第22卷 第1期
1996年1月

自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 22, No.1
Jan., 1996

广义离散随机线性系统自校正最优预报器[1)]

张焕水
(泰安师范专科学校数学系 泰安 271000)

邓自立
(黑龙江大学应用数学研究所 哈尔滨 150080)

摘 要

运用现代时间序列分析[1]的方法研究广义离散随机线性系统最优及自适应状态估计. 将状态估计转化为输出预报和白噪声估计，从而提出了系统的最优预报器，并且证明最优预报器对于初始值的选取渐近稳定. 在噪声统计未知时提出了自校正预报器. 仿真例子说明了其有效性.

关键词: 广义离散随机线性系统，自校正，预报器，$ARMA$ 新息模型

1 引言

广义离散随机线性系统状态估计的研究近来受到人们的关注，该问题的研究逐渐深入，文献 [2—4] 提出了问题的不同解决方法. 以上文献的结果存在着不足，都要求精确的噪声统计，但实际问题中大多数情况上述要求不能满足，因此研究当噪声统计未知时系统的自适应状态估计具有重要的应用价值. 另一方面，由于广义系统没有因果性，利用传统的方法对系统进行预报非常困难. 对于以上两个问题，本文运用新息理论和射影方法进行探讨，提出了初步解决方法.

2 问题阐述

已知广义离散随机线性系统

$$Mx(t)=\Phi x(t-1)+\Gamma w(t-1), \tag{1}$$

$$y(t)=Hx(t)+v(t). \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{x}(t)$, $\boldsymbol{w}(t)$, $\boldsymbol{y}(t)$, $\boldsymbol{v}(t)$ 分别表示系统的状态矢量，模型随机干扰矢量，观测

1) 国家自然科学基金资助课题.
本文于1993年7月26日收到

输出矢量，观测干扰矢量. $x(t)\in R^n$，$w(t)\in R^r$，$y(t)\in R^m$，$v(t)\in R^m$，M，Φ，Γ，H 是相应维数的常值矩阵. 对(1)，(2)做如下假设

假设 1. M 是奇异阵，Φ 是可逆阵，且 $\det(zM-\Phi)\not\equiv 0$

假设 2. $w(t)$，$v(t)$ 是零均值的白噪声序列 $Ew(t)=0$，$Ev(t)=0$，$E[w(t)w^{\mathrm{T}}(s)]=Q_w\delta_{ts}$，

$$E[v(t)v^{\mathrm{T}}(s)]=Q_v\delta_{ts},\qquad E[w(t)v^{\mathrm{T}}(s)]=0.$$

其中 Q_v，Q_w 是噪声协方差阵. T 是转置符号，E 是均值符号，δ_{ts} 是 Kronecker δ 函数.

本文的问题：1）给定观测 $y(t)$，$y(t-1)$，$\cdots y(0)$，求状态 $x(t+l)$ 的估值 $\hat{x}(t+l|t)$ 使得

$$J=E[(x(t+l)-\hat{x}(t+l|t))^{\mathrm{T}}(x(t+l)-\hat{x}(t+l|t))]$$

达到极小. $l>0$ 时称为预报，$l=0$，$l<0$ 时分别称为滤波和平滑.

2）在 Q_v，Q_w 未知时，基于以上的观测求 $x(t+l)$ 的自校正预报器.

3 最优预报器

3.1 ARMA 新息模型

由于 Φ 可逆，根据(1)，(2)得如下等价系统

$$x(t-1)=\Psi x(t)+Gw(t-1),\tag{3}$$

$$y(t)=Hx(t)+v(t).\tag{4}$$

其中 $\Psi=\Phi^{-1}M$，$G=-\Phi^{-1}\Gamma$. 由(3)得

$$(I_nq^{-1}-\Psi)x(t)=Gw(t-1).\tag{5}$$

q^{-1} 是单位滞后算子，I_n 是 n 阶单位矩阵. 由于

$$(I_nq^{-1}-\Psi)\operatorname{adj}(I_nq^{-1}-\Psi)=\operatorname{adj}(I_nq^{-1}-\Psi)(I_nq^{-1}-\Psi)=\det(I_nq^{-1}-\Psi)I_n,\tag{6}$$

det ·，adj · 分别表示行列式和伴随阵. 又 $\det(I_nq^{-1}-\Psi)\not\equiv 0$，记

$$(I_nq^{-1}-\Psi)^{-1}=\operatorname{adj}(I_nq^{-1}-\Psi)/\det(I_nq^{-1}-\Psi),\tag{7}$$

同时记

$$F(q^{-1})=\operatorname{adj}(I_nq^{-1}-\Psi),\qquad p(q^{-1})=\det(I_nq^{-1}-\Psi).\tag{8}$$

注 1. 若 $\operatorname{adj}(I_nq^{-1}-\Psi)$，$\det(I_nq^{-1}-\Psi)$ 有公因子，$\operatorname{adj}(I_nq^{-1}-\Psi)$，$\det(I_nq^{-1}-\Psi)$ 消去公因子后记为 $F(q^{-1})$，$p(q^{-1})$. 本文不妨设 $\operatorname{adj}(I_nq^{-1}-\Psi)$，$\det(I_nq^{-1}-\Psi)$ 无公因子.

注意到 $\det\Psi=0$，由(6)知 $F(q^{-1})$，$p(q^{-1})$ 有如下形式

$$F(q^{-1})=I_nq^{-n+1}+F_1q^{-n+2}+\cdots+F_{n_1-1}q^{-n+n_1},\tag{9}$$

$$p(q^{-1})=q^{-n}+p_1q^{-1}+\cdots+p_{n_2}q^{-n+n_2}.\tag{10}$$

$n_1>n_2$，$n_2<n$，F_i，p_i 递推计算为[1]

$$p_i=-\operatorname{trace}(\Psi F_{i-1})/i,\qquad i=1,2,\cdots n_2,\ p_0=1,\tag{11}$$

$$F_i=\Psi F_{i-1}+p_iI_n,\qquad i=1,2,\cdots n_1-1,\ F_0=I_n. \tag{12}$$

由广义系统的标准分解[5]可知，系统含有脉冲模时 $(I_n-q\Psi)^{-1}$ 是非真有理分式阵，$n_1-n_2-1>0$. 系统无脉冲模时 $(I_n-q\Psi)^{-1}$ 是真有理分式阵，$n_1-n_2-1=0$.

由(5)代入(4)整理得

$$A(q^{-1})y(t)=B(q^{-1})w(t+n_1-n_2-1)+A(q^{-1})v(t). \tag{13}$$

$$A(q^{-1})=I_m+A_1q^{-1}+\cdots+A_{n_2}q^{-n_2},\qquad B(q^{-1})=B_0+B_1q^{-1}+\cdots+B_{n_1-1}q^{-(n_1-1)}, \tag{14}$$

其中

$$A_i=(p_{n_2-i}/p_{n_2})I_m,\quad i=1,2,\cdots n_2,\qquad B_i=HF_{n_1-i-1}G/p_{n_2},\quad i=0,1,\cdots,n_1-1.$$

(13)式中系数阵 B_i 有些可能为零，不妨设 $B_i=0$，$i<r_0$；$B_{r_0}\neq0$，$B_{n_1-1}\neq0$，(13)式变为

$$A(q^{-1})y(t)=C(q^{-1})w(t+n_0-1)+A(q^{-1})v(t). \tag{15}$$

$$n_0=n_1-n_2-r_0,\quad C(q^{-1})=C_0+C_1q^{-1}+\cdots+C_{n_1-r_0-1}q^{-(n_1-r_0-1)},\quad C_i=B_{r_0+i}. \tag{16}$$

注2. 周知，$H(I_n-q\Psi)^{-1}G=\overline{G}(q)+H_1(q)$，其中 $\overline{G}(q)$ 是严格真有理分式阵，$H_1(q)$ 是多项式矩阵，(15)式中的 n_0-1 是 $H_1(q)$ 的最高次数（关于 q）

假设3. $C(q^{-1})w(t+n_0-1)+A(q^{-1})v(t)$ 的谱密度阵

$$C(e^{-iw})Q_wC^{\mathrm{T}}(e^{i\omega})+A(e^{-i\omega})Q_vA^T(e^{i\omega})\quad(-\pi\leqslant\omega\leqslant\pi)\ \text{正定}.$$

在假设3下(15)式右边的两个MA滑动平均过程可以用唯一稳定的滑动平均过程表示[6]，即

$$D(q^{-1})\varepsilon(t)=C(q^{-1})w(t+n_0-1)+A(q^{-1})v(t) \tag{17}$$

其中 $D(q^{-1})$ 稳定，即 $\det D(x)=0$ 的根在单位圆外，

$$D(q^{-1})=I_m+D_1q^{-1}+\cdots+D_{n_d}q^{-n_d}. \tag{18}$$

$n_d=\max(n_2,n_1-r_0-1)$. $\varepsilon(t)$ 是均值为零的白噪声序列，协方差阵 Q_ε. 仿文献[7]可以证明 $\varepsilon(t)$ 是观测 $y(t)$ 的新息，即一步预报误差. 系数阵 D_i 及方差阵 Q_ε 由文献[8]的算法或Gevers－Wouters算法[1]计算. 由(15)，(17)得ARMA新息模型

$$A(q^{-1})y(t)=D(q^{-1})\varepsilon(t). \tag{19}$$

引入Diophantine分解

$$\begin{aligned}C(q^{-1})&=D(q^{-1})G(q^{-1})+q^{-(N+1)}H(q^{-1}),\\ A(q^{-1})&=D(q^{-1})\Pi(q^{-1})+q^{-(N+1)}\Lambda(q^{-1}).\end{aligned} \tag{20}$$

$G(q^{-1})=G_0+G_1q^{-1}+\cdots+G_Nq^{-N}$, $\Pi(q^{-1})=\Pi_0+\Pi_1q^{-1}+\cdots+\Pi_Nq^{-N}$, $H(q^{-1})$, $\Lambda(q^{-1})$ 为 n_d-1 阶的多项式矩阵.

$$G_j=-\sum_{i=1}^{\min(n_d,j)}D_iG_{j-i}+C_j,\quad G_0=C_0,\quad j=1,2,\cdots N, \tag{21}$$

$$\Pi_j=-\sum_{i=1}^{\min(n_d,j)} D_i\Pi_{j-i}+A_j,\ \Pi_0=I_m,\ j=1,2,\cdots N. \tag{22}$$

$j>n_1-r-1$ 时 $C_j=0$, $j>n_2$ 时 $A_j=0$. 应用 (20), 由(17)得

$$\varepsilon(t)=G(q^{-1})w(t+n_0-1)+\Pi(q^{-1})v(t)+D^{-1}(q^{-1})H(q^{-1})q^{-(N+1)}w(t+n_0-1)$$
$$+D^{-1}(q^{-1})\Lambda(q^{-1})q^{-(N+1)}v(t). \tag{23}$$

由上式根据假设2易得如下引理

引理. $w(t)$ 不相关于新息 $\varepsilon(t-n_0)$, $\varepsilon(t-n_0-1)$, $\cdots\varepsilon(1)$. $v(t)$ 不相关于 $\varepsilon(t-1)$, $\varepsilon(t-2)$, $\cdots\varepsilon(1)$. $w(t)$, $v(t)$ 与 $\varepsilon(t+i)$ 的负协方差阵计算为

$$E[w(t)\varepsilon^{\mathrm T}(t+i)]=\begin{cases}0 & i<-n_0+1,\\ Q_wG^T_{n_0+i-1} & i\geqslant-n_0+1,\end{cases}$$

$$E[v(t)\varepsilon^{\mathrm T}(t+i)]=\begin{cases}0 & i<0,\\ Q_v\Pi_i^T & i\geqslant 0.\end{cases}$$

3.2 最优预报器

由(3), (4)得如下等式

$$\begin{cases}y(t)=Hx(t)+v(t),\\ y(t-1)=H\Psi x(t)+HGw(t-1)+v(t-1),\\ \vdots\\ y(t-n+1)=H\Psi^{n-1}x(t)+\sum\limits_{j=0}^{n-2}H\Psi^jGw(t-n+j+1)+v(t-n+1).\end{cases} \tag{24}$$

即

$$\begin{bmatrix}H\\ H\Psi\\ \vdots\\ H\Psi^{n-1}\end{bmatrix}x(t)=\begin{bmatrix}y(t)-v(t)\\ y(t-1)-HGw(t-1)-v(t-1)\\ \vdots\\ y(t-n+1)-\sum\limits_{j=0}^{n-2}H\Psi^jGw(t-n+j+1)-v(t-n+1)\end{bmatrix}. \tag{25}$$

假设4. (ΨH) 是可观测对

易证以上假设与文献[2]假定系统(1), (2)完全可观测是等价的. 由假设4, $\Omega=(H^{\mathrm T},\ \Psi^{\mathrm T}H^{\mathrm T},\ \cdots(\Psi^{n-1})^{\mathrm T}H^{\mathrm T})^{\mathrm T}$ 列满秩, 故由(25)可解得

$$x(t)=\Omega^{\#}\begin{bmatrix}y(t)-v(t)\\ y(t-1)-HGw(t-1)-v(t-1)\\ \vdots\\ y(t-n+1)-\sum\limits_{j=0}^{n-2}H\Psi^jGw(t-n+j+1)-v(t-n+1)\end{bmatrix}, \tag{26}$$

其中 $\Omega^{\#}=(\Omega^{T}\Omega)^{-1}\Omega^{T}$.

由射影理论[1]，$\hat{x}(t+l|t)$ 是 $x(t+l)$ 在由 $\{y(t), y(t-1), \cdots y(0)\}$ 所张成的有限维 Hilbert 空间上的射影，又 $\varepsilon(t)$ 是观测的新息，由文献 [1] 知 $\hat{x}(t+l|t)$ 是 $x(t+l)$ 在由新息 $\{\varepsilon(t), \varepsilon(t-1), \cdots \varepsilon(0)\}$ 所张成的 Hilbert 空间上的射影，即

$$\hat{x}(t+l|t)=\mathrm{proj}\,\{x(t+l)|\,\varepsilon(t),\ \varepsilon(t-1), \cdots \varepsilon(0)\}. \tag{27}$$

取 (26) 式两边各项在以上空间上的射影运算得

$$\hat{x}(t+l|t)$$
$$=\Omega^{\#}\begin{bmatrix} \hat{y}(t+l|t)-\hat{v}(t+l|t) \\ \hat{y}(t+l-1|t)-HG\hat{w}(t+l-1|t)-\hat{v}(t+l-1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+l-n+1|t)-\sum_{j=0}^{n-2}H\Psi^{j}G\hat{w}(t+l-n+j+1|t)-\hat{v}(t+l-n+1|t) \end{bmatrix}. \tag{28}$$

$\hat{w}(t+i|t)$, $\hat{v}(t+i|t)$ 分别为 $w(t+i)$, $v(t+i)$ 基于观测 $y(t), y(t-1), \cdots y(0)$ 的最优估值. 根据引理，特别当 $l\geqslant n+n_0-1$ 时 $\hat{v}(t+i|t)=0$. $\hat{w}(t+i|t)=0$, $i=l, l-1, \cdots l-n+1$，即 (29) 式中所有白噪声的估值为零，(28) 变为如下形式

$$\hat{x}(t+l|t)=\Omega^{\#}\begin{bmatrix} \hat{y}(t+l|t) \\ \hat{y}(t+l-1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+l-n+1|t) \end{bmatrix}. \tag{29}$$

下面计算 (29) 式中的输出预报 $\hat{y}(t+i|t)$, $i=l, l-1, \cdots l-n+1$. 由ARMA新息模型 (19) 得输出 $y(t)$ 的多步递推预报器[1]:

$$A(\tilde{q}^{-1})\hat{y}(t+i|t)=D(\tilde{q}^{-1})\hat{\varepsilon}(t+i|t). \tag{30}$$

当 $i\leqslant 0$ 时，$\hat{y}(t+i|t)=y(t+i)$, $\hat{\varepsilon}(t+i|t)=\varepsilon(t+i)$；当 $i>0$ 时，$\hat{\varepsilon}(t+i|t)=0$. $\tilde{q}^{-1}$ 是对 $\hat{y}(t+i|t)$, $\hat{\varepsilon}(t+i|t)$ 第一个时标的运算，即 $\tilde{q}^{-1}\hat{y}(t+i|t)=\hat{y}(t+i-1|t)$, $\tilde{q}^{-1}\hat{\varepsilon}(t+i|t)=\hat{\varepsilon}(t+i-1|t)$.

因此 $l\geqslant n+n_0-1$ 时状态 $x(t+l)$ 的预报器 $\hat{x}(t+l|t)$ 由 (29), (30) 计算求得，其中新息 $\varepsilon(t)$ 可根据 (19) 式递推计算为

$$\varepsilon(t)=A(q^{-1})y(t)-D_1\varepsilon(t-1)-\cdots-D_{n_d}\varepsilon(t-n_d), \tag{31}$$

初始值为 $\varepsilon(0)$, $\varepsilon(1)$, $\cdots \varepsilon(n_d-1)$.

$l<n+n_0-1$ 时系统的预报 $(0<l<n+n_0-1)$，滤波 $(l=0)$ 和平滑估计 $(l<0)$ 也可类似计算，不同处在于 $l<n+n_0-1$ 时，(28) 式中除含有输出预报估值外还有噪声 $w(t)$ 或/和 $v(t)$的估值 $\hat{w}(t+i|t)$, $\hat{v}(t+i|t)$，此时噪声的估值可利用 (23) 式和引理计算为[1]

$$\hat{w}(t+i|t)=\begin{cases}0 & i>n_0-1\\ \sum_{j=0}^{n_b-i-1} Q_w G_j^{\mathrm{T}} Q_\varepsilon^{-1}\varepsilon(t+j+i-n_0+1) & i\leqslant n_0-1\end{cases} \tag{32}$$

$$\hat{v}(t+i|t)=\begin{cases}0 & i>0\\ \sum_{j=0}^{-i} Q_v \Pi_i^{\mathrm{T}} Q_\varepsilon^{-1}\varepsilon(t+j+i) & i\leqslant 0\end{cases} \tag{33}$$

说明. 本节将最优状态估计转化为输出预报和白噪声估计，这不同于现有文献研究问题的方法，由此解决了广义系统最优预报问题，同时给出了最优滤波和平滑估计的新方法. 由上也可以看出，运用本节的观点处理问题，无论系统是否含有脉冲模，其处理问题的方法是相同的.

4 最优预报器的渐近稳定性

$l\geqslant n+n_0-1$ 时系统的最优预报器 (29) 本身不需要选取初始值，但新息 $\varepsilon(t)$ 的计算要选初始值，下面讨论最优预报估计对于新息初始值选取的渐近稳定性. 假定 $\varepsilon^{(1)}(i)$, $\varepsilon^{(2)}(i)$, $i=0, 1, \cdots n_d-1$ 是任意选取的两组初始值，$\varepsilon^{(1)}(t)$, $\hat{y}^{(1)}(t+i|t)$, $\hat{x}^{(1)}(t+l|t)$ 和$\varepsilon^{(2)}(t)$, $\hat{y}^{(2)}(t+i|t)$, $\hat{x}^{(2)}(t+l|t)$ 是根据这两组初始值得到的相应的两组新息估计值，输出预报估值及状态预报估值，以下证明: $t\to\infty$ 时，$\varepsilon^{(1)}(t)-\varepsilon^{(2)}(t)\to 0$, $\hat{y}^{(1)}(t+i|t)-\hat{y}^{(2)}(t+i|t)\to 0$, $\hat{x}^{(1)}(t+l|t)-\hat{x}^{(2)}(t+l|t)\to 0$.

1) $\varepsilon^{(1)}(t)$, $\varepsilon^{(2)}(t)$ 均满足 (31) 式，因此 $t\geqslant n_d$ 时满足

$$D(q^{-1})[\varepsilon^{(1)}(t)-\varepsilon^{(2)}(t)]=0 \tag{34}$$

由于 $D(q^{-1})$ 稳定，即 $\det \dot{D}(x)=0$ 的根在单位圆外，因此 $t\to\infty$ 时必有 $\varepsilon^{(1)}(t)-\varepsilon^{(2)}(t)\to 0$

2) 由 (30) 式得

$$\begin{aligned}\hat{y}^{(i)}(t+1|t)=&-A_1y(t)-A_2y(t-1)-\cdots-A_{n_2}y(t-n_2+1)+D_1\varepsilon^{(i)}(t)\\&+\cdots+D_{n_d}\varepsilon^{(i)}(t-n_d+1), \qquad i=1,2\end{aligned} \tag{35}$$

根据 1) 易证 $t\to\infty$ 时有 $\hat{y}^{(1)}(t+1|t)-\hat{y}^{(2)}(t+1|t)\to 0$. 类似可证 $t\to\infty$ 时 $\hat{y}^{(1)}(t+i|t)-\hat{y}^{(2)}(t+i|t)\to 0$, $i=2, 3, \cdots$.

3) 由 (29) 式，根据 2) 易知 $t\to\infty$ 时 $\hat{x}^{(1)}(t+l|t)-\hat{x}^{(2)}(t+l|t)\to 0$. 故最优预报器 $\hat{x}(t+l|t)(l\geqslant n-n_0+1)$ 对于新息初始值的选取渐近稳定.

根据白噪声估值的表达式易知白噪声估值对于新息初始值的选取渐近稳定，由此进一步可证明系统的最优预报 $(0<l<n-n_0+1)$，最优滤波，最优平滑对于新息初始值的选取也渐近稳定.

5 自校正最优预报器

本节假定 Q_w, Q_v 未知. $l \geqslant n+n_0-1$ 时由于 $\hat{x}(t+l|t)$ 具有 (29) 的形式, 自校正预报器由如下二步组成

1) 令 $m(t)=A(q^{-1})y(t)$, 则 (19) 变为

$$m(t)=D(q^{-1})\varepsilon(t). \tag{36}$$

用递推增广最小二乘法在线辨识 (36), 假设在 t 时刻系数阵 D_i 的估值记为 $\hat{D}_i(t)$ $(i=1,2,\cdots n_d)$, $\varepsilon(t)$ 的估值记为 $\hat{\varepsilon}(t)$, $\hat{\varepsilon}(t)$ 递推计算为

$$\hat{\varepsilon}(t)=m(t)-\hat{D}_1(t)\hat{\varepsilon}(t-1)-\cdots-\hat{D}_{n_d}(t)\hat{\varepsilon}(t-n_d). \tag{37}$$

2) 将 $\hat{D}_i(t)$ 及 $\hat{\varepsilon}(t)$ 代入 (30)式可得输出预报估值, 将输出 $y(t)$ 的有关预报估值代入 (29) 式得 $\hat{x}(t+l|t)$.

上述二步在每时刻重复进行.

假若上述的参数估计是一致的, 即当 $t\to\infty$ 时, $\hat{D}_i(t)\to D_i$, 则也有 $\hat{\varepsilon}(t)\to\varepsilon(t)$, 从而 $\hat{x}(t+l|t)$ 渐近于上节提出的最优预报器.

注 3. 由上看出 $l\geqslant n+n_0-1$ 时自校正预报具有很简单的形式, 不需要估计未知的噪声协方差阵, 只需辨识 (36) 即可. $l<n+n_0-1$ 时由于状态的最优估计 (预报, 滤波和平滑) 含有未知的噪声方差阵, 因此自校正状态估计除辨识 (36) 式外, 还要估计噪声方差阵, 噪声方差阵的估计比较困难, 这一问题有待于进一步研究.

6 仿真例子

已知广义系统

$$Mx(t)=\Phi x(t-1)+\Gamma w(t-1), \tag{38}$$

$$y(t)=Hx(t)+v(t). \tag{39}$$

$$x(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\end{bmatrix},\quad M=\begin{bmatrix}1&0&0\\-1&0&1\\0&0&0\end{bmatrix},\ \Phi=\begin{bmatrix}1&0&0\\-0.5&0.5&0\\-0.25&0&0.25\end{bmatrix},\ \Gamma=\begin{bmatrix}-1\\0.5\\0.125\end{bmatrix},$$

$H=[0\ 1\ 0]$. $w(t)$, $v(t)$ 是零均值的白噪声序列, 方差分别为 1 和 0:25. 易知该系统含有脉冲模. 容易计算

$$\Psi=\begin{bmatrix}1&0&0\\-1&0&2\\1&0&0\end{bmatrix},\quad G=\begin{bmatrix}1\\0\\0.5\end{bmatrix}. \tag{40}$$

ARMA 新息模型

$$(1-q^{-1})y(t)=(1+d_1q^{-1})\varepsilon(t). \tag{41}$$

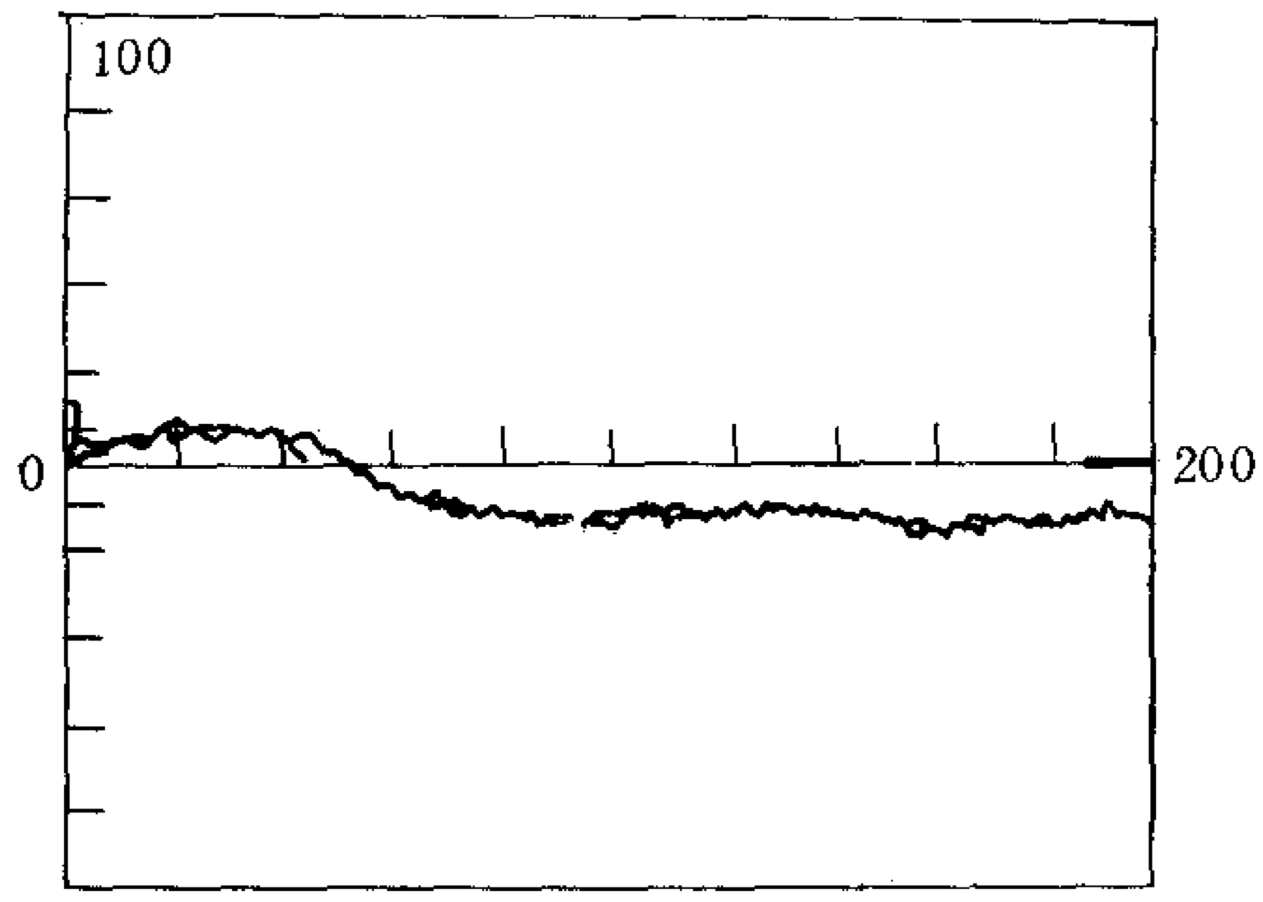


图 1 $x_1(t+4)$ 与自校正预报 $\hat{x}_1(t+4|t)$

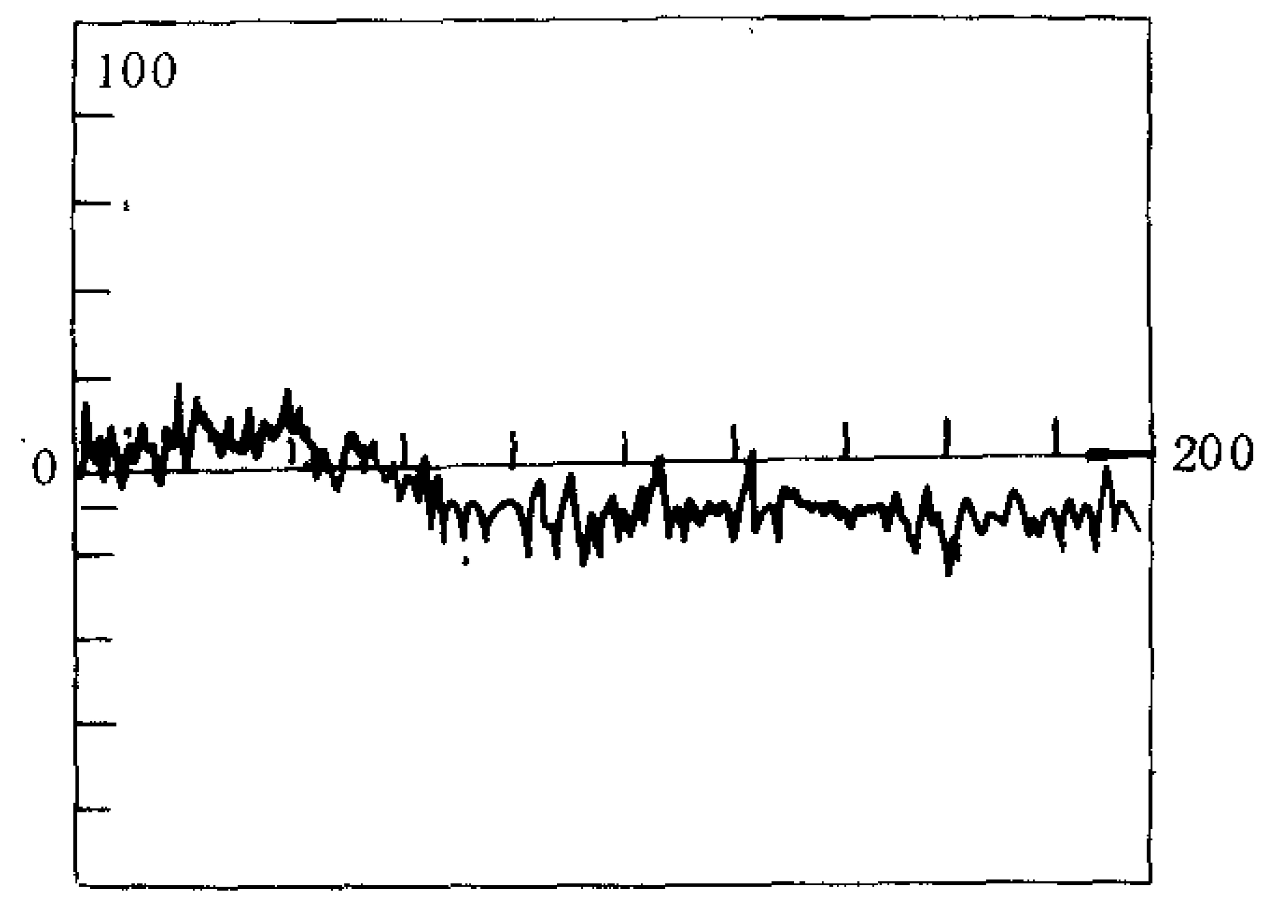


图 2 $x_2(t+4)$ 与自校正预报 $\hat{x}_2(t+4|t)$

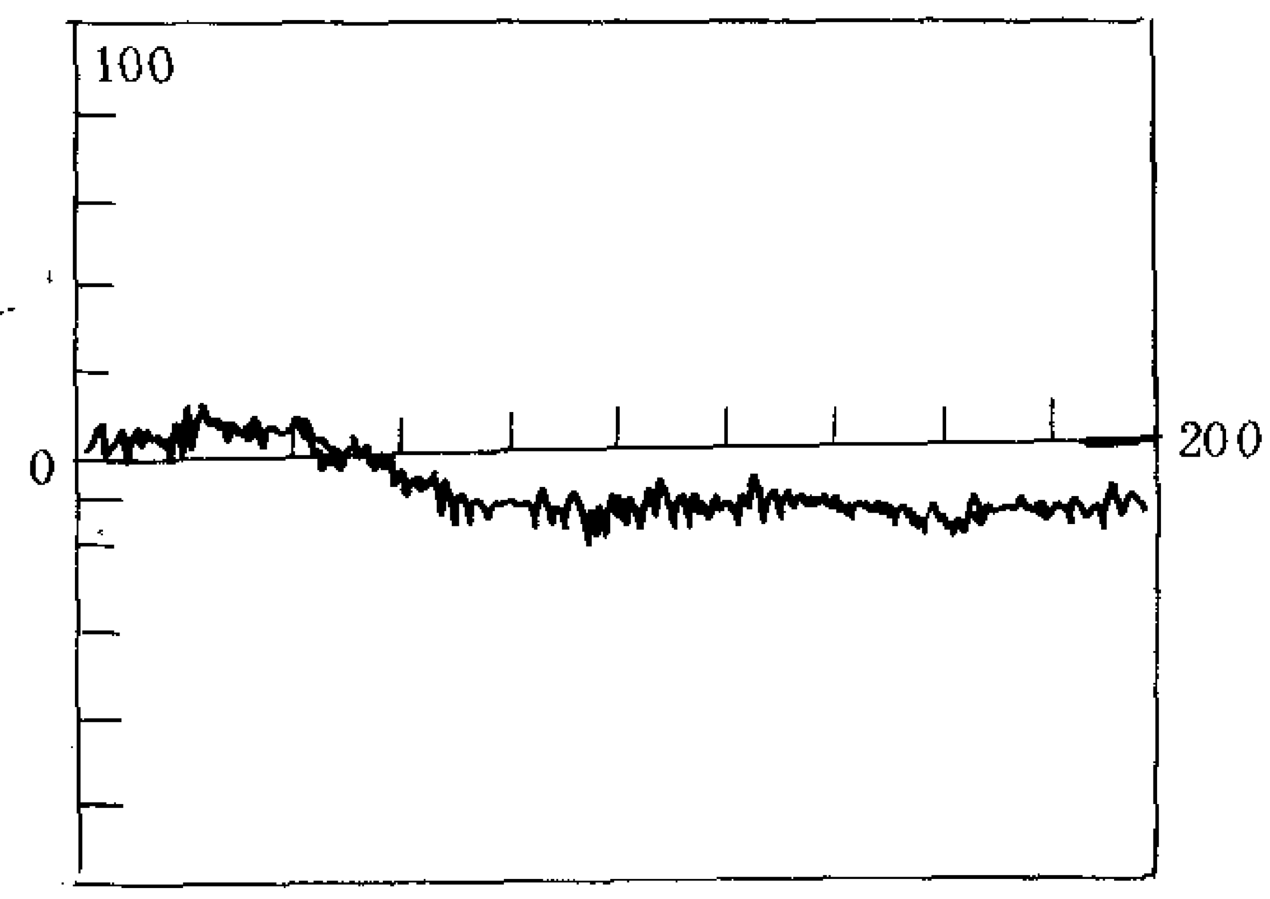


图 3 $x_3(t+4)$ 与自校正预报 $\hat{x}_3(t+4|t)$

$n_0=2$，$l\geqslant n+n_0-1=4$，本例取 $l=4$，状态的自校正预报器：

$$\hat{x}(t+4|t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0.5 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{y}(t+4|t)\\ \hat{y}(t+3|t)\\ \hat{y}(t+2|t)\end{bmatrix},\quad(42)$$

$\hat{y}(t+4|t)$，$\hat{y}(t+3|t)$，$\hat{y}(t+2|t)$ 由(41)式来计算．辨识 (41) 得到 d_1 及 $\varepsilon(t)$ 的估值．本例计算200步，仿真结果见图1—3．

7 结束语

本文的主要工作

1) 初步解决了广义离散随机线性系统最优预报和平滑估计问题，同时给出了最优滤波估计的新方法，在一定条件下当噪声统计未知时提出了自校正预报估计

2) 证明了算法对于初始值（新息）的选取渐近稳定．

参 考 文 献

[1] 邓自立，郭一新．现代时间序列分析及应用——建模、滤波、去卷、预报和控制．知识出版社，1989．

[2] 王恩平，王朝珠．广义离散随机线性系统的最优递推滤波方法．自动化学报，1988，**14**(6)：409—415．

[3] 秦超英，戴冠中．广义离散随机线性系统的状态估计．信息与控制，1992，**21**(5)：261—265．

[4] Dai Liyi. Filtering and LQG Problem for Discrete-Time Stochastic Singular Systems. IEEE Trans. 1989. **AC-34**(10): 1105—1108.

[5] 王朝珠，戴立意．广义动态系统．控制理论与应用，1986，**3**(1)：2—12．

[6] L．荣．系统辨识．华东师范大学出版社，1990．

[7] 邓自立，梁 昌，张焕水．单输出系统最优自校正滤波新方法及其在跟踪系统中的应用．信息与控制，1993，**22**(2)：83—89．

[8] Jezek and Kucera. Efficient Algorithm for Matrix Spectral Factorization. Automatica, 1985, **21**(6): 663—669.

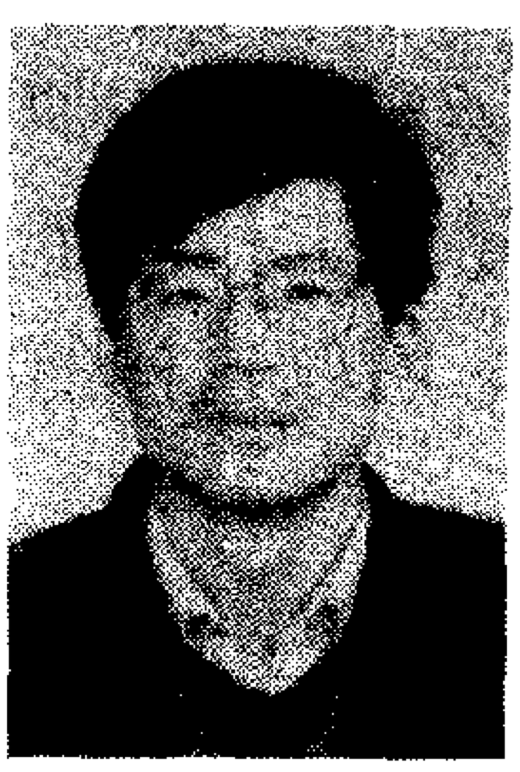
SELF-TUNING OPTIMAL PREDICTORS FOR SINGULAR DISCRETE STOCHASTIC LINEAR SYSTEMS

ZHANG HUANSHUI
(*Department of Mathematics, Taian Teacher's College Taian* 271000)
DENG ZILI
(*Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University Harbin* 150080)

ABSTRACT

Using the modern time series analysis method, this paper deals with the optimal and adaptive state stimation for the singular discrete stochastic linear systems. The optimal predictor is presented by converting the state estimation into the output prediction and noise estimation, and the asymptotic stability for the initial values of the optimal predictor is proved. The self-tuning predictor is also presented as the convariance matrixes are unknown in this paper. A simulation example shows its usefulness.

Key words: Singular discrete stochastic linear system, self-tuning, predictor, ARMA innovation model.



张焕水　1963 年生，1986 年毕业于曲阜师范大学数学系，1991 年于黑龙江大学应用数学研究所获自动控制理论及应用专业工学硕士学位. 1991—1994 年在泰安师范专科学校数学系工作，现为东北大学自动化研究中心博士研究生. 研究领域是自适应状态估计，信号处理，现代时间序列分析. 发表论文 20 余篇.

邓自立　1938 年生，1962 年毕业于黑龙江大学数学系. 现为黑龙江大学应用数学研究所教授. 研究领域有自适应滤波，信号处理，现代时间序列分析，过程控制.