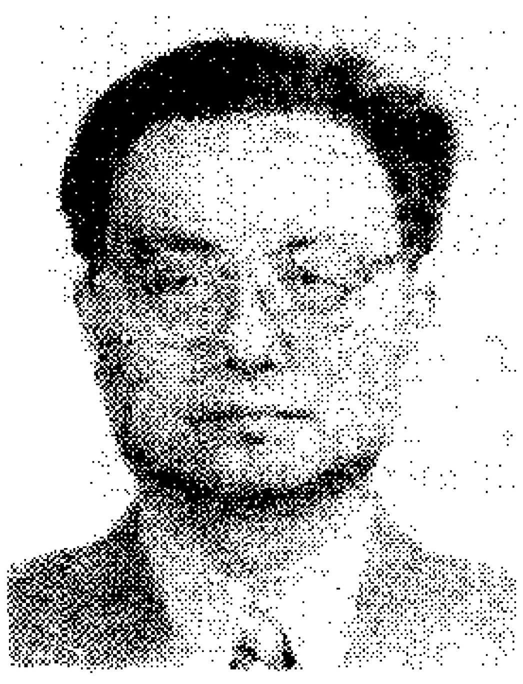
ABSTRACT

This paper proposes a new robust adaptive pole placement control scheme without any singularities for continuous-time systems with unknown bounded disturb-ances. The system may possibly be non minimum phase. The control scheme guarantees a globally asymptotical BIBO stability for closed loop system and requires neither information on the plant parameters nor introduction of persistent excitation.

Key words: Non-minimum phase system; adaptive pole placement; singularity-free; robustness; global stability.



赵晓晖　1957 年 11 月生于长春. 1982 年和 1989 年在吉林工业大学电子工程系分别获得学士、硕士学位. 1993 年获法国贡比涅科技大学计算机与自动控制系博士学位. 现在东南大学自动化所从事博士后研究工作. 目前主要研究兴趣是鲁棒自适应控制理论.



冯纯伯　1950 年毕业于浙江大学电机系, 1953 年毕业于哈尔滨工业大学研究班, 1958 年获苏联技术科学副博士学位. 现任东南大学教授, 中国自动化学会常务理事, 俄罗斯自然科学院外籍院士. 目前主要从事系统建模、自适应及鲁棒控制理论的研究工作.