

# 基于分步变换的离散时滞系统控制器 设计及应用<sup>1)</sup>

苏宏业 褚健 王骥程

(浙江大学工业控制研究所 杭州 310027)

## 摘 要

研究基于分步变换及设计思想的具有控制滞后的离散时滞系统控制器设计问题。针对一类控制滞后的离散时滞系统,提出了一种带控制记忆的时滞变换,使得原时滞系统经过分步等价变换后得到无滞后的线性能控系统,从而利用分步设计的思想实现离散时滞系统控制器设计的目的,并给出了其稳定性证明。最后以一工业电加热炉被控对象为例,通过仿真说明了该方法的有效性和可行性。

**关键词:** 离散时滞系统,控制滞后,分步设计,最优控制。

## 1 引言

时滞是工业生产过程中十分常见的现象。同无滞后的过程相比较,存在滞后使系统的响应性能变差,控制难度大大增加。自从五十年代开始,时滞对象的控制问题引起了广泛的重视,许多学者进行了深入的研究,至今已取得了很多好的结果。例如频域研究方面的 Smith 预估器及相应的改进型算法, Garcia 和 Morari 等<sup>[1]</sup>提出的 IMC 控制方法和 Ray 等<sup>[2]</sup>提出的能适用于一般纯滞后模型的广义多滞后补偿器设计等等。时域研究方面主要有 Kamen<sup>[3]</sup> 等提出的有限谱配置方法,主要思想是消去系统闭环特征方程的滞后部分而达到极点配置的目的;最优控制方法,自适应控制,递阶控制和基于 Lyapunov 稳定性理论的稳定化设计方法<sup>[4]</sup>等等。但时滞系统的控制问题并没有完全解决,频域中的预估思想是设计的主要思路,只有估计出时滞系统的输出,才能给予及时的控制;IMC 控制中的滤波器的设计还须进一步探讨。时域中的有限谱配置的设计过程主要是在拉氏变换下进行的,设计过程十分复杂,特别是进行高阶系统或者多状态多控制滞后的控制器设计时,则更加繁琐。因此有必要寻找一种更简洁、易于实现、更有效的控制器设计方法。本文即针对上述存在的这些不足,提出一种新的时滞系统控制器的分步设计方法。

(1) 国家自然科学基金资助项目。

本文于 1993 年 11 月 22 日收到

## 2 单控制滞后系统的精确无滞后化变换

考虑单控制滞后离散时滞系统

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) + B_1\mathbf{u}(k-h), \quad (1)$$

其中  $\mathbf{x}(k) \in R^n$ ,  $\mathbf{u}(k) \in R^r$ ,  $h$  为正整数时滞,  $A, B, B_1$  分别为  $n \times n, n \times r, n \times r$  的系数矩阵. 引入带控制记忆的时滞变换

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^h A^{i-h-1} B_1 \mathbf{u}(k-i), \quad (2)$$

则

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{x}(k+1) + \sum_{i=1}^h A^{i-h-1} B_1 \mathbf{u}(k+1-i). \quad (3)$$

把(1)式代入(3)式,可得

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k+1) &= A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) + B_1\mathbf{u}(k-h) + \sum_{i=1}^h A^{i-h-1} B_1 \mathbf{u}(k+1-i) \\ &= A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) + A^{-h} B_1 \mathbf{u}(k) + \sum_{i=2}^{h+1} A^{i-h-1} B_1 \mathbf{u}(k+1-i) \\ &= A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) + A^{-h} B_1 \mathbf{u}(k) + \sum_{i=1}^h A^{i-h} B_1 \mathbf{u}(k-i) \\ &= A \left[ \mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^h A^{i-h-1} B_1 \mathbf{u}(k-i) \right] + (B + A^{-h} B_1) \mathbf{u}(k) \\ &= A\mathbf{y}(k) + (B + A^{-h} B_1) \mathbf{u}(k). \end{aligned}$$

令  $\bar{A} = A$ ,  $\bar{B} = B + A^{-h} B_1$ , 则上式可得

$$\mathbf{y}(k+1) = \bar{A}\mathbf{y}(k) + \bar{B}\mathbf{u}(k). \quad (4)$$

因此,只要  $\text{rank } A = n$ , 即  $A$  是非奇异的, 则  $A$  的逆存在, 利用上述式(2)的时滞变换, 即可实现原离散时滞系统的一步等价精确无滞后化, 变换成线性模型(4).

## 3 多控制滞后系统的分步无滞后变换

考虑如下形式的多重控制滞后的离散时滞系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) + \sum_{i=1}^m B_i \mathbf{u}(k-h_i), \quad (5)$$

其中  $\mathbf{x}(k) \in R^n$ ,  $\mathbf{u}(k) \in R^r$ ,  $h_i, i = 1, 2, \dots, m$  为多重正整数时滞参数,

$A, B, B_i (i = 1, 2, \dots, m)$  分别为  $n \times n, n \times r, n \times r$  的系数矩阵.

同样引入第一步时滞变换

$$\mathbf{y}_1(k) = \mathbf{x}(k) + \sum_{j=1}^h A^{i-h_1-1} B_1 \mathbf{u}(k-j), \quad (6)$$

则采用上节类似的推导方法, 即可得

$$\mathbf{y}_1(k+1) = A\mathbf{y}_1(k) + (B + A^{-h_1}B_1)\mathbf{u}(k) + \sum_{i=2}^m B_i\mathbf{u}(k-h_i). \quad (7)$$

然后分别引入第  $q$  步时滞变换

$$\mathbf{y}_q(k) = A\mathbf{y}_{q-1}(k) + \sum_{j=1}^{h_q} A^{j-h_q-1}B_q\mathbf{u}(k-j), \quad q = 2, 3, \dots, m, \quad (8)$$

经推导转换, 从而可得最后的等价转换形式

$$\mathbf{y}_m(k+1) = A\mathbf{y}_m(k) + (B + A^{-h_1}B_1 + A^{-h_2}B_2 + \dots + A^{-h_m}B_m)\mathbf{u}(k), \quad (9)$$

令

$$\bar{A} = A, \quad \bar{B} = B + A^{-h_1}B_1 + A^{-h_2}B_2 + \dots + A^{-h_m}B_m,$$

则式 (9) 可重新写为

$$\mathbf{y}_m(k+1) = \bar{A}\mathbf{y}_m(k) + \bar{B}\mathbf{u}(k). \quad (10)$$

同样, 亦只要  $\text{rank } A = n$ , 则经过上述  $m$  步的时滞变换, 即可实现原离散时滞系统的分步等价精确无滞后化, 变换成线性模型 (10).

## 4 多重控制滞后离散时滞系统最优控制器的分步设计

分步设计的主要思想是将复杂的模型进行模型简化或分解, 以得到某种简单的模型, 从而可以进一步利用现有方法对复杂系统进行综合设计. 本文所提出的多重控制滞后的离散时滞系统最优控制器的分步设计步骤为

Step1. 对于满足  $\text{rank } A = n$ , 即系统矩阵  $A$  非奇异的离散时滞系统 (5), 采用前述的时滞变换算法, 经  $m$  步时滞变换, 逐步把时滞系统 (5) 转换成线性模型 (10).

Step2. 对于线性系统 (10), 设计二次型最优控制器

$$\mathbf{u}(k) = -(R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} \mathbf{y}_m(k). \quad (11)$$

其中  $P$  是代数 Riccati 方程

$$P = \bar{A}^T P \bar{A} - \bar{A}^T P \bar{B} (R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} + Q \quad (12)$$

的正定解,  $Q, R$  为正定对称阵.

Step3. 综合上述两步结果, 并已知 (11) 式中的  $\mathbf{y}_m(k)$  为

$$\mathbf{y}_m(k) = \mathbf{y}_{m-1}(k) = \sum_{j=1}^{h_m} A^{j-h_m-1} B_m \mathbf{u}(k-j), \quad (13)$$

故可得

$$\mathbf{u}(k) = -(R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} \left( \sum_{j=1}^{h_m} A^{j-h_m-1} B_m \mathbf{u}(k-j) + \mathbf{y}_{m-1}(k) \right). \quad (14)$$

依次代入

$$\mathbf{y}_q(k) = \mathbf{y}_{q-1}(k) + \sum_{j=1}^{h_q} A^{j-h_q-1} B_q \mathbf{u}(k-j), \quad (15)$$

$$q = 2, 3, \dots, m-1$$

则可得

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) = & -(R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} \mathbf{y}_1(k) \\ & - (R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} \sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^{h_i} A^{i-h_i-1} B_i \mathbf{u}(k-j), \end{aligned} \quad (16)$$

最后由(6)式即可得最终的原离散时滞系统的控制律

$$\mathbf{u}(k) = -(R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} \left[ \mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{h_i} A^{i-h_i-1} B_i \mathbf{u}(k-j) \right]. \quad (17)$$

使得原离散时滞系统(5)经分步无时滞化变换后所得的等价线性系统实现最优控制。

当时滞为单控制滞后时,则原时滞系统所引入的控制律简化为

$$\mathbf{u}(k) = -(R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} \left[ \mathbf{x}(k) + \sum_{j=1}^h A^{j-h-1} B_1 \mathbf{u}(k-j) \right]. \quad (18)$$

当然,要实现上述控制算法,原系统参数矩阵  $A, B, B_i, i = 1, 2, \dots, m$  必须满足

$$\left( A, B + \sum_{i=1}^m A^{-h_i} B_i \right) \text{ 是可控对.}$$

很显然,由最终所得到的控制律(17)可知,此种基于精确无滞后变换的时滞系统最优控制律引进了以前的控制序列信息,从而克服原系统所具有的时滞。

## 5 闭环系统稳定性分析

引入经分步换后设计得到的最优控制器,其闭环稳定性由下述定理保证:

**定理 1.** 对于单控制滞后时滞系统(1),  $\text{rank } A = n$ , 且  $(A, B + A^{-h} B_1)$  是可控对,则引入控制律(18)后,闭环系统是渐近稳定的。

证明. 由无滞后变换

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^h A^{i-h-1} B_1 \mathbf{u}(k-i), \quad (19)$$

和线性能控系统(4)引入的最优控制律

$$\mathbf{u}(k) = -(R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} \mathbf{y}(k), \quad (20)$$

得

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{y}(k) + \sum_{i=1}^h A^{i-h-1} B_1 (R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} \mathbf{y}(k-i). \quad (21)$$

故

$$\begin{aligned} |\mathbf{x}(k)| \leq & |\mathbf{y}(k)| + h \left[ \max_{1 \leq \delta \leq h} \|A^{\delta-h-1}\| \right] \|B_1 (R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A}\| \\ & \cdot [\max_{1 \leq \delta \leq h} |\mathbf{y}(k-\delta)|]. \end{aligned} \quad (22)$$

由于对于线性能控系统(4),引入最优控制律(20)后闭环系统是渐近稳定的,故有  $\mathbf{y}(k) \rightarrow 0$ .

由式(22)得知,当  $\mathbf{y}(k) \rightarrow 0$  时,由于  $h$  是有限值,故必定有  $\mathbf{x}(k) \rightarrow 0$ .

因此,原时滞系统引入控制律(20)后闭环系统是渐近稳定的。

**定理 2.** 对于多控制滞后时滞系统 (5),  $\text{rank } A = n$ , 且  $(A, B + \sum_{i=1}^m A^{-h_i} B_i)$  是可  
控对, 则引入控制律 (17) 后, 闭环系统是渐近稳定的。

证明. 依次使用定理 1 中的证明方法, 即可得证。

## 6. 应用仿真例子

针对某针厂一热处理电加热炉, 通过系统辨识的方法, 得到其时滞状态空间模型为<sup>[8]</sup>

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B_1\mathbf{u}(k-h) + B_2\mathbf{u}(k-h-1),$$

其中  $\mathbf{x}(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ x_3(k) \ x_4(k) \ x_5(k)]^T$ , 分别为电加热炉炉内被控点的温度偏差;  
 $\mathbf{u}(k) = [u_1(k) \ u_2(k) \ u_3(k) \ u_4(k) \ u_5(k)]^T$ , 分别为控制电流信号偏差;  $h = 25$ , 为对象滞  
后时间;  $A, B_1, B_2$  分别为系统参数, 其值为

$$A = \begin{bmatrix} 0.8778 & -0.0054 & 0.0401 & -0.022 & 0.0110 \\ 0.0034 & 0.9623 & -0.0093 & 0.0259 & 0.0359 \\ 0.0112 & 0.0028 & 0.9850 & 0.0307 & 0.0140 \\ -0.019 & 0.0166 & -0.0262 & 0.9172 & 0.0369 \\ -0.004 & 0.0043 & 0.0277 & -0.0664 & 0.9472 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.0811 & -0.0101 & -0.1686 & 0.2445 & -0.063 \\ 0.1093 & 0.1212 & -0.0861 & 0.0401 & 0.0121 \\ 0.1438 & -0.0817 & 0.1307 & 0.1443 & 0.1404 \\ 0.0446 & 0.0573 & 0.2360 & 0.1219 & 0.0263 \\ -0.0433 & 0.0265 & -0.0347 & -0.0279 & 0.0516 \end{bmatrix},$$

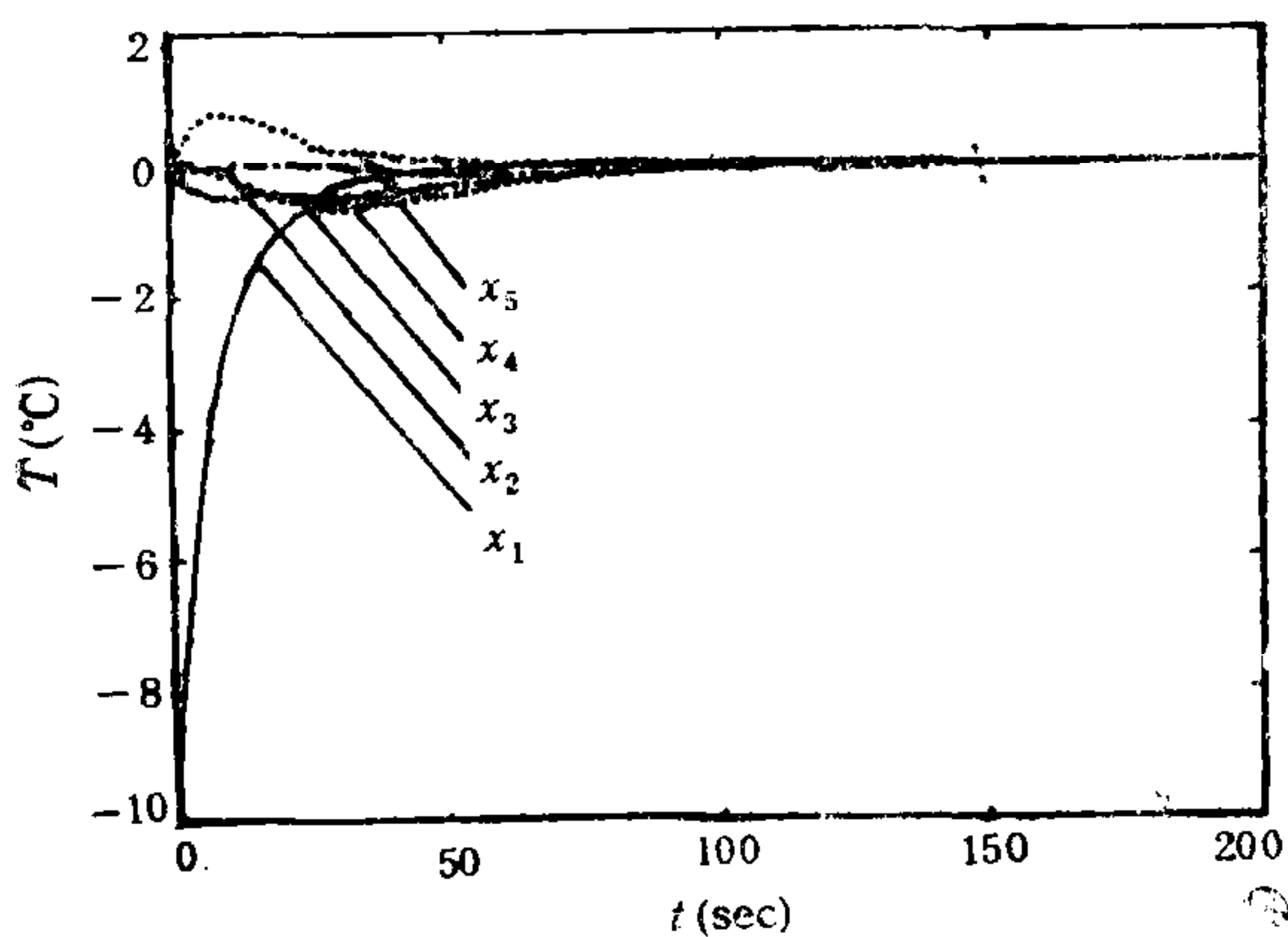


图 1 第一区存在初始温度偏差  $-10^\circ\text{C}$  时, 时滞控制的仿真曲线

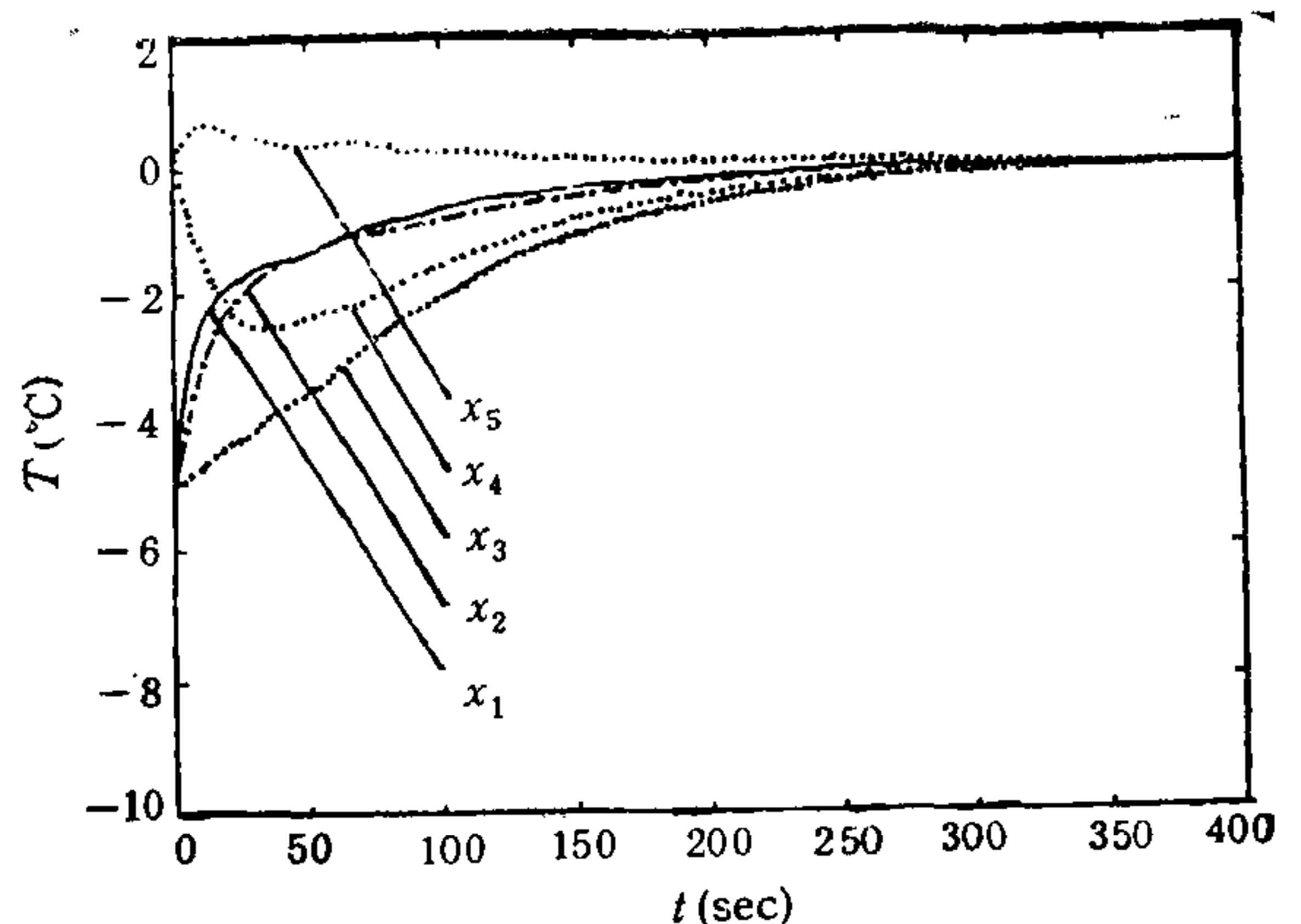


图 2 第一, 二, 三区均存在初始温度偏差  $-5^\circ\text{C}$  时, 时滞控制的仿真曲线

$$B_2 = \begin{bmatrix} -0.0443 & 0.0987 & 0.0494 & -0.2288 & -0.2069 \\ -0.1520 & 0.0512 & -0.0623 & -0.2453 & 0.0412 \\ -0.2032 & 0.0093 & 0.1867 & -0.1504 & -0.1825 \\ -0.1043 & -0.0267 & -0.1068 & -0.3229 & -0.0622 \\ 0.0596 & -0.003 & 0.1821 & -0.1782 & 0.0735 \end{bmatrix}.$$

该系统的控制目标是通过控制各加热区的加热丝输出功率, 以实现炉膛内各被控点的温度保持在设定值上。针对上述数学模型, 易于判知其满足定理 2 的条件, 因此采用第四节提出的分步设计方法, 选取  $Q = \text{diag}[0.12, 0.1, 0.1, 0.11, 0.95]$ ,  $R = [25, 25, 25, 25, 25]$ , 可得到原离散时滞系统的带控制记忆的控制器(17)。

当加热炉第一区存在初始偏差  $-10^\circ\text{C}$  时, 采用上述控制律所得的控制结果见图 1 所示。当加热炉第一、二、三区均存在  $-5^\circ\text{C}$  初始偏差时, 采用上述控制律所得的控制结果见图 2 所示。

由图中所示的仿真结果可知, 采用基于分步设计方法的带控制记忆的最优控制律具有很好的闭环响应特性, 几乎看不出系统纯滞后所带来的不良影响, 完全能满足实际工艺上的要求。

### 参 考 文 献

- [1] Garcia C E and M Morari. Internal model control I: a Unifying review and some new results. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 1982, **21**(2): 308—317.
- [2] Ray W H, 高级过程控制, 烃加工出版社, 1982.
- [3] Kamen E. An operator theory of linear functional differential equations, *J. Differential Equations*, 1978, **27**(2):274—297.
- [4] Mori T et al., A Way to stabilize linear systems with delayed states. *Automatica*, 1983, **19**(5): 571—583.
- [5] 褚健, 胡协和, 王骥程, 改善时滞系统解耦性能的研究, *控制与决策*, 1991, **6**(2): 81—85.
- [6] 俞立, 不确定线性时滞系统的稳定化控制器设计, *控制理论与应用*, 1991, **8**(1): 68—73.
- [7] Kwon W H and A E Pearson. Feedback stabilization of linear systems with delayed control, *IEEE Trans. Auto. Control*, 1980, **AC-25**(2): 266—269.
- [8] Chu J, H Y Su and X H Hu. A time-delay control algorithm for an industrial electric heater, *J. of Proc. Control*, 1993, **3**(4): 219—224.

## A CONTROL DESIGN METHOD FOR DISCRETE TIME-DELAY SYSTEMS BASED ON STAGED TRANSFORMATION AND ITS APPLICATION

SU HONGYE CHU JIAN WANG JICHENG

(Institute of Industrial Process Control, Zhejiang Univ. Hangzhou 310027)

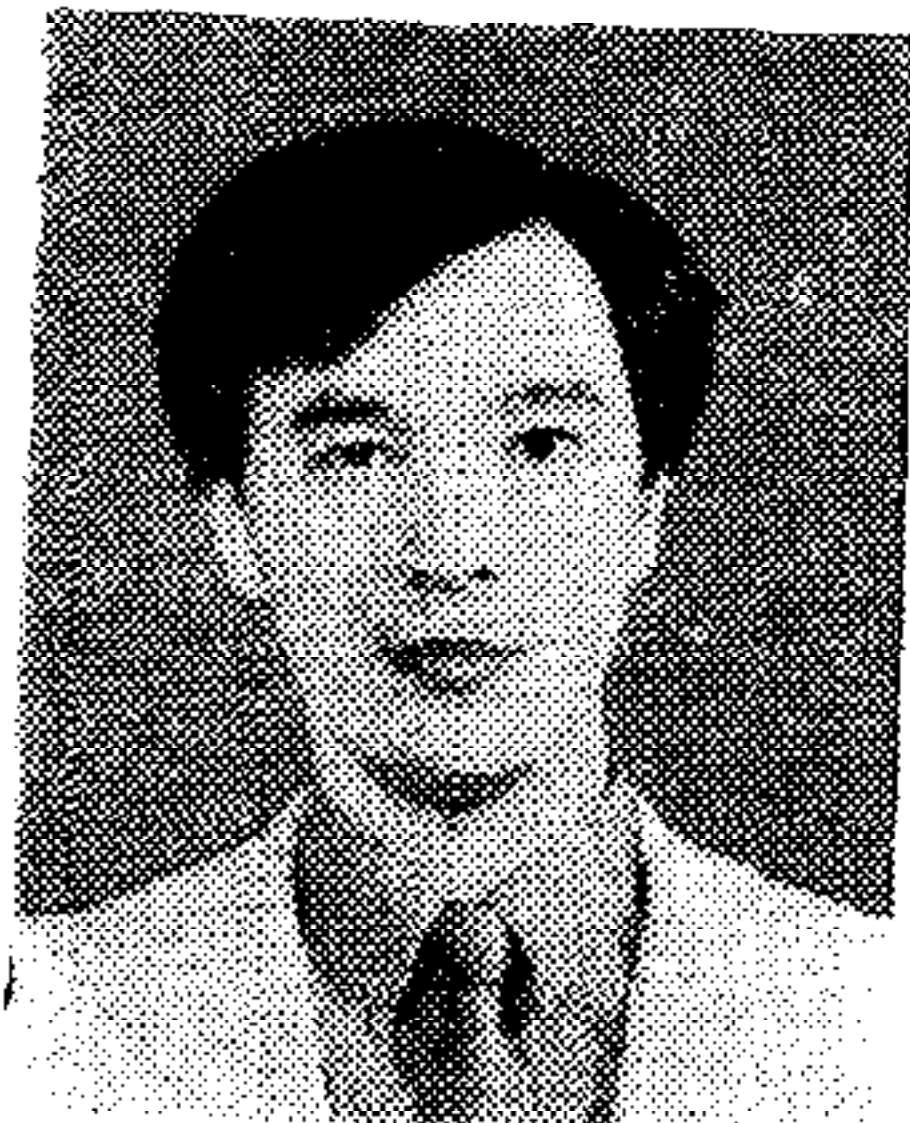
### ABSTRACT

In this paper, a control design approach for discrete linear systems with delayed control based on step-by-step design idea is presented. A delay transformation with past control array is applied to transform a time-delayed system into a linear system without delayed control. The controller to the primitive time-delayed system is derived via a step-by-step design method. The simulation result of an example for industrial electric heater shows that this approach is effective.

**Key words:** Discrete time-delay systems, delayed control, step-by-step design, optimal control.



**苏宏业** 1969 年生于江苏武进市。1990 年毕业于南京化工学院化工自动化专业, 1993 年获浙江大学工业自动化专业硕士学位, 1995 年获浙江大学工业自动化专业博士学位。研究兴趣是非线性系统控制理论与应用, 时滞系统控制和鲁棒控制。



**褚健** 1963 年生于浙江省。1982 年毕业于浙江大学, 1986 年~1989 年留学日本京都大学, 获工学博士学位。1993 年被聘为浙江大学教授, 现为工业自动化国家工程研究中心副主任。主要从事时滞系统控制、非线性控制、鲁棒控制等理论与应用研究。



**王骥程** 1928 年生于镇海。1951 年毕业于浙江大学, 1953 年研究生毕业, 现为浙江大学教授, 博士生导师和国家教委工业自动化专业委员会副主任, 长期从事过程动态学, 控制和优化, 生化反应器的模糊控制及专家系统的开发与应用等研究工作。

## 1996 年中国神经网络学术大会 (C<sup>2</sup>N<sup>2</sup>-96)

### 征文通知

由中国神经网络委员会主办, 西南交通大学承办, 全国 15 个学会(中国电子学会、中国自动化学会、中国人工智能学会、中国计算机学会、中国通信学会、中国电工学会、中国电机学会、中国物理学会、中国光学学会、中国数学会、中华医学会、中国心理学会、中国生物物理学会、中国生物医学工程学会、中国运筹学会)联合支持的 1996 年中国神经网络学术大会 (C<sup>2</sup>N<sup>2</sup>-96) 定于 1996 年 10 月底至 11 月初在成都西南交通大学举行。大会论文集将由出版社按统一书号正式出版。

热忱地欢迎海内外学者踊跃投稿并参加会议。

### 征文范围

- 神经生理与神经解剖模型
- 认知心理模型
- 人工神经网络模型
- 神经网络系统动力学与浑沌
- 学习算法
- 联想记忆
- 神经网络与组合优化
- 神经网络与模糊系统
- 神经网络与子波理论
- 神经网络与遗传算法
- 神经网络与人工智能
- HYBRID 智能计算系统
- 神经计算机体系与结构
- 神经网络的 VLSI 实现
- 神经网络的光学实现
- 神经网络的生物实现
- 神经网络与信号处理
- 神经网络与模式识别
- 神经网络与图象处理
- 神经网络与语音处理
- 神经网络与通信理论
- 神经网络控制与机器人
- 神经网络与经济管理
- 神经网络的其他应用

### 征文要求

请作者在 1996 年 5 月 31 日前提交论文一式三份, 字数在 3000—6000 之间。并请在稿件上注明论文所属领域、作者通信地址、邮编及电话号码。

论文请寄:

四川成都西南交通大学计算机与通信工程学院神经网络与信息技术研究所(610031) 范俊波博士 (Tel. 028-7762611), 靳蕃教授 (Tel. 028-7762923)。

### 重要日期

截稿日期: 1996 年 5 月 31 日 录用通知: 1996 年 6 月 30 日

提交正式论文日期: 1996 年 7 月 31 日

C<sup>2</sup>N<sup>2</sup>-96 大会筹备组 1995 年 11 月 15 日