

# 时滞系统的变结构控制及其在火箭发动机 燃烧过程镇定中的应用<sup>1)</sup>

郑 锋

(清华大学电机工程系 北京 100084)

程 勉

高为炳

(北京航空航天大学第七研究室 北京 100083)

## 摘 要

火箭发动机燃烧室中燃烧过程的动力学模型是一不稳定时滞系统,用传统的线性状态反馈方法来镇定它,所得到的闭环系统对燃烧时滞及压力指数的鲁棒性很差.本文采用文[1]中提出的变结构控制方法来镇定该燃烧过程,所形成的闭环系统显著地改善了系统对燃烧时滞及压力指数的鲁棒性.

**关键词:** 火箭发动机,镇定,变结构控制.

## 1 引言

火箭发动机燃烧室中燃烧过程的动力学模型是一不稳定时滞系统<sup>[2,3]</sup>,用传统的线性状态反馈方法来镇定它,所得到的闭环系统对燃烧时滞及压力指数的鲁棒性很差<sup>[4]</sup>,这在应用中是不能令人满意的.另一方面,由于变结构控制系统对外部干扰及参数摄动却具有很强的鲁棒性,尤其是其特有的滑动模态对一类干扰或参数摄动具有完全自适应性<sup>[5,6]</sup>,因此变结构控制理论近年来受到广泛关注,并已成功地应用于许多复杂的实际系统中去(见文[7,8]及其中参考文献).因而有必要把变结构控制理论应用到火箭发动机燃烧过程的镇定中来.

下面主要讨论文[1]中提出的时滞系统变结构控制理论在这一镇定问题中的应用.

## 2 火箭发动机燃烧过程的镇定

考虑带有反馈伺服机构的单一燃料液体火箭发动机,整个馈送系统如图1所示.其中燃烧室中的压力是通过调节燃料泵出口处的压力来实现的.整个系统的动力学模型

1) 国家自然科学基金资助课题.  
本文于1993年12月23日收到.

为<sup>[2,3]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \dot{\phi}(t) &= (\gamma - 1)\phi(t) - \gamma\phi(t - \delta) + \mu(t - \delta), \\ \dot{\mu}_1(t) &= \frac{1}{\xi J} \left[ -\phi(t) + \frac{p_0 - p_1}{2\Delta p} \right], \\ \dot{\mu}(t) &= \frac{1}{(1 - \xi)J} [-\mu(t) + \phi(t) - P\phi(t)], \\ \dot{\psi}(t) &= \frac{1}{E} [\mu_1(t) - \mu(t)]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

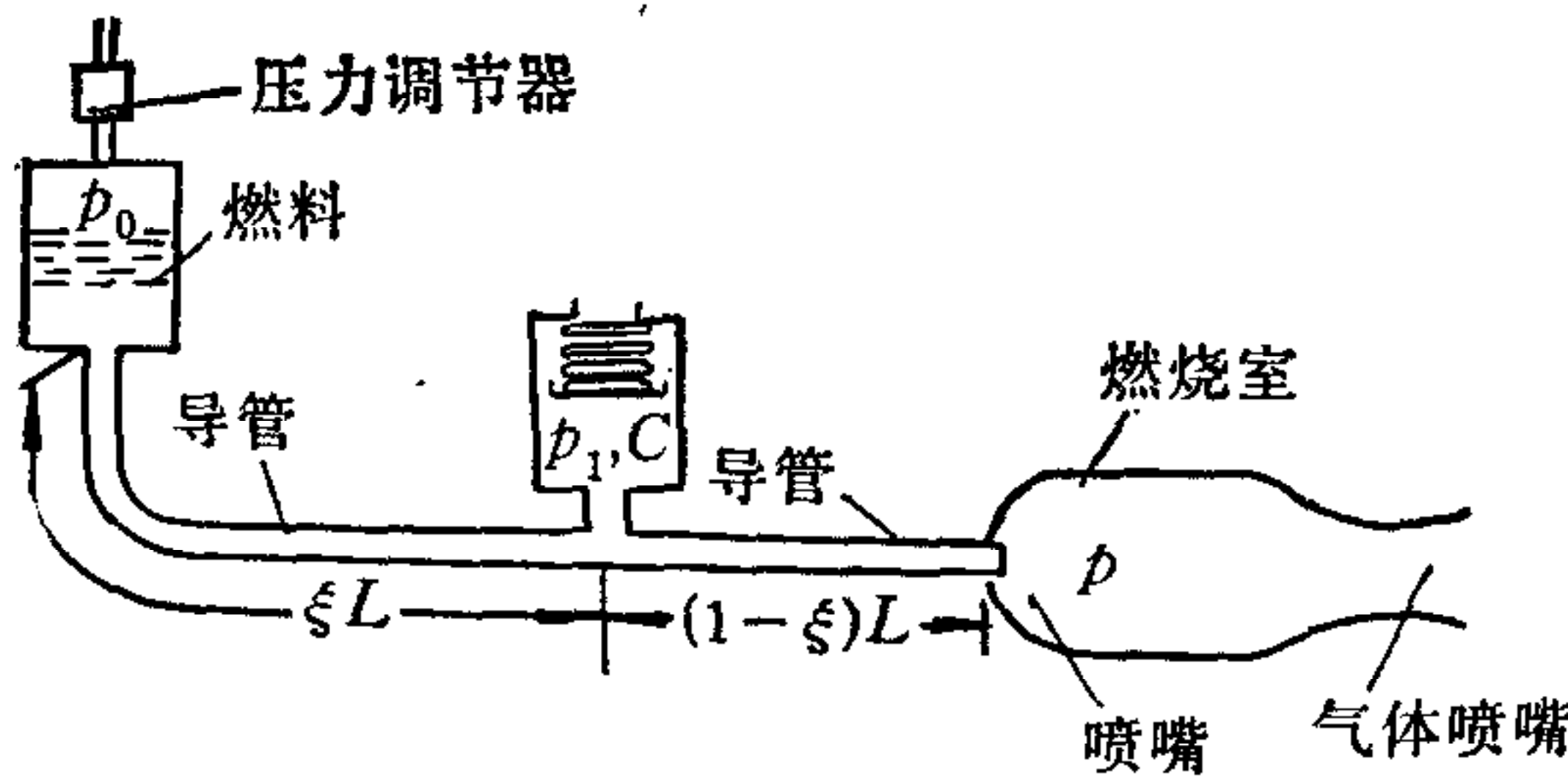


图1 火箭发动机馈送系统示意图

其中  $t$  为对  $\theta_g$  归一化的时间(reduced time), 设真实时间为  $\bar{t}$ , 则这里的时间  $t$  为  $t = \bar{t}/\theta_g$ ,  $\theta_g$  为燃气通过时间(gas residence time);  $\delta = \bar{\tau}/\theta_g$ ,  $\bar{\tau}$  表示稳态情况下燃料从喷入到开始燃烧之间的时滞, 它为常数;  $\phi(t) = \frac{p(t) - \bar{p}}{\bar{p}}$ ;  $p(t)$  为时刻  $t$  燃烧室中的

压力;  $\bar{p}$  为燃烧室中压力的稳态平均值;

值;  $\mu(t) = \frac{\dot{m}_i - \bar{m}}{\bar{m}}$ ;  $\dot{m}_i$  为时刻  $t$  喷入燃料的质量速率;  $\bar{m}$  为流过整个系统的燃料的稳态质量速率;

$\gamma$  为一常数, 它是表征燃烧室中的从热燃气到喷入的液体燃料的传热速率与压力之间的关系的一个指数, 这里我们称之为压力指数;  $\mu_1(t) = \frac{\dot{m}_1(t) - \bar{m}}{\bar{m}}$ ;  $\dot{m}_1(t)$  为

时刻  $t$  从燃料泵到弹簧容器口之间的燃料流过的瞬时质量速率;  $\phi(t) = \frac{p_1(t) - \bar{p}_1}{2\Delta p}$ ;

$p_1(t)$  为时刻  $t$  作用在弹簧容器口处的压力,  $\bar{p}_1$  为  $p_1(t)$  的稳态值,  $\Delta p = \bar{p}_1 - \bar{p}$  表示稳态情况下从弹簧容器口到喷嘴处的压降;  $p_0$  为燃料泵出口处的压力;  $J$  表示系统的惯性参数;

$E$  表示系统的弹性参数;  $P = \frac{\bar{p}}{2\Delta p}$ .

各参数取下述典型值:  $\gamma = 1, \xi = 0.5, \delta = 1, J = 2, P = 1, E = 1$ . 将  $u = \frac{p_0 - p_1}{2\Delta p}$

作为控制变量, 令

$$x(t) = [\phi(t) \mu_1(t) \mu(t) \psi(t)]^T,$$

则系统(1)化为

$$S_{d1}: \dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t - \delta) + B_0 u(t). \quad (2)$$

其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} \gamma - 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

容易验证, 系统  $S_{d1}$  是谱能控的.

令  $\nu_0 = 1.0$ , 则有<sup>[4]</sup>

$$\sigma_{u_s}(S_{d1}) = \{-0.18627 \pm j0.91796, 0.11255 \pm j1.52015\},$$

相应的特征矩阵  $A$  为

$$A = \begin{bmatrix} -1.0193 & 0.0000 & 1.0193 & 0.0000 \\ -0.4986 & 0.0000 & 0.4986 & -1.0000 \\ -2.8718 & 0.0000 & 0.8718 & 1.0000 \\ -0.9215 & 1.0000 & -0.0785 & 0.0000 \end{bmatrix}.$$

因为控制变量无时滞, 所以  $B = B_0$ . 变换  $T$  为

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

于是

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -1.0193 & 0.0000 & 1.0193 & 0.0000 \\ -0.9251 & 0.0000 & -0.0785 & 1.0000 \\ -2.8718 & 1.0000 & 0.8718 & 0.0000 \\ -0.4986 & -1.0000 & 0.4986 & 0.0000 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

将滑动模态的极点配置在  $\{-1 \pm j, -1\}$ . 由此可得

$$K = [-6.2050 \quad 2.8525 \quad 1.4622],$$

相应的切换泛函为

$$s(t) = C \left[ x(t) + \int_{-\delta}^0 e^{A\theta} A_1 x(t - \delta - \theta) d\theta \right],$$

$$C = [-6.2050 \quad 1.000 \quad 1.4622 \quad 2.8525].$$

为了缩短到达时间, 这里取指数趋近律, 即令

$$\dot{s}(t) = -ks(t) - \epsilon \operatorname{sgn} s(t),$$

其中  $k = 0.2$ ,  $\epsilon = 1.0$ . 由此可得控制器为

$$u(t) = -CA \left[ x(t) + \int_{-\delta}^0 e^{A\theta} A_1 x \cdot (t - \delta - \theta) d\theta \right] - ks(t) - \epsilon \operatorname{sgn} s(t). \quad (3)$$

初始函数取为  $x(\theta) = 1.0$ ,  $\theta \in [-1, 0]$ . 这里采样时间间隔取为 0.01.

仿真结果示于图 2 (不加控制 ( $u \equiv 0$ ) 时系统的运动) 及图 3 (施加上述控制时系统的运动). 从图 2 可以看出, 不加控制时系统的运动是不稳定的, 这表明如果不调节从燃

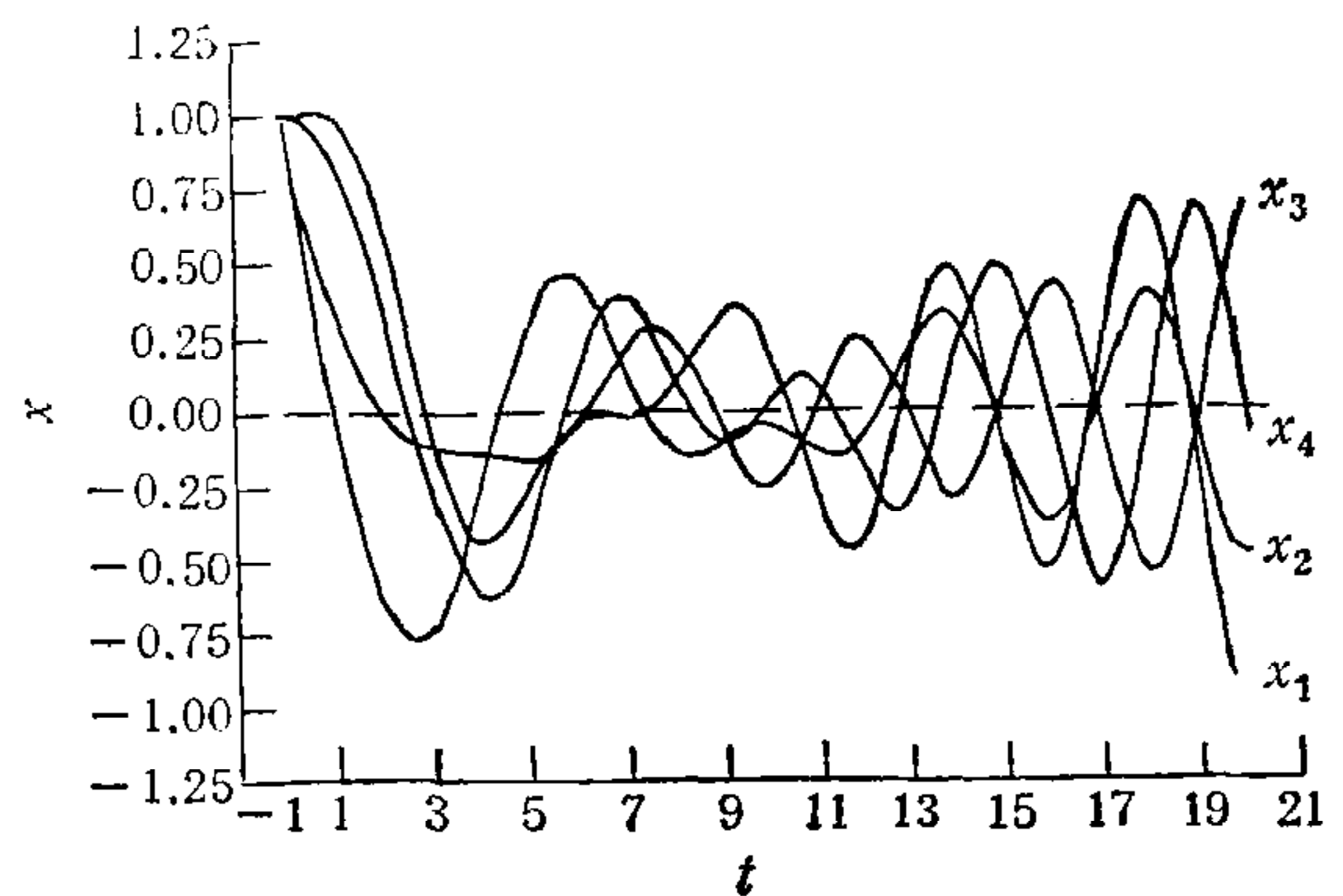
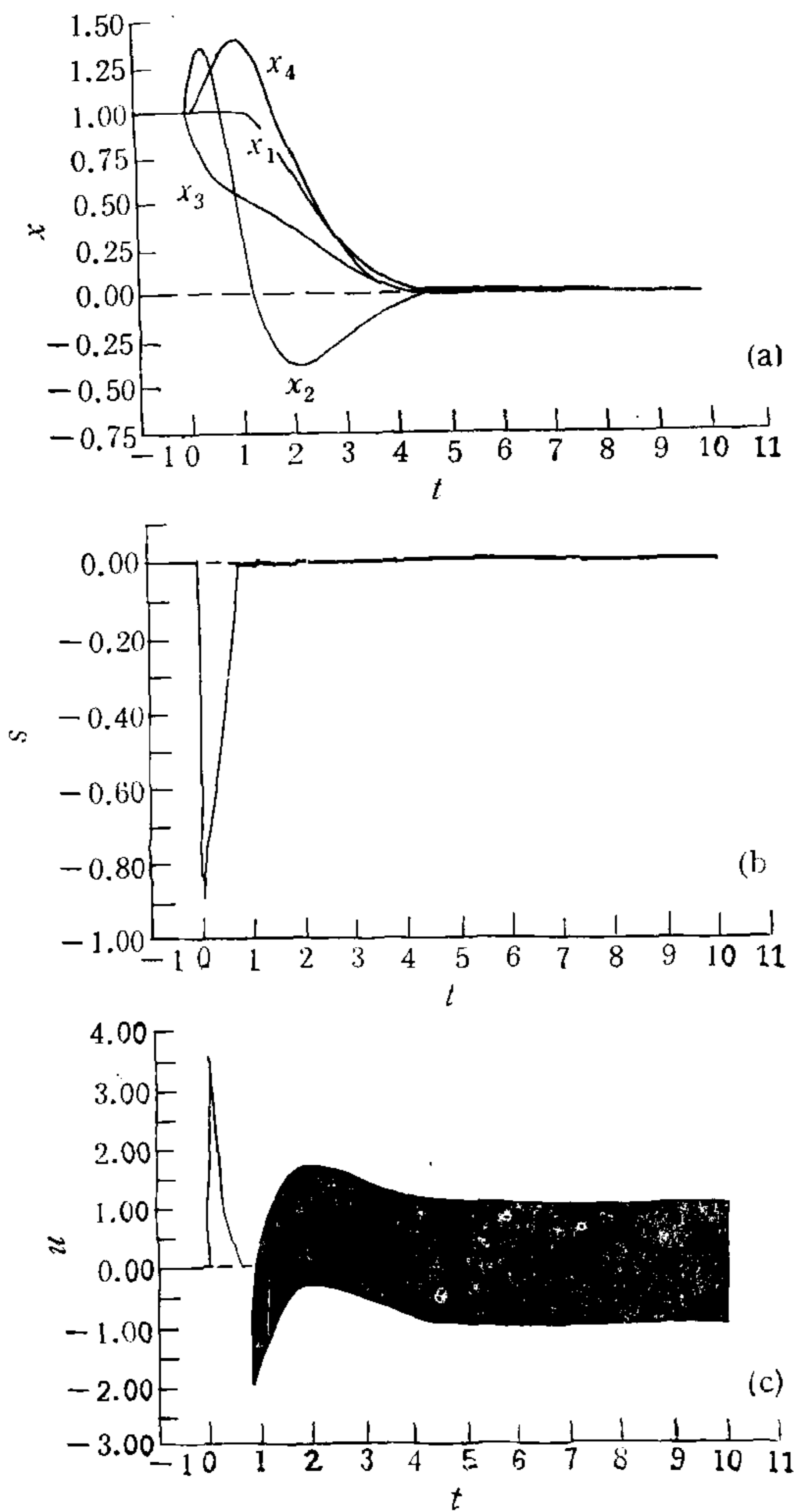


图 2 系统(2)的自由运动 ( $u \equiv 0$ )

料泵到弹簧容器口处的压力降 (即  $p_0 = p_1$ ), 火箭发动机燃烧室中的燃烧过程将是不稳定的。若按控制律(3)来调节此压力降, 从图 3 可以看出, 此时系统的运动是稳定的。



(a) 状态变量 (b) 切换函数 (c) 控制变量  
图 3 系统(2)在变结构控制器(3)作用下的运动

振荡。图 7 所示为文[4]中的相应结果。可以看出, 采用文[4]中的控制器, 当  $1.0 \leq \delta \leq 1.02$  时, 系统才能正常工作; 当  $\delta = 0.85$  或  $\delta = 0.87$  时, 系统出现稳态误差; 当  $\delta \geq 1.03$  时, 系统开始发散。

上述结果表明, 采用变结构控制器, 可以大幅度地提高系统对燃烧时滞的鲁棒性。值得特别指出的是, 当  $\delta$  变为 0 时, 本文的控制器仍能正常工作。这给我们一个重要启示, 就是在设计控制器时, 可以取燃烧时滞可能的最大值来进行设计, 从而保证系统对所有可能的燃烧时滞均能正常工作。

下面研究上述控制器对参数摄动的鲁棒性。对于火箭发动机的燃烧过程, 燃烧时滞  $\delta$  及压力指数  $\gamma$  是最难确定的两个参数, 因此这里只研究系统对参数  $\delta$  及  $\gamma$  的鲁棒性, 相应的仿真结果示于图 4 及图 6。这里无论参数  $\delta$  及  $\gamma$  如何变化, 均采用它们取标称值 ( $\delta$  及  $\gamma$  的标称值均为 1.0) 时所设计的控制器。因为状态变量  $x_2(t)$  的振荡性最强<sup>[4]</sup>, 这里只画出了  $x_2(t)$  的响应曲线。

图 4 为系统的响应随压力指数  $\gamma$  变化的情况。由此可以看出, 当参数  $\gamma$  的变化范围为  $0.8 \leq \gamma \leq 1.2$  时, 系统仍能正常工作; 当  $\gamma \geq 1.3$  时, 系统开始振荡。为了比较, 图 5 给出了文[4]中的相应结果。在文[4]中, 控制器采用线性状态反馈, 系统的不稳定谱移动到  $\{-1 \pm j, -1 \pm j0.5\}$  处。图 5 表明, 当  $0.8 \leq \gamma \leq 1.1$  时, 文[4]中的控制器仍能正常工作; 当  $\gamma \geq 1.2$  时, 系统开始振荡。值得指出的是, 当系统开始振荡时, 本文给出的闭环系统与文[4]中的闭环系统相比, 振荡幅度要小得多。

图 6 为系统的响应随燃烧时滞  $\delta$  变化的情况。可以看出, 当参数  $\delta$  的变化范围为  $0.0 \leq \delta \leq 1.20$  时, 控制器仍然工作得很好; 当  $\delta \geq 1.50$  时, 系统开始

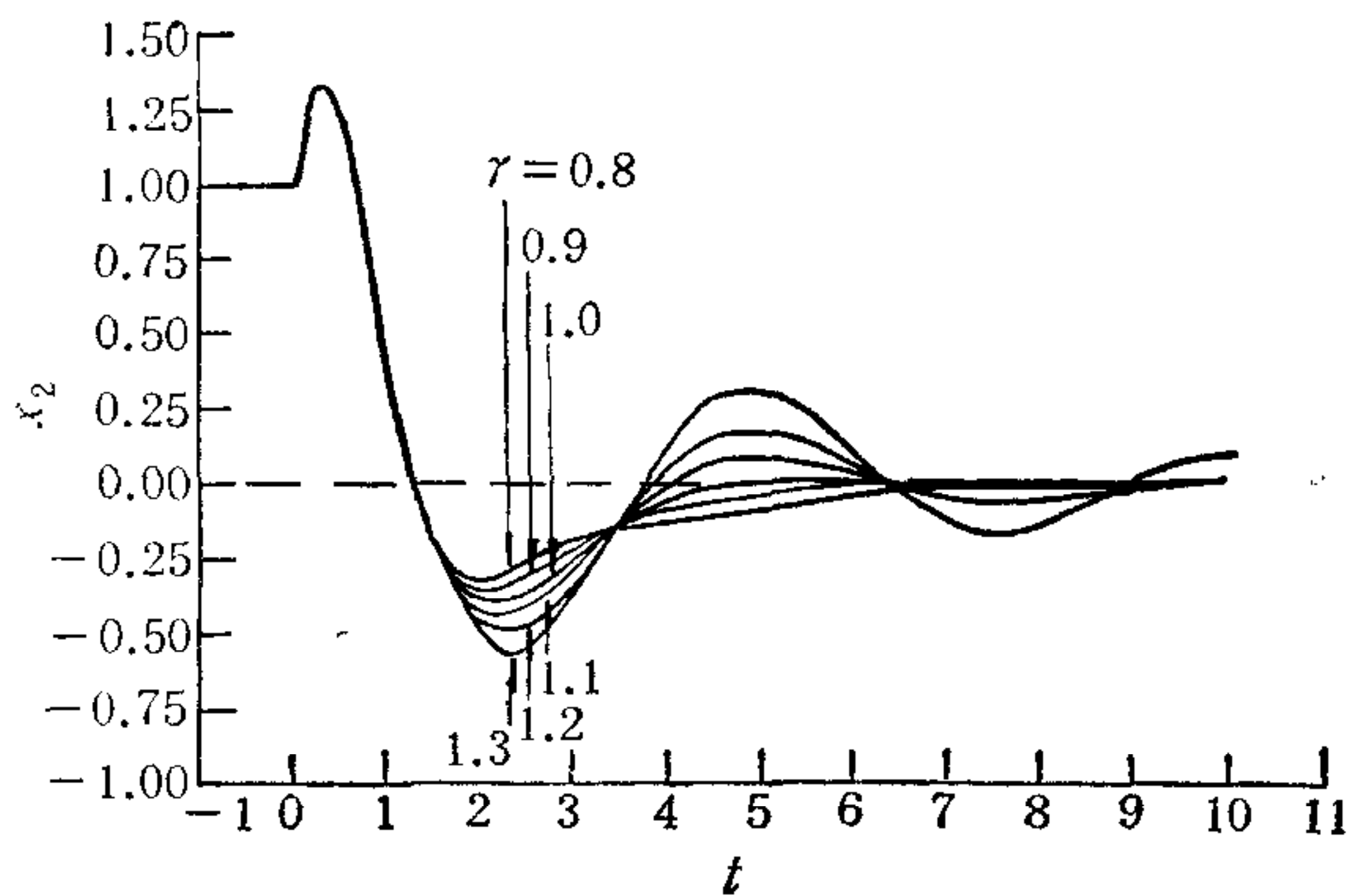


图 4 采用变结构控制器时系统(2)对参数  $\gamma$  的鲁棒性

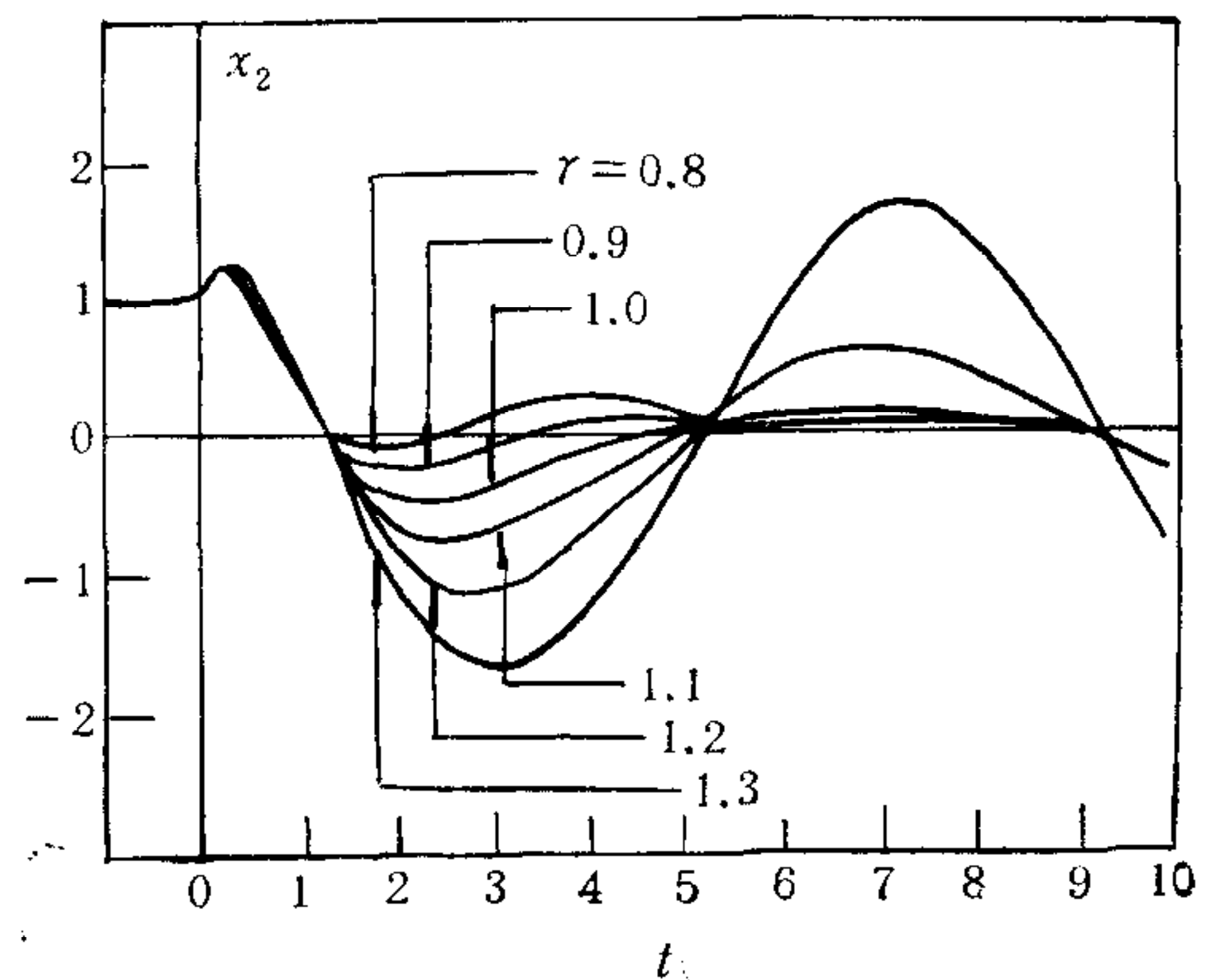


图 5 采用线性状态反馈控制器时系统(2)对参数  $\gamma$  的鲁棒性

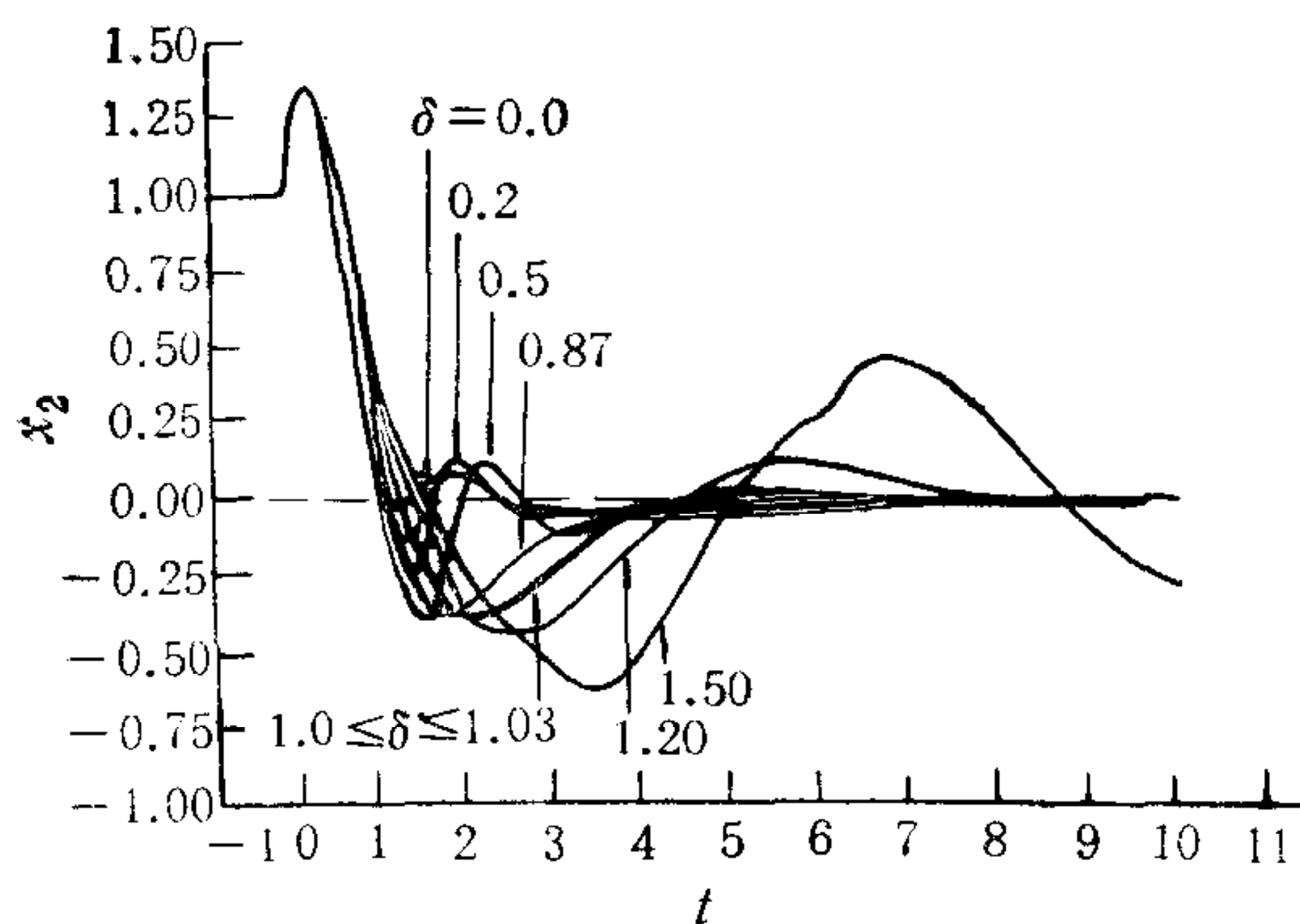


图 6 采用变结构控制器时系统(2)对参数  $\delta$  的鲁棒性

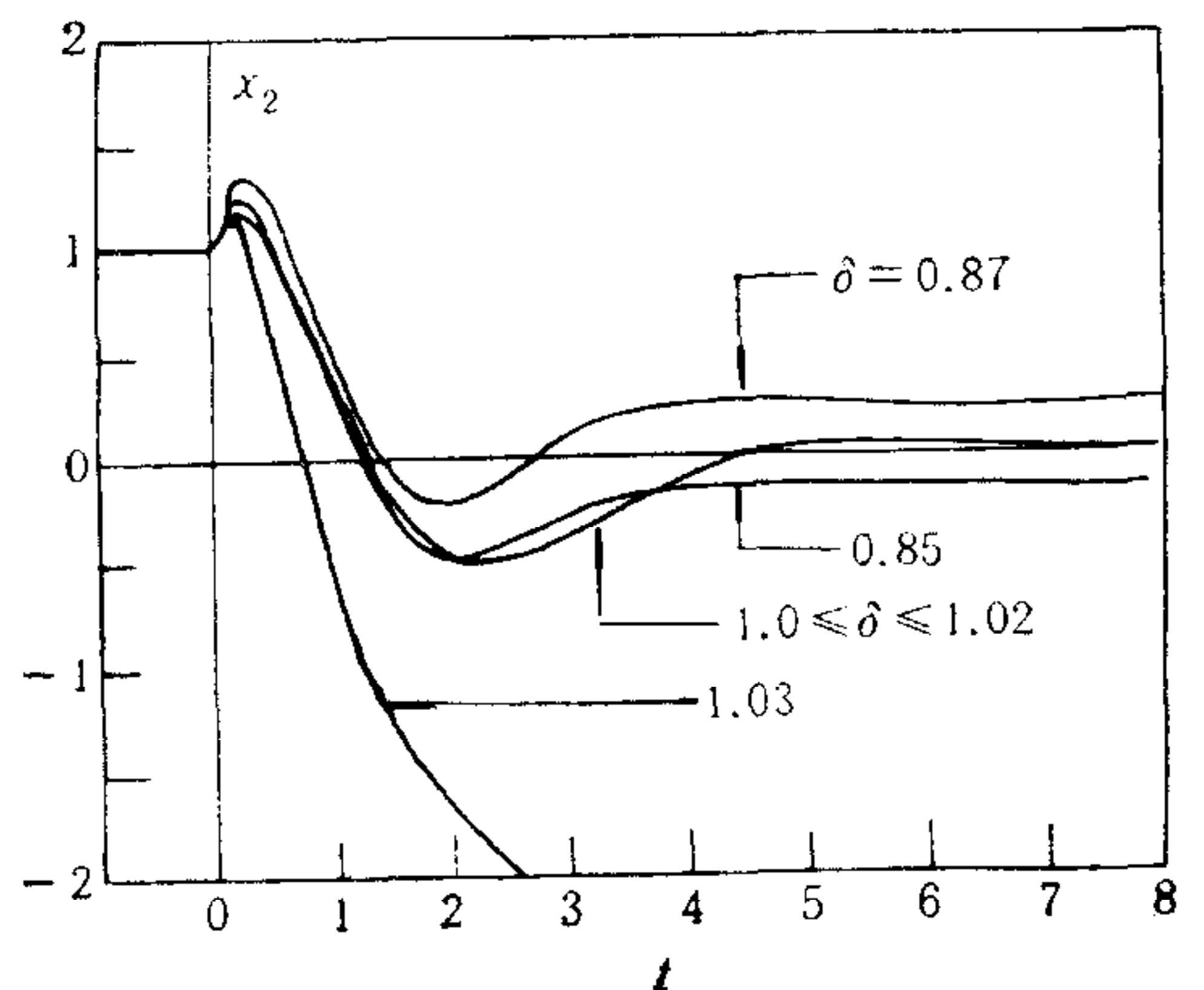


图 7 采用线性状态反馈控制器时对参数  $\delta$  的鲁棒性

### 3 结论

对于所研究的一般时滞系统的变结构控制问题,首次引入切换泛函的概念,系统地给出了时滞系统变结构控制的设计方法,包括切换泛函的设计及变结构控制器的设计。此外,还给出了一般情况下时滞系统的特征矩阵的求法,这也是切换泛函设计中的一个关键问题。把上述理论应用于火箭发动机燃烧室中的燃烧过程的镇定,得到以下结论:

(i) 火箭发动机燃烧室中的燃烧过程的自由运动是不稳定的,采用变结构控制器可以有效地镇定该过程。

(ii) 与采用线性反馈的控制器相比,变结构控制器可以改善系统对压力指数  $\gamma$  的鲁棒性,且当系统开始振荡时,对相同的参数  $\gamma$ ,变结构控制器可较大地压缩其振荡幅度。

(iii) 与采用线性状态反馈的控制器相比,变结构控制器可以大幅度地改善系统对燃烧时滞  $\delta$  的鲁棒性。特别是,按  $\delta = 1.0$  设计的变结构控制器能够镇定燃烧时滞  $\delta$  降为

零时情况下相应的无时滞系统,这一结论为火箭发动机控制系统的可靠性设计提供了有力依据。

(iv) 所得到的闭环控制系统对采样时间不敏感。文[4]也有同样的结论。

应该指出,本文所给出的设计方法剩下的主要问题是如何计算时滞系统的不稳定特征根,这是非常困难的。庆幸的是,近年来已经开发出了行之有效的软件包<sup>[9]</sup>来进行数值计算。

**致谢** 本文工作得到中科院空间科学与应用研究所胡行毅教授的大力支持。

### 参 考 文 献

- [1] 郑锋,程勉,高为炳. 时滞系统的变结构控制及其在火箭发动机燃烧过程镇定中应用的理论基础. 自动化学报,1995,21(6): 649—657.
- [2] 钱学森,宋健. 工程控制论,上册,北京: 科学出版社,1980.
- [3] Crocco L. Aspects of combustion stability in liquid propellant rocket motors, part I: fundamentals-low frequency instability with monopropellants. *J. American Rocket Society*, 1951, 21: 163—178.
- [4] Fiagbedzi Y A, Pearson A E. Feedback stabilization of linear autonomous timelag systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1986, 31: 847—855.
- [5] Drazenovic B. The invariance conditions in variable structure systems. *Automatica*, 1969, 5: 287—295.
- [6] 高为炳,变结构控制理论基础,北京: 中国科技出版社,1990.
- [7] Utkin V I. Discontinuous control systems: State of the art in theory and applications. In Proc. 10th IFAC World Congress on Automatic Control, 1987, 1: 25—44.
- [8] Hung J Y, Gao W B, Hung J C. Variable structure control: a survey. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 1993, 40: 2—22.
- [9] Manitius A, Tran H, Payre G, Roy R. Computation of eigenvalues associated with functional differential equations. *SIAM J. Scientific and Statistical Computing*, 1987, 8: 222—247.

## VARIABLE STRUCTURE CONTROL OF TIME-LAG SYSTEMS AND ITS APPLICATION TO THE STABILIZATION OF COMBUSTION IN ROCKET MOTORS

ZHENG FENG

(Dept. of Elec. Engr., Tsinghua Univ., Beijing 100084)

**CHENG MIAN** **GAO WEIBING**

(The 7th Res. Div., Beijing Univ. of Aero. & Astro., Beijing 100083)

### ABSTRACT

The dynamical model of combustion in liquid propellant rocket motors is an unstable time-delay system. When it is stabilized by a linear state feedback controller, the robustness of the closed loop system is not satisfactory. In this paper, the variable structure control approach presented in [1] is used to stabilize the combustion and the robustness of the system against the variation of time lag  $\delta$  and pressure exponent  $\gamma$  is considerably improved.

**Key words:** Rocket motors, stabilization, variable structure control.

郑 锋 简介及照片见本刊第 21 卷第 3 期。