



# 一个基于 Coons 曲面的图象 Warping 方法<sup>1)</sup>

金小刚 鲍虎军 彭群生

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室 杭州 310027)

## 摘 要

利用构造 Coons 曲面,提出了一种有效可靠的二维图象 warping 方法,它能处理任意闭的曲线或多边形平面区域。

**关键词** Warping, 映射, 纹理, NURBS, Coons.

## 1 引言

二维图象 Warping 是指将一幅源图象通过重新采样变换到另一区域上。根据复变函数中的 Riemann 存在定理,在扩充平面上任意给定的两个单连通区域,存在一个单叶解析函数,使得一个区域保角变换为另一区域<sup>[1,2]</sup>。但是,Riemann 定理仅仅是一个存在性结果,对于任意给定的两个单连通区域,要求得到一个解析的变换实际上是不可能的。所幸的是,对于简单的多边形区域,存在一个解析的公式,即 Schwarz-Christoffel 公式<sup>[3]</sup>。Fiume 等借用该公式,成功地实现了两任意平面多边形区域的变换<sup>[4]</sup>。从理论上讲,保角变换确实提供了一种完美的图象映射技术,但该技术的实现却相当困难。对平面曲线区域,其边界必须离散为多边形,这带来了巨大的计算量。Wolberg 提出了一种基于细化的两个任意形状间的图象 Warping 技术<sup>[4,5]</sup>。他把图象看成为象素层的集合,而象素层则由图象处理中的细化过程来抽取<sup>[6]</sup>。然后把图象 Warping 定义为源图象和目标图象象素层之间的映射问题。此算法的关键思想是把不适合于表达象素点之间对应关系的直角坐标系转化为适合于 Warping 的广义极坐标系,从而得到了定义于  $[0,1] \times [0,1]$  上的图象的参数表示。但是,由于细化算法对噪声非常敏感,并且由细化算法得到的骨架有各种形状和分枝数,给 Warping 生成的图象带来了不适当的局部放大和缩小。1992年,Beier 等人<sup>[7]</sup>提出了一种基于特征的图象自然变形方法 (metamorphosis),它是一种广义图象 Warping 和淡入淡出 (Cross-dissolve) 相结合的技术。该方法允许动画制作者对变形进行直观的控制,通过交互地指定图象变形的特征,达到把一幅数字图象以超现实主义的方式自然变形为另一幅数字图象的目的。在某种程度上,图象 Warping 可看成

1) 本项研究获国家自然科学基金资助。  
本文于1993年12月13日收到。

为图象的重新参数化过程,使得图象的定义域为  $(u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$ . 通过对已有算法的分析,本文首先将两平面区域均表示成 Coons 曲面,然后把它们的参数域作为中间媒介,成功地实现了区域之间的变换. 本算法的优点在于,它能处理任何平面单连通区域,且算法效率非常高.

## 2 Coons 曲面的构造

Coons 曲面的基本思想是对预先给出的四条边界曲线及其导数信息,求一幅插值于给定信息的曲面. 若将平面区域边界线表示成四条边界曲线,则该平面区域就可显式地表示成一幅 Coons 曲面,从而得到了该平面区域在  $[0, 1] \times [0, 1]$  上的参数表示,便于图象 warping. 假设  $\alpha_0(u), \alpha_1(u), \beta_0(v), \beta_1(v)$  ( $0 \leq u, v \leq 1$ ) 为 Coons 曲面的边界线,现在讨论如何决定给定区域的边界线. 设  $A, B$  为两个给定的区域,其边界线分别为  $\partial(A)$  和  $\partial(B)$ ,并将  $\partial(A)$  和  $\partial(B)$  分别分割为四条子曲线. 不妨以  $\partial(A)$  为例,记  $\partial(A)$  分割后产生的四条子曲线分别为  $\alpha_0(u), \beta_0(v), \alpha_1(u), \beta_1(v)$ . 根据  $\partial(A)$  的表示形式,采用以下不同的方法:

- 1) 当  $\partial(A)$  为一多边形时,在  $\partial(A)$  上选取四个顶点作为其四条子线段的端点,即可决定  $\alpha_0(u), \beta_0(v), \alpha_1(u), \beta_1(v)$  四条子线段. 此时,它们均为折线段.
- 2) 当  $\partial(A)$  为一非均匀有理 B 样条曲线时,可交互地确定曲线上的四个点,从而将  $\partial(A)$  分割为四条 NURBS 曲线段.
- 3) 当  $\partial(A)$  为手画闭曲线时,根据其形状特征,交互地确定曲线上的四个点. 然后用 NURBS 曲线拟合相邻两点间的曲线,从而得到四段 NURBS 曲线. 拟合时应保持其端点处的连续性不变.

通过上述方法,就可利用 Coons 曲面的构造方式将  $\partial(A)$  和  $\partial(B)$  所包含区域表示为两张参数曲面,记为  $S_A(u, v)$  和  $S_B(u, v)$ . 因而,剩下的问题是如何确定满射  $f: S_A(u, v) \rightarrow S_B(u, v)$  以及避免点采样引起的走样现象.

## 3 映射和反走样

显然,  $S_A(u, v)$  和  $S_B(u, v)$  均为定义在  $(u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$  正方形参数区域上的曲面片,它们均可表示为如下形式:

$$S(u, v) = (1 - u)\beta_0(v) + u\beta_1(v) + (1 - v)\alpha_0(u) + v\alpha_1(u) \\ + (1 - v)[(1 - u)\alpha_0(0) + u\alpha_0(1)] + v[(1 - u)\alpha_1(0) + u\alpha_1(1)].$$

其中  $(u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$ . 因此,一种很自然的对应方式就是将这两参数曲面片的参数  $(u, v)$  作为对应的中间媒介,即  $S_A, S_B$  上具有相同  $(u, v)$  值的点作为其相互对应的点.

点采样会带来比较严重的走样现象,而滤波是一种常用的反走样方法. 设  $O(x, y)$  为目标图象象素  $P(x, y)$  的光亮度,  $T(x, y)$  为  $(x, y)$  所对应的源图象的光亮度,则  $O(x, y)$  可用下面的公式来计算:

$$O(x,y) = w_1T(x,y) + w_2T(x+1,y) + w_3T(x,y+1) \\ + w_4T(x-1,y) + w_5T(x,y-1).$$

其中  $\sum_{i=1}^5 w_i = 1$ . 通过适当选取权因子  $w_i$ , 可达到满意的反走样效果.

本算法已在 SGI 4D/35 工作站上实现. 图 1 为原始图象 Mandrill, 图 2—4 是用本算法所生成的图象. 这些区域包括圆、多边形、曲边区域等. 同以前的方法相比, 这里把一个二维单连通闭区域看成一张 Coons 曲面, 从而很好地解决了区域的参数化过程, 使得区域的参数域为  $[0,1] \times [0,1]$ . 由于采用的都是计算几何的方法, 同保角变换法和细化法相比, 该方法更易结合到现有的动画系统和几何造型系统中.

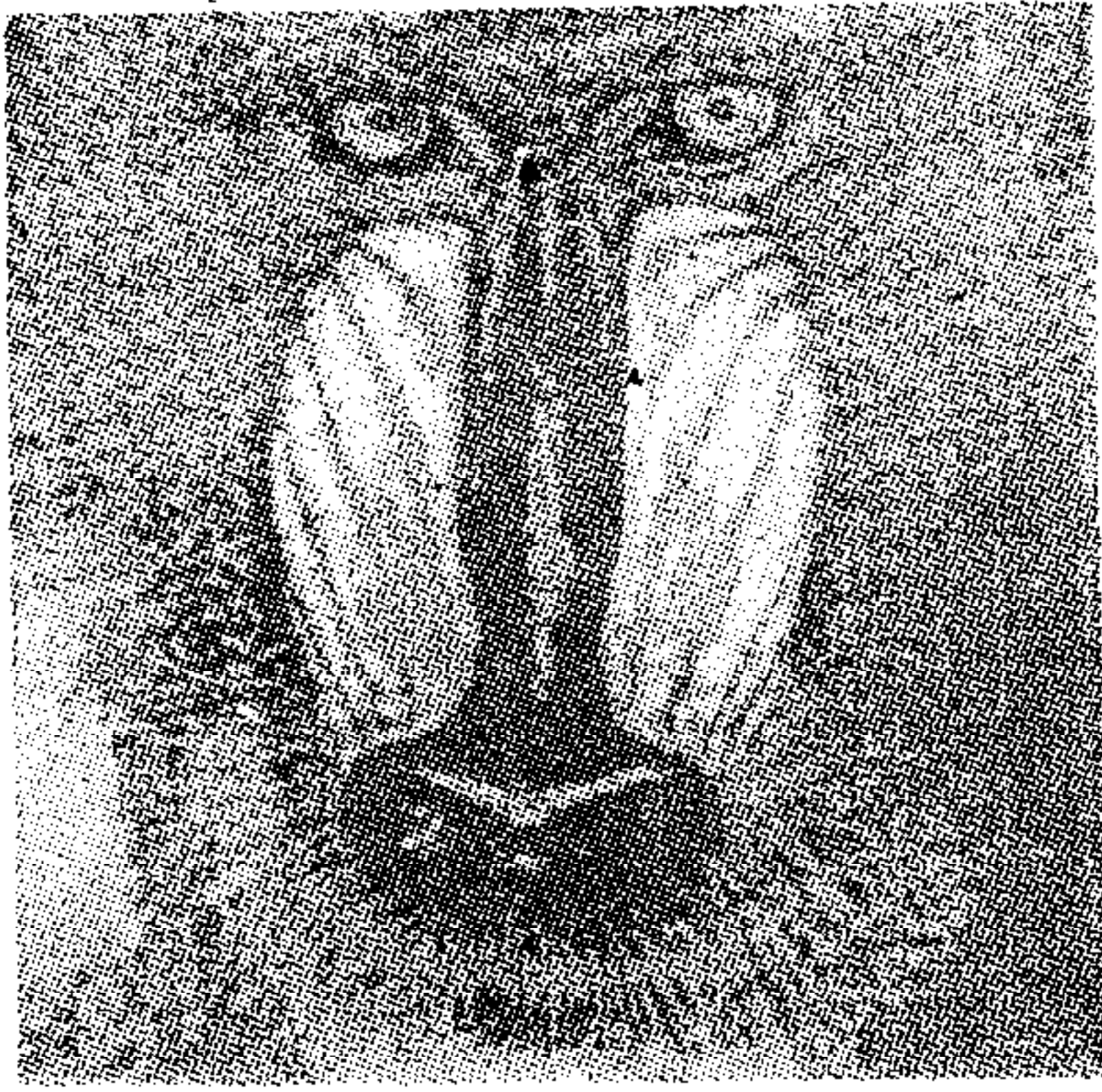


图 1

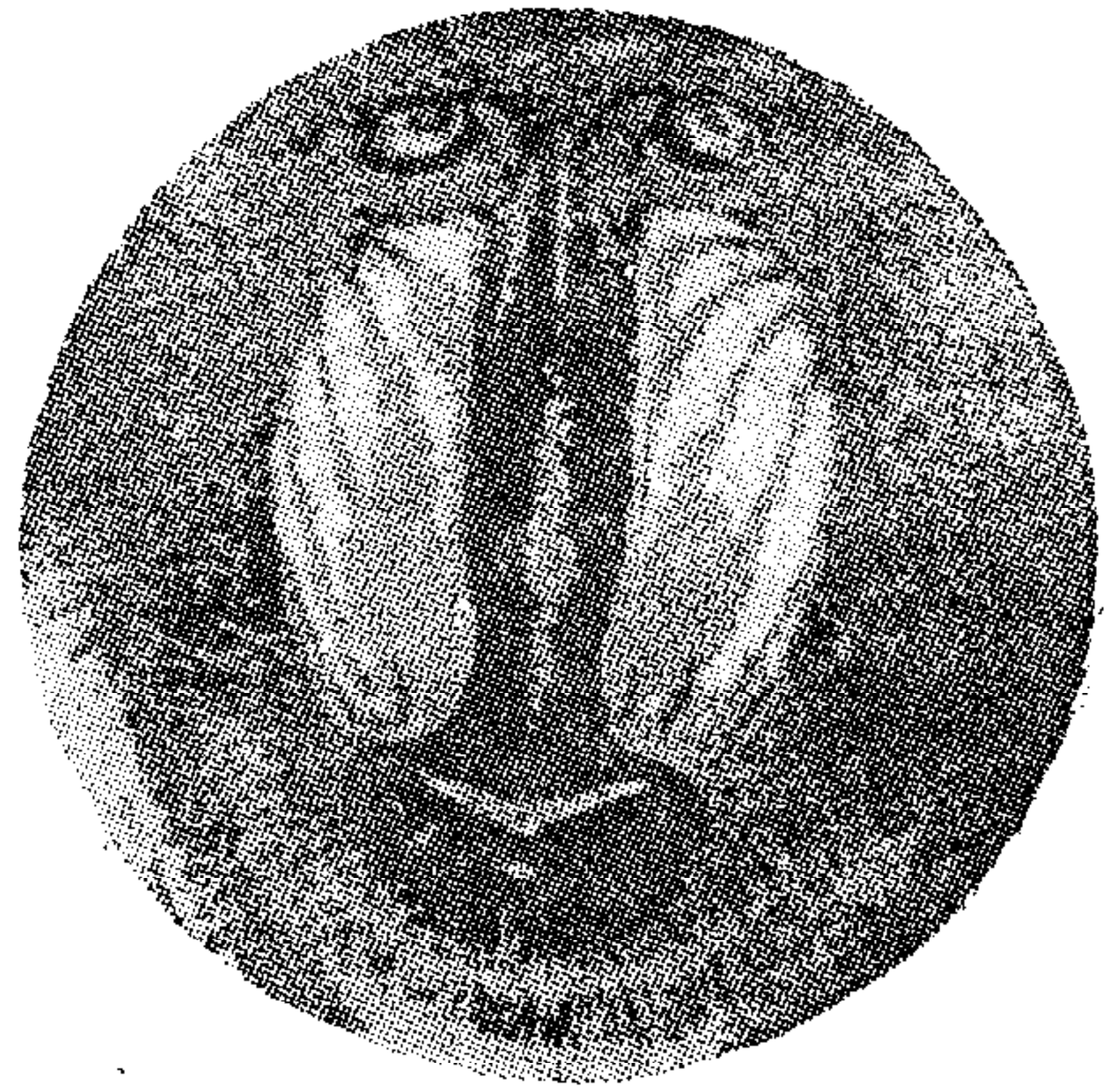


图 2

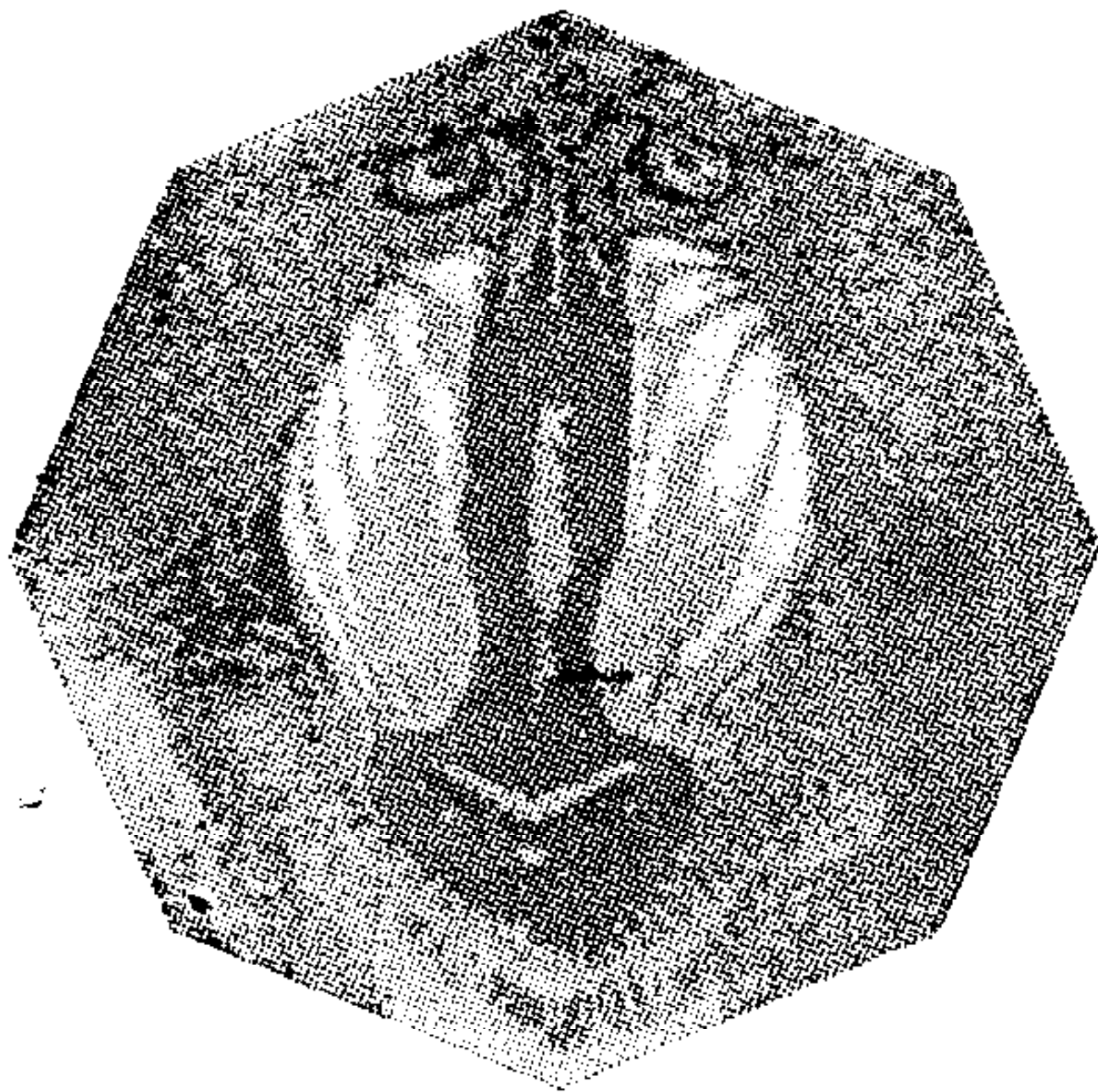


图 3

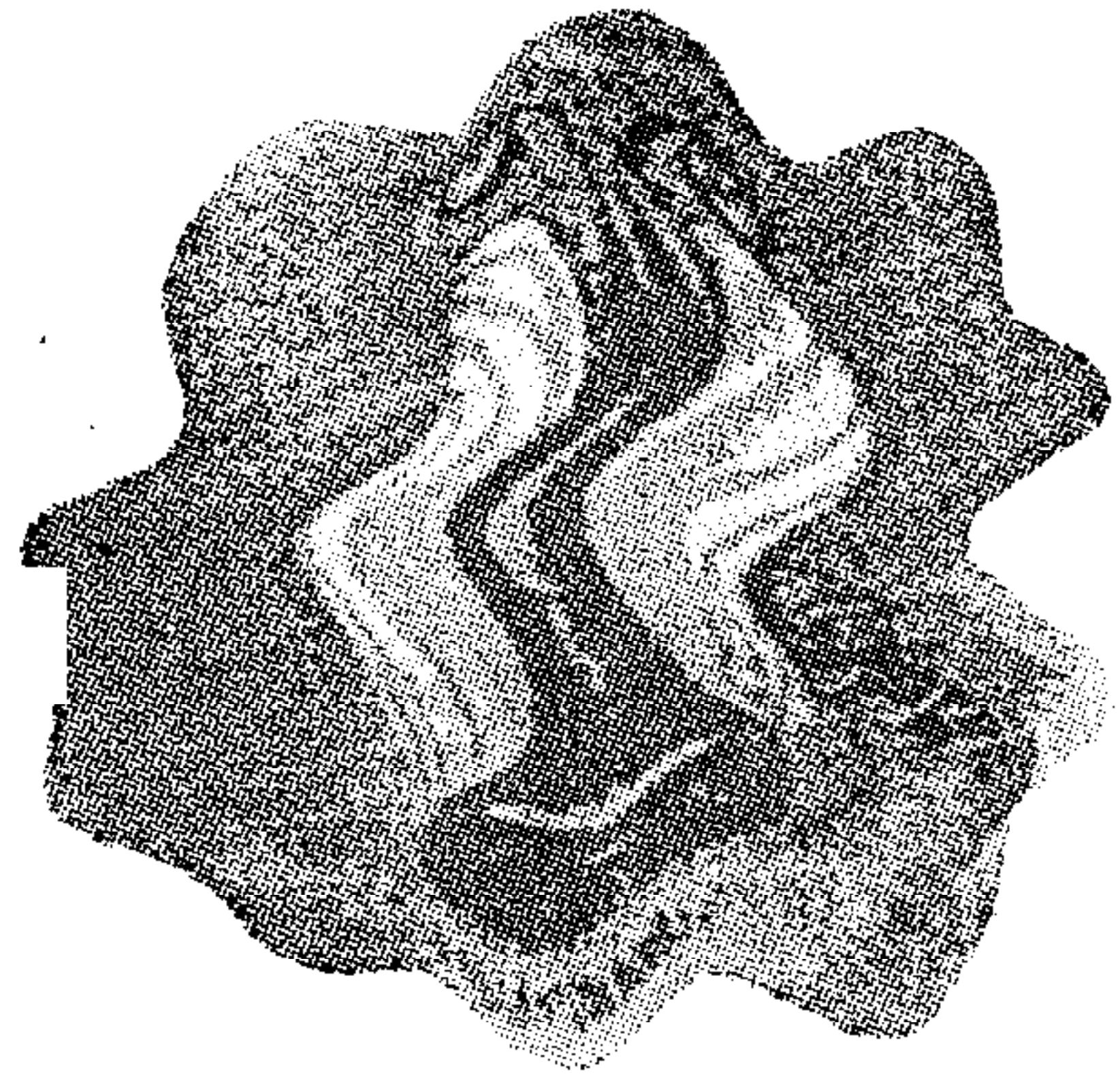


图 4

## 参 考 文 献

- [1] Fiume E, Fournier A, Canale V. Conformal texture mapping. Proc. of Eurographics, Amsterdam: North Holland, 1987.
- [2] Frederick C, Schwartz E L. Conformal image warping. *IEEE Computer Graphics & Applications*, 1990, 10(2):54—61.
- [3] Trefethen L. Numerical computation of the Schwarz-Christoffel transformation. *SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing*, 1980, (1):82—102.
- [4] Wolberg G. Skeleton-based image warping, *The Visual Computer*, 1989, (5):95—108.
- [5] Wolberg G. Digital image warping, IEEE Computer Society Press, 1990.
- [6] Pavlidis T. An asynchronous thinning algorithm. *Computer Graphics, Vision and Image Processing*, 1982, 20(2):133—157.
- [7] Beier T, Neely S. Feature-based image metamorphosis, *Computer Graphics*, 1992, 26(2):35—42.

## AN APPROACH FOR IMAGE WARPING BASED ON COONS SURFACE

JIN XIAOGANG    BAO HUIJUN    PENG QUNSHENG

(State Key Laboratory of CAD & CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

### ABSTRACT

We proposed a 2D image warping method by making use of Coons surface, it can handle arbitrary close curved or polygonal regions.

**Key words:** Warping mapping, texture, NURBS, Coons.