第22卷 第4期
1996年7月

自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 22, No. 4
July, 1996

短文

关于从方偏好信息不完全时的满意激励机制研究[1)]

金 武
(上海交通大学系统工程研究所 上海 200052)

王先甲
(武汉水利电力大学 武汉 430072)

陈 珽
(华中理工大学系统工程研究所 武汉 430074)

摘 要

研究从方具有多个目标且主方没有掌握从方对各目标的偏好结构信息的主从对策问题.提出了从方具有多个目标的最优诱导策略,探讨了主方对从方的满意激励机制.

关键词: 主从对策,诱导策略,激励机制,满意机制.

1 引言

从目前的研究情况来看,主从对策问题中诱导策略的设计大多基于从方只具有单个目标这一假设,这便极大地限制了诱导问题在理论上与实践中的发展应用.文献[1—3]的工作突破了上述假设,分别在从方目标函数具有凸性约束、非凸性约束及加权和法三个侧面,研究了当从方具有多个目标的诱导问题.本文撇开具体的诱导策略设计问题,而将激励机制的思想引入诱导问题中.具体来讲,假设从方的决策模型中,各目标函数形式、决策空间及从方对多目标问题确定最佳调和解(best compromised solution)[4]所采用的决策规则,为主从双方的共有知识(common knowledge),但从方对各目标的偏好信息为从方的私有信息.在这一前提下,考察主方对从方的激励机制设计问题.

2 问题描述

设从方最小化代价型目标函数

$$\vec{J}_F(u,v)=(f_1(u,v),\cdots,f_K(u,v)),\tag{1}$$

其中 $u\in U,v\in V$ 分别为主、从双方的决策变量.U,V 分别为主、从双方的决策空间.记

1) 国家自然科学基金资助项目.
本文于1994年7月1日收到

从方面临此决策问题时，确定最佳调和解的决策规则为算子D(此规则可以是 TOPSIS 法、ELECTRE 法等[4])．以上为主从双方的共有信息．从方的私有信息即从方对多个目标的主观偏好结构信息.本文假定其为字典序的偏好结构．若主方采用诱导策略 $\gamma:V\to U$,那么 $\vec{J}_F(u,v)=(f_1(\gamma(v),v),\cdots,f_K(\gamma(v),v))$．而对从方而言,这一多目标决策问题的非劣解集为 $N(\gamma)\neq\phi$ (其中 $N(\gamma)\subset V$)．记从方的偏好结构为 $P\in\mathscr{P}$($\mathscr{P}$为所有可能的字典序偏好结构的集合,显然 $|\mathscr{P}|\leqslant K!$)．下面给出完全信息下($P$亦为主方所知),最优诱导策略的定义.

定义 1. 在从方有多个目标函数的主从对策中,称主方依队优解 (u^t, v^t) 设计的诱导策略 $u=\gamma(v)$为最优诱导策略．如果 $\gamma:V\to U$,使 $v^t=D(N(\gamma),P)$, $u^t=\gamma(v^t)$ 成立.

若主方对每个P均有一γ与之对应,于是γ的允许集Γ_c中元素有 $|\Gamma_c|\leqslant K!$个．引入满足 $\sum_{\gamma\in\Gamma_c}\mu(\gamma|P)=1$ 及 $\mu(\gamma|P)\geqslant 0$ 的机制 $\mu(\gamma|P)$,其中 $\gamma\in\Gamma_c$, $P\in\mathscr{P}$．其意义为当从方的偏好结构为P时，主方采用诱导策略的概率．如果从方的真实偏好信息和向主方上报的偏好信息分别记为P_t和P_F (P_t未必等于 P_F)，那么易见在策略γ下从方的理性决策为 $v^*=D(N(\gamma),P_t)$,实现的目标函数为 $\vec{J}_F(\gamma(v^*),v^*)$,其中第 i 个目标的实现值记为 $h_i(\gamma,P_t)=f_i(\gamma(v^*),v^*),i=1,\cdots,K$．于是在机制 $\mu(\gamma|P)$ 作用下,从方上报真实偏好信息时第 i 个目标的期望值 $H_i(\mu|P_t)$ 为

$$H_i(\mu|P_t)=\sum_{\gamma\in\Gamma_c}h_i(\gamma,P_t)\mu(\gamma|P_t),\quad i=1,\cdots,K,\tag{2}$$

谎报偏好信息时第 i 个目标的期望值 H_i

$$H_i(\mu|P_F)=\sum_{\gamma\in\Gamma_c}h_i(\gamma,P_t)\mu(\gamma|P_F),\quad i=1,\cdots,K.\tag{3}$$

3 激励相容机制

定义 2. 机制 $\mu(\gamma|P)$ 是激励相容的 (incentive compatible)．如果对从方的每一目标 $i(i=1,\cdots,K)$ 均有

$$H_i(\mu|P_t)\leqslant H_i(\mu|P_F)\tag{4}$$

成立,其中 P_t,P_F 分别为从方真实的和上报的偏好信息，$P_t,P_F\in\mathscr{P}$.

注意到P_t并不为主方所知,故一个机制μ如果是激励相容的,那么由(4)式对$\mathscr{P}$中的任意两元素 P_j,P_m 应有

$$\sum_{\gamma\in\Gamma_c}h_i(\gamma,P_j)\mu(\gamma|P_j)\leqslant\sum_{\gamma\in\Gamma_c}h_i(\gamma,P_j)\mu(\gamma|P_m),\ i=1,\cdots,K.\tag{5}$$

即无论从方的偏好结构是$\mathscr{P}$中哪个元素,激励相容机制 $\mu(\gamma|P)$ 都应使得从方上报真实偏好结构信息时，每一目标均优于谎报时的期望值．注意到(5)式，实质上是$2K$个凸组合的比较,一般说,满足这组不等式的凸组合不存在,故不存在激励相容机制.

4 针对主方而言的满意机制

对 $\mathscr{P}$ 中的某元素 P_j，记 $\vec{w}_l=(h_1(\gamma_l,P_j),\cdots,h_K(\gamma_l,P_j))$，$l=1,\cdots K!$；$\sigma(\vec{w}_1,\cdots,\vec{w}_{K!})$ 为由 $\vec{w}_1,\cdots,\vec{w}_{K!}$ 构成的凸包．又记凸包 σ 中的点为 $\vec{w}$；σ 的西南前沿构成的集合为 Ω．在 Ω 点集中，$\vec{w}$ 每一分量的减小必然引起另外一些分量的增加，即 Ω 是所谓的"非劣"点集．考虑到从方的偏好结构及确定最佳调和解的决策规则 D，当 $\Omega\neq\phi$ 时，可以确定一个 $\bar{w}$ 满足 $\bar{w}=D(\Omega,P_j)$（注意到这里的 P_j 与 $\mu(\gamma|P_j)$，其中的 P_j 相同，D,Ω 均为主方所知．显然 $\bar{w}\in\sigma(\vec{w}_1,\cdots\vec{w}_{K!})$，存在凸组合 $\vec{\lambda}\cdot(\vec{w}_1,\cdots,\vec{w}_{K!})=\bar{w}$，其中 $\vec{\lambda}$ 每一分量满足 $0\leqslant\lambda_l\leqslant 1$，$\sum_{l=1}^{K!}\lambda_l=1$．

定义 3. 机制 $\bar{\mu}(\gamma|P)$ 称为主方的可行机制，如果

$$(\bar{\mu}(\gamma_1|P_j),\cdots,\bar{\mu}(\gamma_{K!}|P_j))\cdot(\vec{w}_1,\cdots,\vec{w}_{K!})'=D(\Omega,P_j),\ \forall P_j\in\mathscr{P}.$$

当非劣解集为折线集时，$\bar{w}$ 必位于折线的某一线段上，那么 $\bar{w}$ 表示为 $(\vec{w}_1,\cdots,\vec{w}_{K!})$ 的凸组合形式是唯一的，否则凸组合的形式不唯一．此时结合主方的目标函数，讨论一种针对主方而言的满意机制．

设主方代价型目标函数为 $J_L(u,v)$．当从方偏好信息为 P 时，在诱导策略 γ 下使 $J_L(u,v)$ 的实现值记为 $g(\gamma,P)$．在激励机制 $\mu(\gamma|P)$ 作用下主方目标函数的期望实现值记为 $G(\mu|P)$．显然 $G(\mu|P)=\sum_{\gamma\in\Gamma_c}g(\gamma,P)\mu(\gamma|P)$．

定义 4. 对主方而言，激励机制 $\bar{\mu}(\gamma|P)$ 优于激励机制 $\bar{\nu}(\gamma|P)$，当且仅当

$$G(\bar{\mu}|P)\leqslant G(\bar{\nu}|P),\ \forall P\in\mathscr{P}.$$

如果对于 $\mathscr{P}$ 中某一元素 P_j，严格不等式成立，那么称机制 $\bar{\mu}(\gamma|P)$严格优于 $\bar{\nu}(\gamma|P)$．所有非被优于的可行机制集合称为非劣机制集．

定理. 非劣机制集为单点集，即满意机制．

为证明该定理，先证明下面的引理．

引理. 设 $\bar{\mu}$ 是非劣机制，ν 为任一机制，令

$$S=\{P|G(\nu|P)<G(\bar{\mu}|P),\ P\in\mathscr{P}\},$$

如果 $S\neq\phi$，则 ν 不是可行机制．

证明．机制 ξ 定义为 $\quad\xi(\gamma|P)=\begin{cases}\nu(\gamma|P), & 当\ P\in S,\\ \bar{\mu}(\gamma|P), & 当\ P\bar{\in}S.\end{cases}$

如果 $S\neq\phi$，则 ξ 优于 $\bar{\mu}$．ξ 只在从方偏好结构属于 S 时将 $\bar{\mu}$ 中的对应部分替换为 ν．若 ν 是可行机制，ξ 也一定是可行机制(因为 $\bar{\mu}$ 是可行机制)，但这与 $\bar{\mu}$ 是非劣机制相矛盾，故 ν 不是可行机制．证毕．

命题 4 的证明．

证明．设 $\bar{\mu},\bar{\nu}$ 是主方的两个非劣机制．因为 $\bar{\mu}$，$\bar{\nu}$ 对从方的任何偏好结构都是可行机制，故由引理知 $\quad\{P|G(\bar{\mu}|P)<G(\bar{\nu}|P),\ P\in\mathscr{P}\}=\phi$，

反之亦有 $\quad\{P|G(\bar{\nu}|P)<G(\bar{\mu}|P),\ P\in\mathscr{P}\}=\phi$，

故必有 $\bar{\mu}=\bar{\nu}$．证毕．

显然,可行机制如果是唯一的,那么必然是满意机制.

综上所述,满意机制虽不能保证激励从方上报真实的偏好结构信息,但在处理不完全信息的主从对策问题中仍是有意义的. 当不存在激励相容机制时，满意机制仍可作为主方对从方的激励机制，因为它可以使主方的目标函数取期望最小. 满意机制是一随机机制,其操作性可有两条实现途径: 一是考虑采用计算机仿真的方法,但此时主从双方都面临着不确定的决策环境;二是按文献[5]的处理方法. 当从方上报 P_j 后，在机制 $\mu(\gamma|P_j)$ 作用下,主方采用 $\gamma^0=\gamma_1\cdot\mu(\gamma_1|P_j)+\gamma_2\cdot\mu(\gamma_2|P_j)+\cdots+\gamma_{K1}\cdot\mu(\gamma_{K1}|P_j)$ 作为其诱导策略.

参 考 文 献

[1] 金 武,陈 珽. 从方具有多个目标的仿射型诱导策略. 控制与决策,1994.

[2] 金 武,王浣尘,郭文革等. 从方具有多个目标的连续诱导策略,运筹学杂志,1996,**15**(1).

[3] Kijima K, Xu C H, Chen T. On incentive problems with the follower's preference unknown to the leader. IFAC/IFORS/IMACS Sym. LSS, Beijing: 1992. 151—156.

[4] 陈 珽. 决策分析. 北京: 科学出版社,1987.

[5] Myerson R B. Mechanism design by an informed principal. *Econometrica*, 1983, **51**: 1767—1797.

A STUDY ON SATISFACTORY INCENTIVE MECHANISM WHEN THE FOLLOWER'S PREFERENCE INFORMATION IS INCOMPLETE

JIN WU

(*Institute of Systems Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200052)

WANG XIANJIA

(*Wuhan University of Hydraulic & Electrical Engineering, Wuhan* 430072)

CHEN TING

(*Institute of Systems Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan* 430074)

ABSTRACT

In this paper, the Stackelberg game when the follower has multiple objectives, whose preference structure information is unknown to the leader is studied. The optimal incentive strategy when the follower has multiple objectives is presented. The satisfactory incentive mechanism from the leader to the follower is investigated.

Key words: Stackelberg game, incentive strategy, incentive mechanism.