



运行相依不可靠生产线的 控制参数灵敏度估计

宋 东 平

(浙江大学工业控制技术国家重点实验室 杭州 310027)

摘 要

机器发生故障是运行相依的两级生产线系统,在阈值策略控制下,给出一种简单的算法,得到性能指标关于控制参数灵敏度的无偏估计。仿真例子验证了算法的有效性。

关键词: 生产线,运行相依,扰动分析,灵敏度估计。

1 引言

对机器不可靠的生产线系统,如何控制生产过程,使得系统尽量满足需求,同时又保持较低的库存水平,已受到人们的关注。阈值控制策略因其简单、实用、接近最优而得到应用^[1-3]。问题是如何实现这些控制策略。

机器发生故障有两种假设:一种是运行相依,即机器发生故障只同它运行的时间相关;另一种是时间相依,即机器发生故障同它连续处于正常的时间相关。对于后者,机器在饥饿状态时也可能发生故障。显然,运行相依更接近实际对象。文[4,5]已将扰动分析法成功地应用于时间相依的不可靠生产线,给出优化实现阈值策略的算法。本文将研究运行相依两级生产线的控制策略实现问题。

2 模型、策略和算法

考虑如下带中间存贮器的两台机器系统,其数学模型为

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t) - d, i = 1, 2, \quad (1)$$

$$x_1(t) \geq x_2(t), \quad (2)$$

$$0 \leq u_i(t) \leq U_i \cdot \alpha_i(t), i = 1, 2. \quad (3)$$



图 1 两台机器的系统

式中 d 为产品需求率,是常数; $u_i(t)$ 为机器 M_i 的生产率,当机器正常且不饥饿时,可以在 $[0, U_i]$ 之间调整; $x_i(t)$ 为 M_i 的生产累积量与系统的需求累积量之差,称为 M_i 的 Surplus. $\alpha_i(t)$ 刻画 M_i 的状态,当 M_i 正常时, $\alpha_i(t) = 1$;当 M_i 故障时, $\alpha_i(t) = 0$. 假设 M_1 永远不饥饿,初值条件为 $x_1(0) = x_2(0) = 0, \alpha_1(0) = \alpha_2(0) = 1$. 目标函数是在时间 $[0, T]$ 内的平均费用的数学期望

$$J = E \frac{1}{T} \int_0^T c_1 b_1(t) + c_2^+ x_2^+(t) + c_2^- x_2^-(t) dt. \quad (4)$$

式中 $b_1(t) := x_1(t) - x_2(t)$,即为存贮器 B_1 中的库存量; $x_2^+(t) = \max(x_2(t), 0)$; $x_2^-(t) = \max(-x_2(t), 0)$; c_1, c_2 为 M_1 与 M_2 的库存费用系数; c_2^- 为系统的欠缺费用系数. 记

$$L = \frac{1}{T} \int_0^T c_1 b_1(t) + c_2^+ x_2^+(t) + c_2^- x_2^-(t) dt.$$

Surplus Control (SC) 阈值策略如下^[3]:

$$u_1(t) = \begin{cases} U_1 & x_1(t) < h_1, \\ d & x_1(t) = h_1, \\ 0 & x_1(t) > h_1; \end{cases} \quad u_2(t) = \begin{cases} U_2 & x_2(t) < h_2, b_1(t) > 0, \\ d & x_2(t) = h_2, b_1(t) > 0, \\ \min(u_1(t), U_2) & x_2(t) \leq h_2, b_1(t) = 0, \\ 0 & x_2(t) > h_2. \end{cases}$$

式中 h_1, h_2 为控制参数. 优化实现 SC 策略的关键是求出梯度 $\nabla J = (\partial J / \partial h_1, \partial J / \partial h_2)$. 基于一次采样试验,将给出计算样本目标函数梯度 ∇L 的算法,后面的定理 1 保证了 ∇L 是 ∇J 的无偏估计. 这里假设 $U_1 = U_2 = U$. 定义机器的状态:

- M_i 故障—— $\alpha_i(t) = 0$;
- M_i 阻塞—— $\alpha_i(t) = 1, x_i(t) = h_i$;
- M_1 运行—— $\alpha_1(t) = 1, x_1(t) < h_1$;
- M_2 运行—— $\alpha_2(t) = 1, x_2(t) < h_2, b_1(t) > 0$;
- M_2 临界运行—— $\alpha_1(t) = \alpha_2(t) = 1, b_1(t) = 0$;
- M_2 饥饿—— $\alpha_1(t) = 0, \alpha_2(t) = 1, b_1(t) = 0$;
- 条件 S —— M_1 或 M_2 进入阻塞状态后立即变成其它状态;或者 M_2 进入饥饿状态后立即变成其它状态;或者 M_2 进入临界运行状态后立即变成其它状态.

当 M_1 和 M_2 至少有一台机器状态发生变化时,称为一个事件. 设 $[0, T]$ 中的事件数为 N ,记 $t_1 = 0, t_2, \dots, t_{N+1} = T$ 为事件点. 设 M_i 的故障间隔时间除去因饥饿而不工作的时间,服从随机变量为 ξ_i 的分布,而 M_i 的故障时间服从随机变量为 η_i 的分布. 记 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t)), \mathbf{a}(t) = (\alpha_1(t), \alpha_2(t))$.

2.1 参数 h_1 的扰动

给定某次样本试验 ω ,并假设它不满足条件 S . 让 h_1 作微小正扰动 Δh ,则可从标称轨迹 $(\mathbf{a}(t), \mathbf{x}(t))$ 构造出扰动轨迹 $(\mathbf{a}'(t), \mathbf{x}'(t))$ ^[6], 见图 2 所示. 因为系统是运行相依的, h_1 (或 h_2) 的扰动不仅引起 $\mathbf{x}(t)$ 的扰动,而且会引起 $\mathbf{a}(t)$ 的扰动,如图 2 所示. 由于样本 ω 不满足条件 S ,故 $(\mathbf{a}(t), \mathbf{x}(t))$ 和 $(\mathbf{a}'(t), \mathbf{x}'(t))$ 是确定性相似的. 设 Δx_j^i 为第 j 个事件与第 $j+1$ 个事件之间 $x_i(t)$ 的扰动量, $\Delta x_j^i = x_i^{j'}(\cdot) - x_i^j(\cdot)$,且 Δt_j 为事件发生点的扰动量. 下面给出扰动 Δx_j^i 和 Δt_j 的产生、传播、变化的规则. 置初值

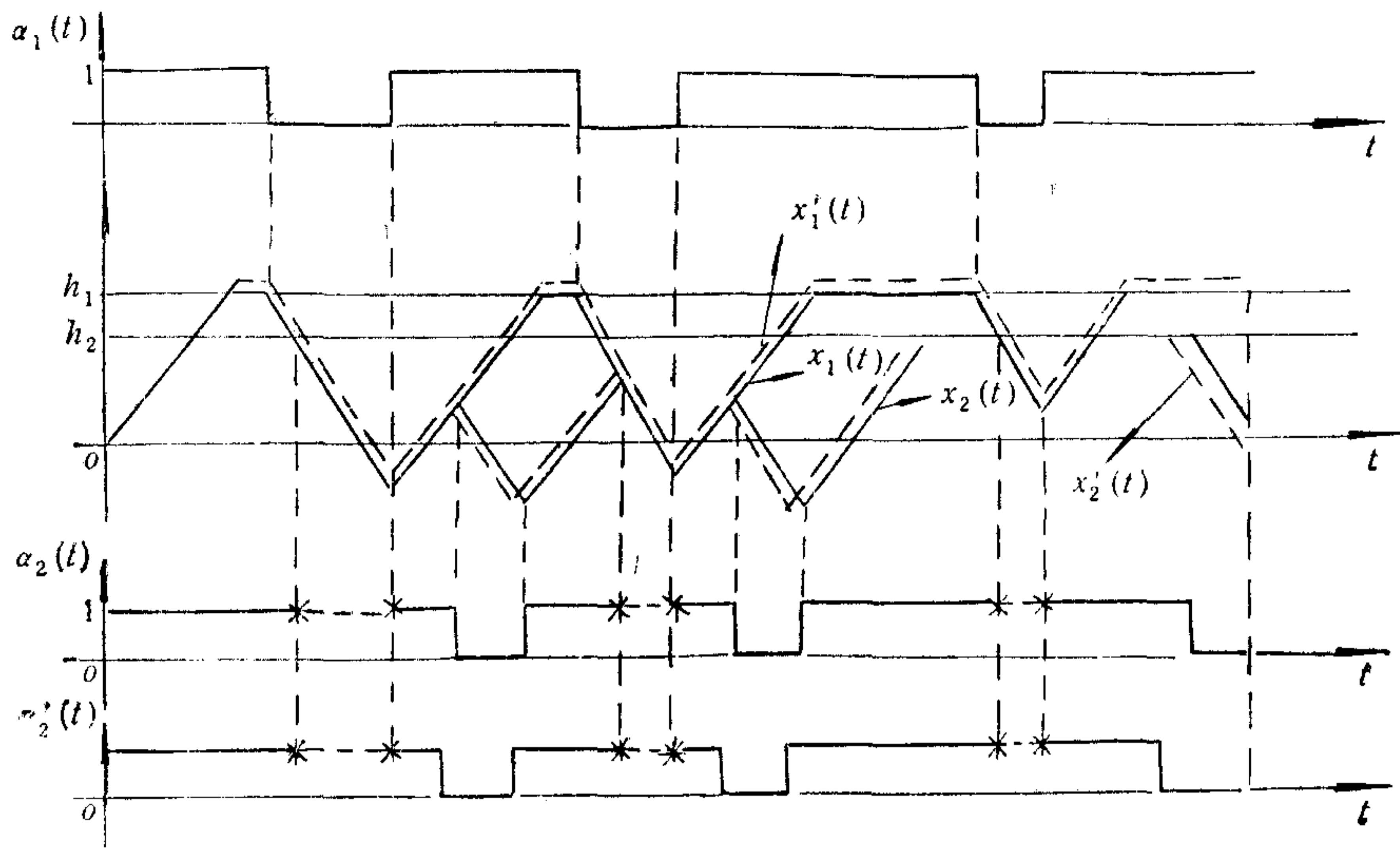


图2 h_1 扰动前后的系统轨迹
(*……*是 M_2 的饥饿时间)

$\Delta x'_i = \Delta t_i = 0.$

性质 1. 若 M_1 首次阻塞的事件点为 t_j , 则 $\Delta x_1^k = 0, k < j; \Delta x_1^k = \Delta h, k \geq j.$

性质 2. 若事件点 j 后的扰动量分别是 $\Delta x_1^j, \Delta x_2^j,$ 和 Δt_j , 则事件点 t_{j+1} 后的扰动量 $\Delta x_2^{j+1}, \Delta t_{j+1}$ 如下确定, 如果第 $j + 1$ 个事件为 M_2 从:

- 1) 运行变成饥饿, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j + \frac{\Delta x_2^j - \Delta x_1^j}{U}, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_1^j;$
- 2) 运行变成阻塞, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = 0;$
- 3) 运行变成故障, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_2^j + \Delta t_j \cdot U;$
- 4) 阻塞变成饥饿, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j - \frac{\Delta x_1^j}{d}, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_1^j;$
- 5) 阻塞变成故障, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta t_j \cdot d;$
- 6) 临界运行变成阻塞, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = 0;$
- 7) 临界运行变成故障, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_2^j + \Delta t_j \cdot U;$
- 8) 故障变成运行, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_2^j - \Delta t_j \cdot U;$
- 9) 其它情形, $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_2^j.$

显然, $\Delta t_j, \Delta x_1^j, \Delta x_2^j$ 都是 Δh 的倍数, 即 $\Delta t_j / \Delta h, \Delta x_1^j / \Delta h, \Delta x_2^j / \Delta h$ 与 Δh 无关. 而且

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\omega, h_1, h_2)}{\partial h_1} = & \frac{1}{T} \sum_{j=1}^N \left[c_1 \left(\frac{\Delta x_1^j}{\Delta h} - \frac{\Delta x_2^j}{\Delta h} \right) (t_{j+1} - t_j) \right. \\ & \left. + c_2^+ \frac{\Delta x_2^j}{\Delta h} (t_{j+1} - t_j)^+ - c_2^- \frac{\Delta x_2^j}{\Delta h} (t_{j+1} - t_j)^- \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $(t_{j+1} - t_j)^+$ 和 $(t_{j+1} - t_j)^-$ 分别是 $(t_{j+1} - t_j)$ 中 $x_2(t) \geq 0$ 和 $x_2(t) < 0$ 的部

分。

2.2 参数 h_2 的扰动

略去 h_2 扰动前后的轨迹图,只给出扰动规则如下。置初值 $\Delta x_1^1 = \Delta x_2^1 = \Delta t_1 = 0$ 。

性质 3. h_2 的变化不影响 $x_1(t)$, 即 $\Delta x_1^j = 0, j \geq 1$ 。

性质 4. 若事件点 t_j 后的扰动量为 $\Delta t_j, \Delta x_2^j$, 则事件点 t_{j+1} 后的扰动量 $\Delta t_{j+1}, \Delta x_2^{j+1}$ 如下确定, 如果第 $j+1$ 个事件为 M_2 从:

- 1) 运行变成饥饿, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j + \frac{\Delta x_2^j}{U}, \Delta x_2^{j+1} = 0$;
- 2) 运行变成阻塞, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta h$;
- 3) 运行变成故障, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_2^j + U \cdot \Delta t_j$;
- 4) 阻塞变成饥饿, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j + \frac{\Delta h}{d}, \Delta x_2^{j+1} = 0$;
- 5) 阻塞变成故障, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_2^j + d \cdot \Delta t_j$;
- 6) 临界运行变成阻塞, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta h$;
- 7) 临界运行变成故障, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta t_j \cdot U$;
- 8) 故障变成运行, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_2^j - \Delta t_j \cdot U$;
- 9) 其它情况, 则 $\Delta t_{j+1} = \Delta t_j, \Delta x_2^{j+1} = \Delta x_2^j$ 。

同样有

$$\frac{\partial L(\omega, h_1, h_2)}{\partial h_2} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^N \left[-c_1 \frac{\Delta x_2^j}{\Delta h} (t_{j+1} - t_j) + c_2^+ \frac{\Delta x_2^{j+1}}{\Delta h} (t_{j+1} - t_j)^+ - c_2^- \frac{\Delta x_2^j}{\Delta h} (t_{j+1} - t_j)^- \right]. \quad (6)$$

3 估计的无偏性

定理 1. 系统(1)–(3)在 SC 策略控制下, 有

$$\frac{\partial EL(\omega, h_1, h_2)}{\partial h_i} = E \frac{\partial L(\omega, h_1, h_2)}{\partial h_i}, i = 1, 2,$$

$$E \left| \frac{\partial L(\omega, h_1, h_2)}{\partial h_i} \right| < \infty, i = 1, 2.$$

限于篇幅, 证明略。

4 仿真及结束语

例. $T = 360, U = 2, d = 1, \xi_1$ 和 ξ_2 均服从参数为 0.1 的指数分布, η_1 和 η_2 均服从参数为 μ 的指数分布。取 $\Delta h = 0.001$, 记 $\Delta L / \Delta h_i = \frac{1}{\Delta h} (L(\omega, h_i + \Delta h) - L(\omega, h_i))$ 。得到表 1 的仿真结果。

表 1 中 $\Delta L / \Delta h_i$ 是对固定样本试验 ω 经过两次仿真计算得到的, $\partial L / \partial h_i$ 是由式(5), (6)

表1 仿真结果比较

μ	h_1	h_2	L	$\partial L/\partial h_1$	$\partial L/\partial h_2$	$\Delta L/\Delta h_1$	$\Delta L/\Delta h_2$
0.5	5	4	9.3918	8.2551	-7.3061	8.264	-7.293
0.5	2.6	2.5	6.5740	0.1700	-0.1485	0.170	-0.148
0.3	7.8	7.7	17.8343	0.5812	-0.9301	0.581	-0.930

求得的,两者符合得很好。

该算法具有下列优点: 1)经过一次采样试验,就可以得到性能指标对控制参数的梯度估计。2)算法对故障和维修的概率特性没有特殊的要求。即 ξ_i, η_i 可以为一般合理的随机变量。3)可推广到其它阈值策略和多台机器的系统。

参 考 文 献

- [1] Kimemia J G, Gershwin S B. An algorithm for computer control of production in flexible manufacturing systems. *IIE Trans.*, 1983, 15(4): 353—362
- [2] Lou X C, Ryzin G V. Optimal control rules for scheduling job shops. *Annals of Operations Research*. 1989, 17: 233—248
- [3] Houmin Y, Lou X C. Surplus control and its realization. Proceedings of ASAC, 1991.
- [4] 宋东平,涂奉生, Lou X C. 不可靠机器制造系统的控制参数灵敏度估计. 控制与决策, 1992, 7(6): 474—477.
- [5] Song D P, Tu F S, Lou X C. Parameter optimization of a control policy for unreliable manufacturing systems. Proceedings of the 31st IEEE conf. Decision and Contr., 1992: 1655—1656
- [6] Ho Y C, Cassandras C G. A new approach to the analysis of discrete event dynamic systems. *Automatica*, 1983, 19(2): 149—167

CONTROL PARAMETER SENSITIVITY ESTIMATE IN AN OPERATION DEPENDENT UNRELIABLE PRODUCTION LINE

SONG DONGPING

(Institute of Industrial Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

ABSTRACT

For a two-stage production line system with operation dependent unreliable machines, regulated by a threshold control policy, a simple algorithm is presented to get an unbiased estimate of the gradient of the performance index with respect to control parameters. Simulation example is given to illustrate the effectiveness of the algorithm.

Key words: Production line, operation dependent, perturbation analysis, sensitivity estimate.