



# 考虑一类运行规则的两级生产线的 可靠性分析

谭民 疏松 桂

(中国科学院自动化研究所 北京 100080)

张立龙

(郑州大学数学系 郑州 450052)

## 摘 要

考虑运行规则的两级生产线的可靠性问题是加工系统中很重要的一类,本文对机器、缓冲区及生产线的运行状态进行了深入的讨论,从机理上分析了生产线运行的状况,求出了机器在正常和失效状态下的概率以及缓冲区处于不空状态下的概率,得到了分析这类问题的可靠性指标。

**关键词:** 缓冲区,可靠性,运行规则,制造系统。

## 1 引言

制造系统可靠性的研究已经取得了不少成果,文献[1—3]和1)对串行生产线的可靠性问题进行了比较详细的研究,得到了有益的结果。在实际问题中,考虑工件的运行规则是加工系统中很重要的一类问题,对工件的调度与控制的研究是有益的。

考虑运行规则的两级生产线包括两个机器,每个机器加工一道工序,原料工件只有经过  $M_1$ ,  $M_2$  的加工才能成为产品。与串行生产线加工方式不同,这里考虑的两级生产线对工件的加工,可以先由  $M_1$  加工,然后由  $M_2$  加工后,输出产品;也可以先由  $M_2$  加工,再送到  $M_1$  加工后,输出产品。这样一个原料工件要想成为产品的路径走向是:

(1) 输入  $\rightarrow M_1 \rightarrow B_1 \rightarrow M_2 \rightarrow$  输出,

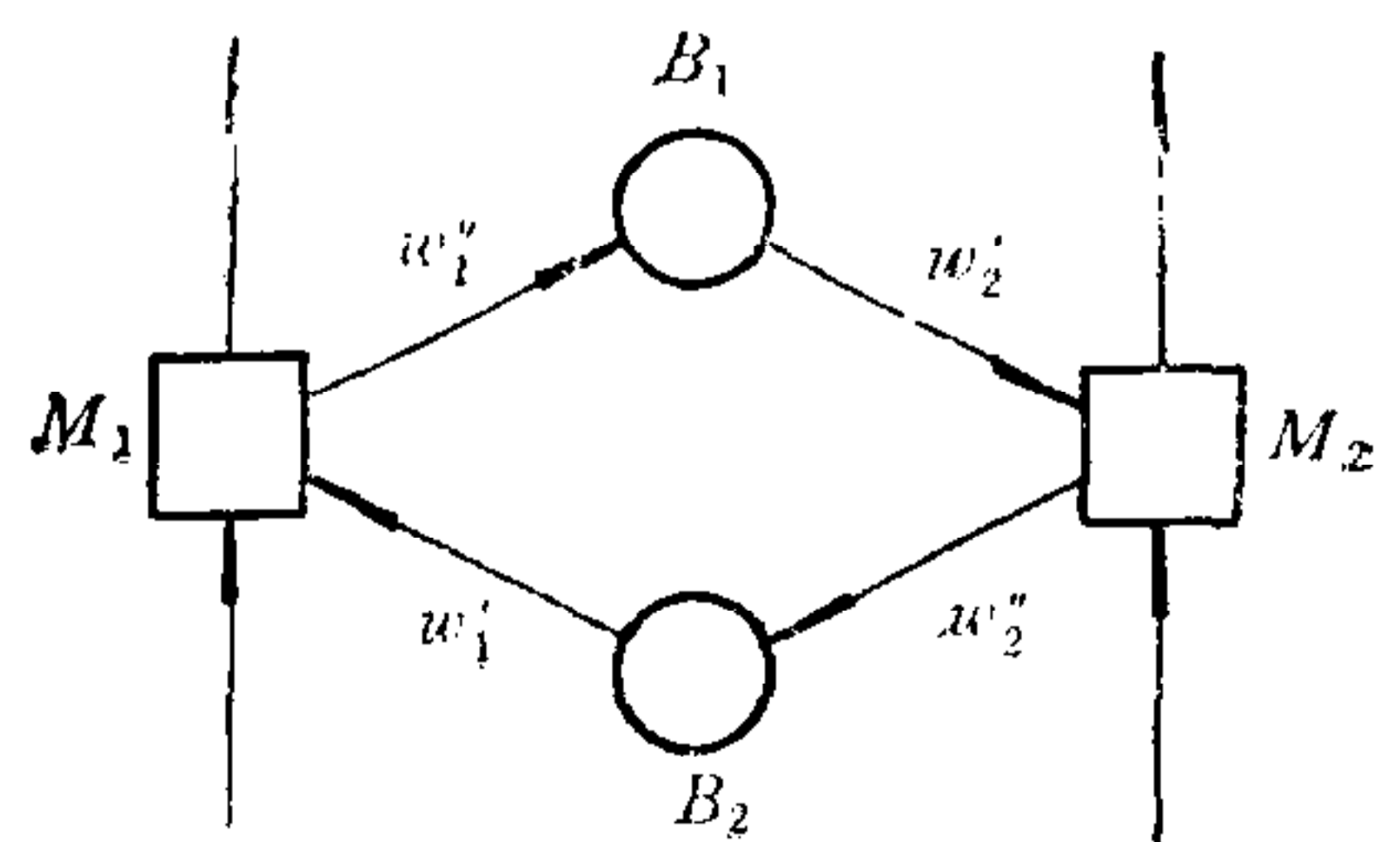


图1 两级生产线工作状态

1) 张一刚. CIMS 生产线的可靠性建模与分析. 中国科学院自动化所博士论文, 1991, 3.  
本文于 1993 年 12 月 9 日收到。

(2) 输入  $\rightarrow M_2 \rightarrow B_2 \rightarrow M_1 \rightarrow$  输出。

生产线的运行规则:

(1)  $M_1$  工作时,先到缓冲区  $B_2$  中取工件,加工完后输出;若  $B_2$  全空,则  $M_1$  从原料库中取工件,加工后送到  $B_1$ 。

(2)  $M_2$  工作时,先到缓冲区  $B_1$  中取工件,加工完后输出;若  $B_1$  全空,则  $M_2$  从原料库中取工件,加工后送到  $B_2$ 。

这里对图 1 所示的考虑运行规则的两级生产线的可靠性问题进行分析。首先讨论生产线的运行状况,对机器和缓冲区的状态进行详细分析,然后从运行机制上分析整个生产线能够正常工作、有产品输出的状态,进而得到生产线稳态运行的可靠性指标。

## 2 考虑运行规则的两机器生产线可靠性分析

### 2.1 机器状态分析

**定义.** 生产线系统的可用度是指在时刻  $t$  时生产线有产品输出的概率,即在时刻  $t$  生产线正常工作的概率。

为了分析问题的方便,先给定一些假设条件:

(1) 机器  $M_i (i = 1, 2)$  出现故障可及时修复如新;其寿命时间、修复时间及加工时间分别服从参数为  $\lambda_i, \mu_i$  和  $\omega_i$  的指数分布。

(2) 运行中原料充足,不会出现缺料现象;成品库足够大,不会出现产品无法输出的现象。

(3) 缓冲区  $B_i$  (容量为  $K_i, i = 1, 2$ ) 在传递工件的过程中不发生故障。

对图 1 所示的结构定义机器的状态:

状态 1( $S_1$ ),  $M_1, M_2$  都工作;

状态 2( $S_2$ ),  $M_1$  工作,  $M_2$  故障;

状态 3( $S_3$ ),  $M_1$  故障,  $M_2$  工作;

状态 4( $S_4$ ),  $M_1$  故障,  $M_2$  故障。

可以列写状态方程,并得到在稳态情况下:

生产线处于状态 1 的概率为

$$P_{S_1} = 1 / (1 + \lambda_1 / \mu_1 + \lambda_2 / \mu_2 + \lambda_1 \lambda_2 / \mu_1 \mu_2);$$

生产线处于状态 2 的概率为  $P_{S_2} = (\lambda_2 / \mu_2) \cdot P_{S_1};$

生产线处于状态 3 的概率为  $P_{S_3} = (\lambda_1 / \mu_1) \cdot P_{S_1}.$

### 2.2 缓冲区状态分析

设缓冲区  $B_i (i = 1, 2)$  中的工件数为  $X_i \in \{0, 1, 2, \dots, K_i\}$ , 它是一个随机变量。令

$P(X_i = j) = P_{ij}$  表示缓冲区  $B_i$  有  $j$  个工件的概率,  $EX_i = \sum_{j=1}^{K_i} j P_{ij}$  表示缓冲区  $B_i$  中

工件的平均数。

下面讨论缓冲区  $B_1$  的状态,  $B_2$  的情况类似。

对于缓冲区  $B_1$ , 其输出是机器  $M_2$  取走的工件, 由运行规则可知, 就是  $M_1$  的实际

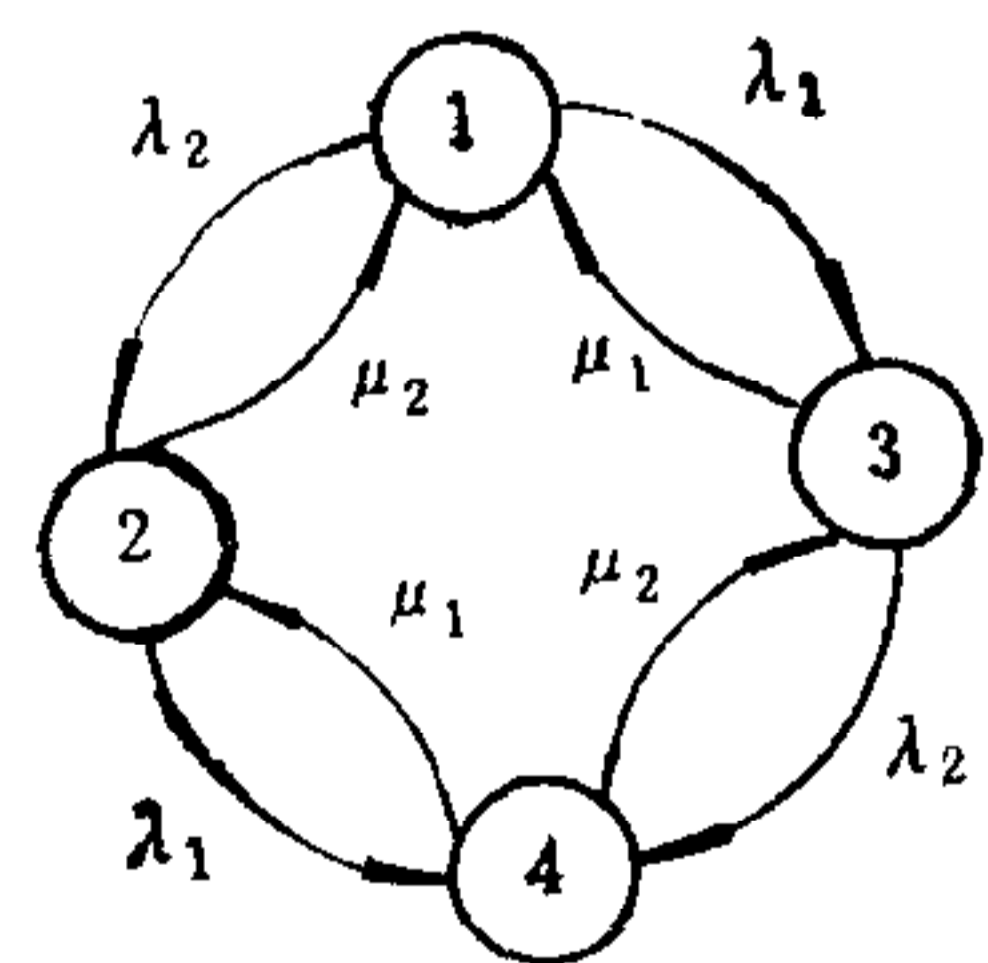


图 2 工作站状态转移图

加工率, 即  $M_2$  在考虑故障之后的平均加工率  $\omega'_2$ 。文献[1]讨论过考虑故障的机器的平均生产率与无故障的机器平均生产率之间的关系, 得到  $\omega'_2 = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \omega_2$ ; 输入是机器

$M_1$  加工后的工件, 即除了考虑故障情形, 得到  $\omega'_1 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \omega_1$  之外, 还要考虑运行规则的第 1 条, 这样实际的输入应为

$$\omega''_1 = \frac{\omega'_1}{1 + EX_2} \quad (1)$$

缓冲区  $B_1$  的状态包括: 全空, 有 1 个工件, 有 2 个工件,  $\dots$ , 全满。其状态转移如图 3 所示。

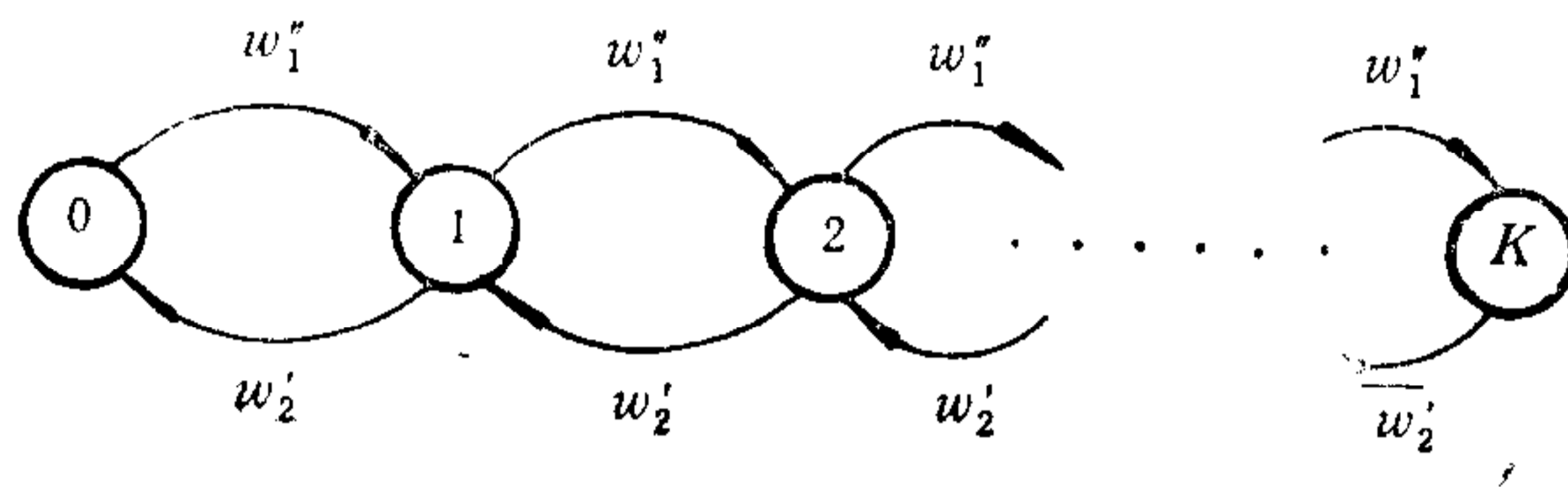


图 3 缓冲区状态转移图

令  $\rho_{12} = \frac{\omega''_1}{\omega'_2}$ , 由状态转移可得(稳态时)

缓冲区  $B_1$  不空的概率为

$$P_{B_1, \bar{0}} = \frac{\rho_{12}(1 - \rho_{12}^{K_1+1})}{1 - \rho_{12}^{K_1+1}}, \quad (2)$$

缓冲区  $B_1$  中工件的平均数为

$$EX_1 = \frac{\rho_{12} - (K_1 + 1)\rho_{12}^{K_1+1} + K_1\rho_{12}^{K_1+2}}{(1 - \rho_{12})(1 - \rho_{12}^{K_1+1})}. \quad (3)$$

同理, 对缓冲区  $B_2$ , 令  $\rho_{21} = \frac{\omega'_2}{\omega''_1}$  也可以得到类似的结果:

$$EX_2 = \frac{\rho_{21} - (K_2 + 1)\rho_{21}^{K_2+1} + K_2\rho_{21}^{K_2+2}}{(1 - \rho_{21})(1 - \rho_{21}^{K_2+1})}, \quad (4)$$

$$\omega''_2 = \frac{\omega'_2}{1 + EX_1}, \quad (5)$$

$$P_{B_2, \bar{0}} = \frac{\rho_{21}(1 - \rho_{21}^{K_2+1})}{1 - \rho_{21}^{K_2+1}}. \quad (6)$$

这样可以联立方程(1), (3), (4), (5), 得到  $EX_1, EX_2, \omega''_1, \omega''_2$ 。这是一组代数方程, 很容易进行求解。然后利用(2), (6)式, 得到缓冲区  $B_1$  和  $B_2$  不空的概率  $P_{B_1, \bar{0}}$  和  $P_{B_2, \bar{0}}$ 。

### 2.3 两级生产线状态分析

从运行机制上可以看到, 这个两级生产线的正常工作状态包括: (1)  $M_1, M_2$  都正常工作; (2)  $M_1$  正常,  $M_2$  故障时, 缓冲区  $B_2$  不全空; (3)  $M_2$  正常,  $M_1$  故障时, 缓冲区  $B_1$  不全空。

那么生产线的稳态可用度为  $A = P_{S_1} + P_{S_2} \cdot P_{B_2, \bar{0}} + P_{S_3} \cdot P_{B_1, \bar{0}}$ ,

$$\text{稳态生产率为 } \omega = \frac{\omega_1 P_{B_2,0} + \omega_2 P_{B_1,0}}{\omega_1 + \omega_2},$$

$$\text{平均加工时间 } T = 1/\omega.$$

### 3 结束语

本文主要是对一类考虑运行规则的加工生产线的可靠性问题进行了讨论:

- (1) 从可靠性的角度分析两个机器正常工作与失效的状态, 求出处于各状态的概率;
- (2) 分析了缓冲区的运行情况, 得出了在工件站失效时缓冲区处于不空状态下的概率, 以及缓冲区中的工件平均数;
- (3) 对整个加工生产线进行了讨论, 得到了生产线稳态运行的可靠性指标。

### 参 考 文 献

- [1] Gershwin S B. An efficient decomposition method for the approximate evaluation of tandem queues with finite storage space and blocking. *Oper. Res.*, 1987, **35**(2):291—305.
- [2] Koster D et al. Estimation of line efficiency by aggregation. *Int. J. Prod.*, 1987, **25**(4): 615—626.
- [3] 疏松桂. 带有缓冲库的综合制造系统 (CIMS) 分析及其可靠性研究. *自动化学报*, 1992, **18**(1): 15—22.

## THE RELIABILITY ANALYSIS OF THE TWO-STAGE PRODUCTION LINE WITH THE OPERATING RULES

TAN MIN SHU SONGGUI

(*Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

ZHANG LILONG

(*Department of Mathematics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052*)

### ABSTRACT

This paper presents the reliability analysis of two-stage production line with operating rules. The states of work stations, buffers and the production line are discussed, and the reliability performances of the production line are obtained.

**Key words:** Buffer, reliability, operating rules, production line.