

由深度数据重建三维物体的一种方法¹⁾

田 捷 戴汝为

(中国科学院自动化研究所 北京 100080)

摘 要

讨论由深度数据重建三维物体的一种新方法。其基本思想是根据由基于物体旋转的主动式三角法三维信息获取系统所获取的物体深度数据作为该物体的型值点。再根据型值点进行网格划分,以便形成满足一定约束条件的空间拓扑网格。最后使用有理 Bezier 三角曲面片与矩形曲面片相结合的方法进行曲面拟合与逼近。

关键词: 深度数据, 三维重建, 曲面模型。

1 引言

物体的三维深度数据是目前计算机视觉中的最主要的图象格式,而由深度数据重建三维物体则是计算机视觉中倍受关注的重要问题^[1],同时也是与计算机图形学, CAD, CAGD 紧密联系的交叉课题方向^[2]。目前国内外常用的三维重建方法是采用多项式曲面逼近与拟合,所使用的曲面类型一般为矩形域上的 Bezier 曲面和 B 样条曲面。尽管这种方法已在计算机视觉的建模中得到一定的应用,但其缺点是对复杂形状物体的数据往往因为不得不使用退化的矩形曲面而使得误差难以控制,从而影响重建的效果。在计算机图形学与 CAGD 中为解决类似的问题而分别提出了在三角域上构造三角曲面以增加曲面构造区域的灵活性的新方法和采用有理曲面以增加曲面描述能力的措施^[2,4,5]。如果将两者结合起来,即使用三角域上的有理曲面并应用在由深度数据重建三维物体模型的研究上,将具有重要的理论意义与实用价值。这种基于有理曲面逼近的由深度数据重建三维物体的新方法的基本思想是根据由基于物体旋转的主动式三角法三维信息获取系统^[6]所获取的物体深度数据(每条 200 点,最多可达 18000 条)作为该物体的型值点。再根据型值点进行网格划分,以便形成满足一定约束条件的空间拓扑网格。最后使用有理 Bezier 三角曲面片与矩形曲面片相结合的方法进行曲面逼近与拟合。使用有理 Bezier 曲面片的优点在于:从构造曲面的区域来看,在三角域上构造三角曲面片增加了曲面构

1) 得到国家自然科学基金委和汕头大学人工智能与模式识别开放实验室的资助。
本文于 1994 年 3 月 10 日收到。

造区域的灵活性和实用性;另一方面从曲面的表达方式来看,采用有理形式表示曲面增加了曲面表示范围,解决了工程设计中常用的二次曲面的精确表示问题。同时采用矩形片与三角片相结合的方式对上述型值点进行拟合,可以克服常规的只有矩形曲面方法的缺点。使用这一方法的关键问题是要解决有理 Bezier 曲面片之间及其与矩形曲面片之间的光滑拼接问题。本文主要讨论的是上述两种曲面之间的光滑拼接。曲面的光滑拼接也是 Barnhill 提出的八个公开问题之一^[2],所以本文的方法不仅可用于三维重建,还可用于 CAD 与计算机图形学中的复杂曲面的造型与设计。

2 曲面光滑拼接条件

曲面光滑拼接是指相邻曲面片在公共边界具有切平面连续(一阶几何连续)和曲率连续(二阶几何连续)。

2.1 三角片之间光滑拼接

设 $R_{(1)}^n(p)$ 与 $R_{(2)}^n(q)$ 为三角域 $T = \Delta T_1 T_2 T_3$ 与 $T^* = \Delta T_0 T_2 T_3$ 上的两个 n 次有理 Bezier 三角曲面片,即

$$R^n(p) = \frac{\sum_{i+j+k=n} \omega_{ijk} R_{ijk} B_{ijk}^n(p)}{\sum_{i+j+k=n} \omega_{ijk} B_{ijk}^n(p)}, p \in T, \quad (1)$$

$$R^n(q) = \frac{\sum_{i+j+k=n} \omega_{ijk}^* R_{ijk}^* B_{ijk}^n(q)}{\sum_{i+j+k=n} \omega_{ijk}^* B_{ijk}^n(q)}, q \in T^*, \quad (2)$$

其中 $B_{ijk}^n(p), B_{ijk}^n(q)$ 为二元 n 次 Bernstein 函数; $R_{ijk}, R_{ijk}^* (0 \leq i, j, k \leq n; i + j + k = n)$ 为 Bezier 网格点。

下面利用微分几何的方法给出有理 Bezier 三角曲面片之间的几何意义明确、构造方便、计算简单、调节灵活实用的光滑拼接条件。

引理 1. (Kahman) 若两曲面片 $P(u, v), Q(x, y) (u, v, x, y \in [0, 1])$ 在公共边界曲线上满足

$$P(1, v) = Q(0, y) \quad 0 \leq v = y \leq 1, \quad (3)$$

$$Q_x(0, v) = p(v)P_u(1, v) + q(v)P_v(1, v), \quad (4)$$

则两曲面为一阶几何连续的;若还满足

$$Q_{xx}(0, v) = p(v)^2 P_{uu}(1, v) + 2p(v)q(v)P_{uv}(1, v) + q(v)^2 P_{vv}(1, v), \quad (5)$$

则这两曲面为二阶几何连续的。

引理 1 的证明可参阅文献[2]。由引理 1 通过计算方向导数可得下述引理。

引理 2. 当 $R_{(1)}^n(p)$ 与 $R_{(2)}^n(q)$ 在公共边界上满足

$$R_{(2)}^n(q) = R_{(1)}^n(p), \quad (6)$$

$$D_r(R_{(2)}^n(q)) = \nu(D_\nu(R_{(1)}^n(p))) - \mu(D_w(R_{(1)}^n(p))), \quad (7)$$

则两曲面片为几何一阶连续的;若还满足

$$D_{rr}(R_{(2)}^n(q)) = \nu^2(D_{\nu\nu}(R_{(1)}^n(p))) - 2\mu\nu(D_{\nu w}(R_{(1)}^n(p))) + \mu^2(D_{ww}(R_{(1)}^n(p))), \quad (8)$$

则两曲面为几何二阶连续的。其中

$$D_u R^n(p) = \frac{\partial}{\partial u} R^n(p) - \frac{\partial}{\partial w} R^n(p), \quad (9)$$

$$D_v R^n(p) = \frac{\partial}{\partial w} R^n(p) - \frac{\partial}{\partial v} R^n(p), \quad (10)$$

表示沿公共边界曲线方向的方向导数。

定理 1. 若 $R_{(2)}^n(q)$ 的 Bezier 网格点与权因子满足下列条件

$$R_{0jk}^* = R_{0jk}, \omega_{0jk}^* = \omega_{0jk}, (j+k=n), \quad (11)$$

$$R_{1jk}^* = \lambda \frac{\omega_{0jk+1}}{\omega_{1jk}^*} R_{0jk+1} + \mu \frac{\omega_{0j+1k}}{\omega_{1jk}^*} R_{0j+1k} + \nu \frac{\omega_{1jk}}{\omega_{1jk}^*} R_{1jk} \quad (j+k=n-1), \quad (12)$$

$$\omega_{1jk}^* = \lambda \omega_{0jk+1} + \mu \omega_{0j+1k} + \nu \omega_{1jk} \quad (j+k=n-1), \quad (13)$$

则两曲面片 $R_{(1)}^n(p)$ 与 $R_{(2)}^n(q)$ 在公共边界上达到几何一阶连续;若还满足

$$R_{2jk}^* = \lambda \frac{\omega_{1jk+1}^*}{\omega_{2jk}^*} R_{1jk+1}^* + \mu \frac{\omega_{1j+1k}^*}{\omega_{2jk}^*} R_{1j+1k}^* + \nu \frac{1}{\omega_{2jk}^*} d_{2jk} \quad (j+k=n-2), \quad (14)$$

$$\omega_{2jk}^* = \lambda \omega_{1jk+1}^* + \mu \omega_{1j+1k}^* + \nu e_{2jk} \quad (j+k=n-2), \quad (15)$$

则两曲面片达到几何二阶连续。其中

$$d = \lambda \omega_{1jk+1} R_{1jk+1} + \mu \omega_{1j+1k} R_{1j+1k} + \nu \omega_{2jk} R_{2jk}, \quad (16)$$

$$e_{2jk} = \lambda \omega_{1jk+1} + \mu \omega_{1j+1k} + \nu \omega_{2jk} \quad (j+k=n-2), \quad (17)$$

$$\lambda = 1 - \mu - \nu, \mu, \nu \in R^1, \nu < 0.$$

这里略去了此定理的繁琐证明,给出了上述几何连续条件(12)与(14)式的几何构造方法。

条件(12)式说明,以 $R_{(1)}^n(p)$ 的第一排和第二排 Bezier 网格点 $R_{0jk+1}, R_{0j+1k}, R_{1jk}$ 为顶点,以

$$\left(\lambda \frac{\omega_{0jk+1}}{\omega_{1jk}^*}, \mu \frac{\omega_{0j+1k}}{\omega_{1jk}^*}, \nu \frac{\omega_{1jk}}{\omega_{1jk}^*} \right) \quad (18)$$

为重心坐标来构造 $R_{(2)}^n(q)$ 的第二排 Bezier 网格点 $R_{1jk}^* (j+k=n-1)$ 。对 $R_{(2)}^n(q)$ 其余 $n-2$ 排 Bezier 网格点的任意选取,则两曲面片均为几何一阶连续的。

条件(14)式说明,在由(2)式构造出 $R_{(2)}^n(q)$ 的第二排 Bezier 网格点 $R_{1jk}^* (j+k=n-1)$ 之后,再以 $R_{(1)}^n(p)$ 的第二排和第三排 Bezier 网格点 $R_{1jk+1}, R_{1j+1k}, R_{2jk} (j+k=n-2)$ 为顶点,以

$$(\lambda \omega_{1jk+1}, \mu \omega_{1j+1k}, \nu \omega_{2jk}) \quad (19)$$

为重心坐标构造 d_{2jk} , 最后以 $R_{1jk+1}^*, R_{1j+1k}^*, d_{2jk} (j+k=n-2)$ 为顶点,以

$$\left(\lambda \frac{\omega_{1jk+1}^*}{\omega_{2jk}^*}, \mu \frac{\omega_{1j+1k}^*}{\omega_{2jk}^*}, \nu \frac{1}{\omega_{2jk}^*} \right) \quad (20)$$

为重心坐标构造 $R_{(2)}^n(q)$ 的第三排 Bezier 网格点 $R_{ijk}^* (i+j+k=n-2)$, 则对 $R_{(2)}^n(q)$ 的其余 $n-3$ 排 Bezier 点的任意选取,都可以保证两曲面片达到几何二阶连续。

在(18)与(19)式中, λ, μ, ν 可用作调节因子,这样可增加构造过程的灵活性。

2.2 三角片与矩形片之间的光滑拼接

为了得到有理 Bezier 三角曲面片与矩形曲面片之间的光滑拼接条件,先给出两者之

间的相互转化公式。设

$$P^{n \times m}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \beta_{ij} P_{ij} B_i^n(u) B_j^m(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \beta_{ij} B_i^n(u) B_j^m(v)} \quad (0 \leq u, v \leq 1), \quad (21)$$

$$R^n(u, v) = \frac{\sum_{i+j=n} \omega_{ij} R_{ij} B_{ij}^n(u, v)}{\sum_{i+j=n} \omega_{ij} B_{ij}^n(u, v)} \quad (0 \leq u, v \leq 1, u+v \leq 1, 0 \leq i, j \leq n), \quad (22)$$

分别是单位矩形域上的 $n \times m$ 次有理 Bezier 矩形曲面片和三角域上的 n 次有理 Bezier 三角曲面片。

引理 3. 设 P_{ij} ($i = 0, \dots, m, j = 0, \dots, n$) 与 β_{ij} 分别是 (21) 式对应的 Bezier 网格点与相应的权因子。则必有 (22) 式的 Bezier 网格点 R_{rs} ($0 \leq r, s, r+s \leq n+m$) 与权因子 ω_{rs} , 使得

$$R^{n+m}(u, v) = P^{n \times m}(u, v). \quad (23)$$

其中

$$R_{rs} = \frac{1}{\omega_{rs} C_{n+m}^{n+m}} \sum_{i=0}^r \sum_{j=\max(0, s-m+i)}^{\min(s, n-r+i)} \omega_{rs} P_{ij} C_r^i C_s^j C_{n+m-r-s}^{m+j-i-s}, \quad (24)$$

$$\omega_{rs} = \frac{1}{C_{n+m}^{n+m}} \sum_{i=0}^r \sum_{j=\max(0, s-m+i)}^{\min(s, n-r+i)} \beta_{ij} C_r^i C_s^j C_{n+m-r-s}^{m+j-i-s}. \quad (25)$$

引理 4. 设 R_{ij} ($0 \leq i, j; i+j \leq n$), ω_{ij} 分别是与 (22) 式对应的 Bezier 网格点与相应的权因子, 则必有 (21) 式的 Bezier 网格点 P_{rs} ($r, s = 0, \dots, n$) 与权因子 β_{rs} , 使得

$$P^{n \times n}(u, v) = R^n(u, v). \quad (26)$$

其中

$$P_{rs} = \sum_{l=0}^{\min(i, j)} \frac{C_j^l C_{n-i}^{i-l}}{\beta_{rs} C_n^i} (E_1 + E_2 - I)^l \omega_{i-l, j-l} R_{i-l, j-l}, \quad (27)$$

$$\beta_{rs} = \sum_{l=0}^{\min(i, j)} \frac{C_j^l C_{n-i}^{i-l}}{C_n^i} (E_1 + E_2 - I)^l \omega_{i-l, j-l}. \quad (28)$$

(25) 与 (26) 式中的 E_i ($i = 1, 2$) 为移位算子, I 为恒等算子。有了上述两个引理, 利用定理 1, 可以得到有理 Bezier 矩形曲面片与有理 Bezier 三角曲面片之间光滑拼接的算法。

算法. 与给定有理 Bezier 矩形曲面片光滑拼接的有理 Bezier 三角曲面片的生成。

input: $P = \{P_{ij}, \beta_{ij}, 0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq m\}, \lambda, \mu, \nu, (\lambda + \mu + \nu = 1, \nu < 0) m, n$

output: $R = \{R_{rs}, \omega_{rs}, 0 \leq r, s \leq n+m\}$

Produce getsur ($P, R, \lambda, \mu, \nu, m, n,$)

begin

步骤 1. [converting rational rectangular form to triangular form]

for $0 \leq r, s \leq n+m, r+s \leq n+m$

sum1 \leftarrow 0, sum2 \leftarrow 0

for $0 \leq i \leq r$

```

a ← max(0, s - m + i)
b ← max(s, n - r + i)
sum3 ← 0, sum4 ← 0
for a ≤ j ≤ b
  Cri ← r! / i! (r - i)!
  Csj ← s! / j! (s - j)!
  Cmn ← (n + m - r - s)! / (m - j - i - s)! (n + i - r - j)!
  Crs ← n! m! / (n + m)!
  sum3 ← βij Pij Cri Csj Cmn + sum3
  sum4 ← βij Pij Cri Csj Cmn + sum4
end for
sum1 ← sum3 * Crs + sum1
sum2 ← sum4 * Crs + sum2
end for
αrs ← sum2
brs ← sum1
brs ← brs / αrs
end for
result 1: b = {brs, αrs, 0 ≤ r, s, r + s ≤ n + m}

```

步骤 2. [generated adjacent rational triangular patch]

```

for 0 ≤ r, s ≤ n + m, r + s ≤ n + m
  i ← m + n - r - s
  brsi ← brs
  αrsi ← αrs
end for
for 0 ≤ s ≤ n + m, r = 0, i = n + m - s
  R0si ← b0si
  ω0si ← α0si
end for
for 0 ≤ s ≤ n + m, r = 1, i = n + m - s - 1
  ω1si ← λ α0s+1 + μ α0s+1i + ν α1si
  e2si ← λ α1s+1 + μ α1s+1i + ν α2si
  ω2si ← λ ω1s+1 + μ ω1s+1i + ν e2si
  d2si ← λ α1s+1 b1s+1 + μ α1s+1i b1s+1i + ν α2si b2si
  R1si ← (λ α0s+1 b0s+1 + μ α0s+1i b0s+1i + ν α1si b1si) / ω1si
  R2si ← (λ ω1s+1 R1s+1 + μ ω1s+1i R1s+1i + ν d2si) / ω2si
end for
for 3 ≤ r ≤ n + m, 0 ≤ s ≤ n + m - r, i = n + m - r - s

```



```

 $\omega_{rst} \leftarrow$  a positive real value in  $R^1$ 
 $R_{rst} \leftarrow$  a vector in  $R^3$ 
end for
result 2:  $R$ 
end

```

当有理 Bezier 三角片已知时, 同理可用类似算法得到与其光滑拼接的有理 Bezier 矩形曲面片。这种利用转化公式和定理 1 的结论而导出的有理 Bezier 三角曲面片与有理 Bezier 矩形曲面片之间的光滑拼接条件具有算法简单、没有附加约束条件的优点。

3 实验结果及其讨论

本文所给出的有理曲面片之间的光滑拼接条件具有构造简单、调节灵活、几何意义明确的特点。同时还给出了有理曲面的生成显示算法^[5], 从而为在实际应用中采用有理 Bezier 三角曲面片与有理 Bezier 矩形曲面片配合使用的方法提供了保证。

应用前述算法在 SGI indigo 上实现了一个基于有理曲面逼近的由深度数据重建三维物体的试验系统, 其中深度数据的获取使用了国家模式识别实验室的基于物体旋转的主动式三角法三维信息获取系统, 使用精度为每 2 度采样一次共 180 条采样线, 每条线上 200 个点, 以此作为待重建物体的型值点。再对这些型值点进行网络划分, 构成满足一定约束条件的空间拓扑网络。然后采用有理 Bezier 三角曲面片与矩形曲面相结合的方法进行曲面逼近与拟合, 以人头塑像等较为复杂的三维物体作为试验对象, 重建效果是令人满意的。另外, 在根据型值点(深度数据)进行网格划分时, 由于满足网格约束条件的拓扑划分一般是不唯一的, 所以对同样的型值点数据, 可以构造几何形状有所不同的曲面, 对于出自同样的型值数据, 并满足相同连续性要求的不同曲面的取舍, 主要依据曲面对原始型值数据的几何特征的继承性与曲面的光顺性。为了达到这一目的, 首先应通过型值数据的分布信息粗判曲面所蕴含的几何形状。然后借助粗判结果, 进行合理的网格划分。在网格划分的过程中, 应当遵循型值数据变化均匀, 网格加大, 型值数据变化剧烈, 网格加细的原则。并在保证曲面连续性的前提下, 尽可能减少网格的数目。

参 考 文 献

- [1] Negahdaripour S, Jain A K. Final report of the NSF workshop on the challenges in computer vision research—future directions of research, Nov. 22, 1991.
- [2] Barnhill, R. Surfaces in computer aided geometric design—a survey with new results. *Computer Aided Geometric Design*, 1985, 1: 1—17.
- [3] Besl P J. Geometric modeling and computer vision. In Proc. IEEE, 1988, 76(8): 118—127.
- [4] Tian J. A Geometric condition for smoothness between adjacent rational Bezier surfaces. *International Journal of Computer in Industry*, 1990, 23(4): 355—360.
- [5] Tian J. The recursive algorithm and subdivision algorithms of rational bezier triangular surfaces. IFIP Transactions B—1 Information Technology for Advanced Manufacturing Systems, Amsterdam: North-Holland, 1990, 315—322.

A METHOD OF 3D OBJECTS RECONSTRUCTION FROM RANGE DATA

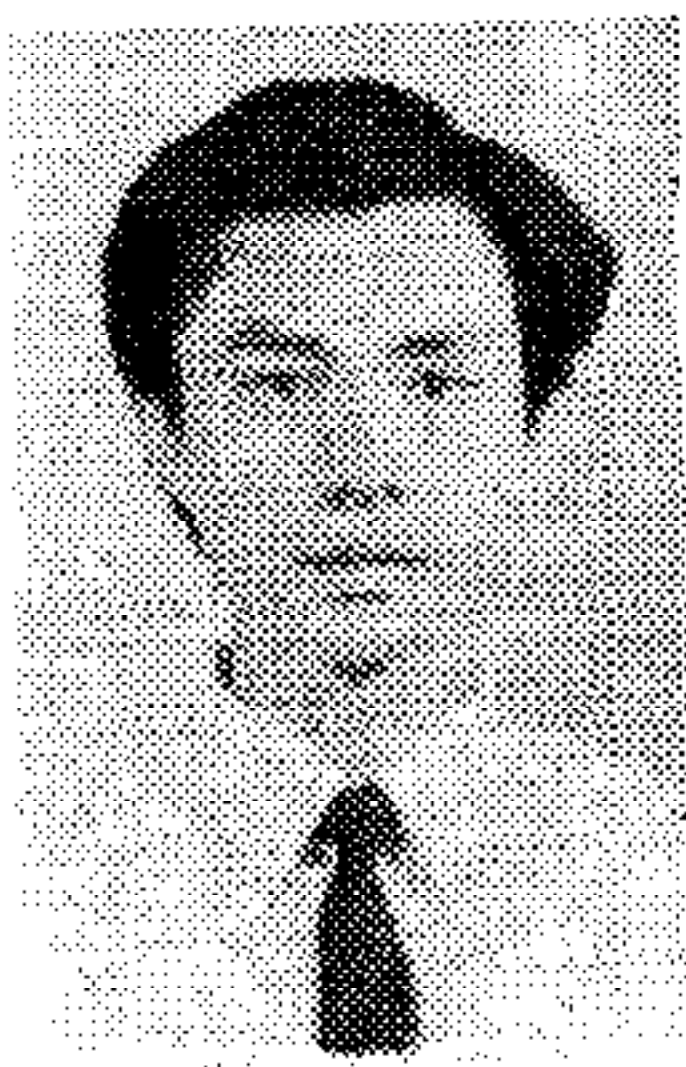
TIAN JIE DAI RUWEI

(*Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

ABSTRACT

In this article, we present a new technique for the reconstruction of 3D object models from its range data that obtained from an active 3D range finder based on object rotating. Our technique is to transform range data into Bezier control net points, then we use rational Bezier surfaces as approximation surfaces. In order to use this method, we discuss the problems of geometric continuity for rational Bezier surfaces. This problem is an open problems of CAGD. Concise conditions of first order and second order geometric continuity for rational triangular Bezier surfaces and between rational triangular Bezier patches and rational rectangular Bezier patches are given. Meanwhile, the transformation formula between rational triangular patches and rational rectangular patches are is obtained.

Key words: Range data, 3D reconstruction, surface modeling.



田 捷 1960 年出生, 中科院自动化研究所副研究员, 工学博士, 美国数学评论杂志 (《Mathematical Reviews》) 特约评论员。目前主要研究领域是计算机视觉, 多媒体和计算机辅助几何设计的理论与方法。

戴汝为 简历及照片见本刊 19 卷 5 期。