

CNC 系统中曲面交线加工刀具 轨迹直接插补¹⁾

周艳红 周云飞 周 济 周祖德

(华中理工大学机械学院 武汉 430074)

摘 要

提出并实现了在 CNC 系统中完成曲面交线加工刀具轨迹直接插补的构想,可极大提高 CNC 系统的几何轨迹控制能力和使用性能。给出了一个适用于球头刀加工的插补算法及其加工误差估计,证明了算法的稳定性。理论分析和实践表明,该算法精度高、计算量小且稳定。

关键词: CNC, 曲面加工, 刀具轨迹, 插补, 交线。

1 前言

目前的 CNC 系统一般只具有直线、圆弧和少数曲线功能,因此,对于曲面加工,必须借助外部编程离散成微小线段,由此导致的巨量零件程序的生成、制作、检验修正、使用和保存都较困难,粗、精加工需分别编程,加工过程中无法干预,致使目前的曲面加工代价高、效率低^[1-3]。为此,作者进行了曲面 CNC 直接插补加工的研究。文献[1]介绍了曲面直接插补加工的基本原理,并获得了由 CNC 系统根据曲面几何定义和工艺参数进行参数行切的试验验证。本文介绍的曲面交线加工刀具轨迹直接插补是该项研究的进一步发展和完善,CNC 系统的几何轨迹控制能力得以进一步增强,从而可实现按任意指定的导动面(包括平面行切)对曲面零件进行直接插补加工以及对组合曲面的交线直接进行加工。

曲面交线加工的刀具轨迹为两个曲面的刀具偏置面交线,其计算复杂,对于 CNC 系统实时插补实现难度较大,它要求插补算法除应满足一定的精度要求外,还必须具有很好的实时性与稳定性。本文给出的一种球头刀交线加工算法能较好地满足这些条件。

2 曲面交线加工刀具轨迹直接插补原理与算法

2.1 曲面交线加工刀具轨迹直接插补概念

给定两参数曲面: $S_1 = r_1(u_1, \omega_1)$, $S_2 = r_2(u_2, \omega_2)$, 设球头刀半径为 R , 加工保留余

1) 国家“八五”科技攻关专题及国家自然科学基金资助项目。

本文于 1994 年 5 月 26 日收到

量为 C , 加工允差分别为 T_1 和 T_2 . 若加工 S_1 与 S_2 交线的刀具中心轨迹为 $p(t)$, 则对于 S_1 与 S_2 的参数域 Q_1 和 Q_2 , $p(t)$ 应同时满足下式(如图 1 中阴影所示):

$$\begin{cases} \min\{|\mathbf{p}(t) - \mathbf{r}_1(u_1, \omega_1) - (R + C)\mathbf{n}_1(u_1, \omega_1)|, u_1, \omega_1 \in Q_1\} \leq bT_1, \\ \min\{|\mathbf{p}(t) - \mathbf{r}_2(u_2, \omega_2) - (R + C)\mathbf{n}_2(u_2, \omega_2)|, u_2, \omega_2 \in Q_2\} \leq bT_2. \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{n}_1(u_1, \omega_1)$ 和 $\mathbf{n}_2(u_2, \omega_2)$ 分别为曲面 S_1 和 S_2 上相应点的单位法矢, b 为插补误差分配系数 ($0 < b \leq 1$, 法矢均定向为朝上).

在闭环控制的 CNC 系统中, 插补均采用时间分割的数字采样法, 插补计算即为在 CNC 系统的第 $K-1$ 个工作周期中实时计算出下一工作周期 K 中的各轴运动分量 Δp_K , 并满足指定的加工速度要求, 即

$$\begin{cases} \Delta p_K = p(t_{K+1}) - p(t_K), \\ |\Delta p_K| = f_K. \end{cases} \quad (2)$$

式中 f_K 为第 K 个工作周期中的插补进给量. 若插补周期为 T_s , 指令进给速度为 $F(t)$, 则 $f_K = F(t_K) \cdot T_s$.

定义 1. 曲面交线直接插补加工即是在给定两曲面 S_1 与 S_2 的几何定义、加工保留余量、刀具参数、加工速度及交线起点信息 I_s 与终点信息 I_e 的情况下, 由 CNC 系统实时地插补出满足式 (1), (2) 的刀具运动轨迹 $p(t_K)$ ($K = 1, 2, \dots$), 控制机床运动以完成整条交线加工.

当 CNC 系统具有上述功能后, 交线加工即可简洁地表达成类 APT 的语句

$$\text{Path} = P/[S_1, S_2, I_s, I_e].$$

2.2 交线加工刀具轨迹直接插补算法

较之曲面加工的外部编程离散逼近, CNC 系统刀具轨迹直接插补的插补进给量只取决于指定的加工速度和 CNC 系统的插补周期, 而不必考虑因步长太小造成的零件程序膨胀, 这意味着它能以 CNC 原理上所决定的最小线段对曲面逼近而获得最高精度. 同时, 这样小的进给步长 (如插补周期为 4ms, 加工速度为 1.5m/min 时, 进给步长仅为 0.1mm) 也使得构造高适时性和稳定性的插补算法成为可能.

记 $t = t_K$ 时的刀具中心位置为 p , 当考虑加工保留余量 C 时, 可认为刀具半径为 $R' = R + C$, 它与两曲面 S_1 和 S_2 的近似切点分别为 q_1 和 q_2 , 相应参数为 (u_1, ω_1) 和 (u_2, ω_2) , 则 $t = t_{K+1}$ 时的刀具位置 p_e 和相应近似切点 q_{1e} 和 q_{2e} 可用下述方法求解, 见图 2. 另外, 为简单计, 以下 $t = t_K$ 时的有关参量均省去下标, 而 $t = t_{K+1}$ 时则用下标 e 表示.

1) 追踪 p_e 的近似位置 p_e^*

记 S_1 在 q_1 处的切矢和法矢为: $\mathbf{r}_{1u} = \partial \mathbf{r}_1 / \partial u_1$, $\mathbf{r}_{1\omega} = \partial \mathbf{r}_1 / \partial \omega_1$, $\mathbf{n}_1 = \mathbf{r}_{1u} \times \mathbf{r}_{1\omega} / |\mathbf{r}_{1u} \times \mathbf{r}_{1\omega}|$, 而 S_2 在 q_2 处则依次为 \mathbf{r}_{2u} , $\mathbf{r}_{2\omega}$ 和 \mathbf{n}_2 . 设该周期相应于给定速度的插补进给量为 f , 则

$$\mathbf{p}_e^* = \mathbf{p} + f \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 / |\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2|. \quad (3)$$

2) 校正 p_e^* 至 p_e

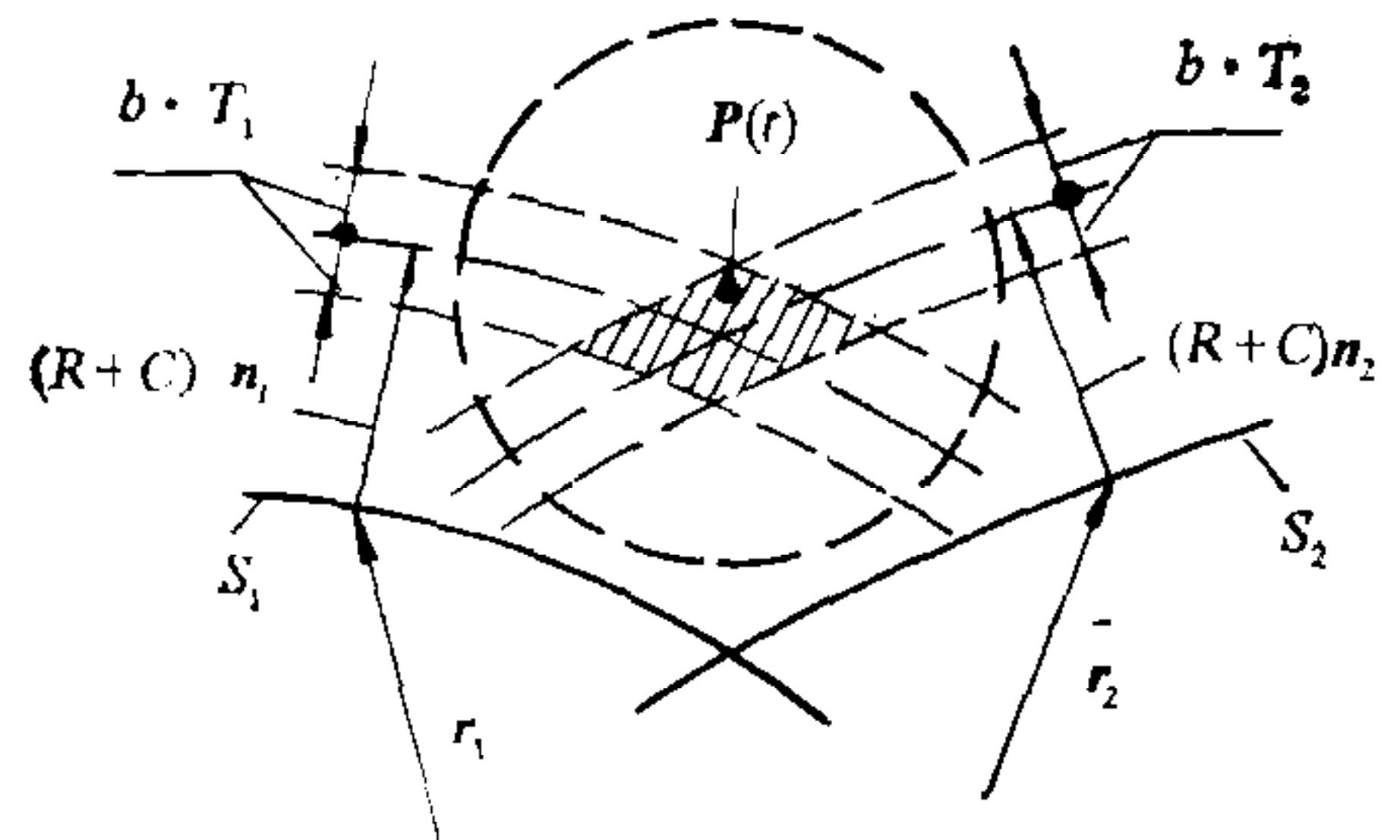


图 1 曲面交线加工要求

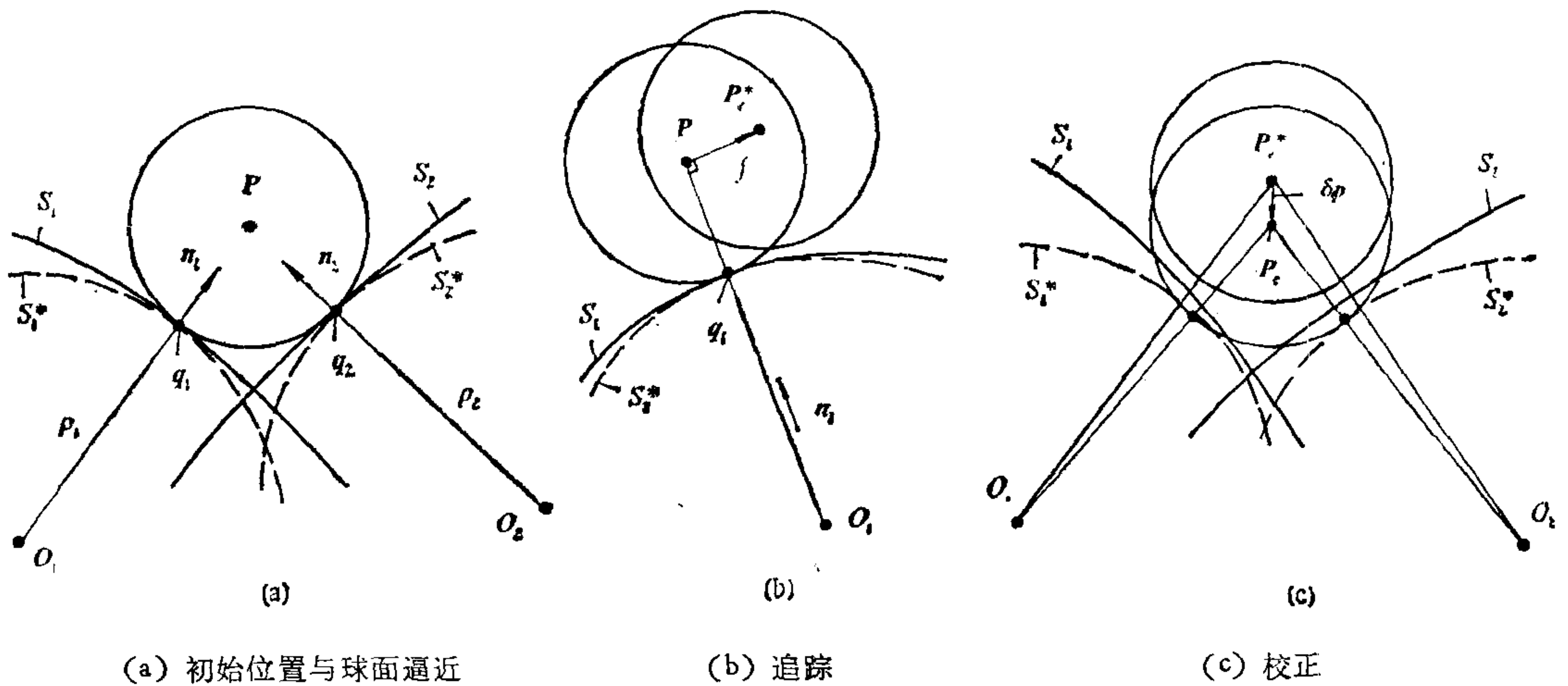


图2 交线加工刀具轨迹一步求解过程

记 q_1 和 q_2 处沿 $n_1 \times n_2$ 方向的法曲率分别为 k_1 和 k_2 , 以相应曲率中心 o_1 和 o_2 为球心, $\rho_1 = 1/|k_1|$ 和 $\rho_2 = 1/|k_2|$ 为半径作两球面 S_1^* 和 S_2^* . 在 o_1, o_2 和 p_c^* 三点确定的平面内校正 p_c^* 至 p_c , 使刀具与此两球面相切, 并记 $\delta p = p_c - p_c^*$, 则解下述三元一次方程组即可求得 δp , 从而可得 $p_c = p_c^* + \delta p$.

$$\begin{cases} \delta p \cdot o_1 p_c^* = |o_1 p_c^*| \cdot (|o_1 p_c^*| - (1 - R' \cdot k_1) / |k_1|), \\ \delta p \cdot o_2 p_c^* = |o_2 p_c^*| \cdot (|o_2 p_c^*| - (1 - R' \cdot k_2) / |k_2|), \\ \delta p \cdot (o_1 p_c^* \times o_2 p_c^*) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

3) 求解 p_c 对应切点参数

令 $\delta r_1 = p_1 p_c / (1 - k_1 \cdot R')$, $\delta r_2 = p_2 p_c / (1 - k_2 \cdot R')$, 其中 $p_1 = q_1 + R' n_1$, $p_2 = q_2 + R' n_2$. 记 q_{1c} 对应参数增量为 $\delta u_1 = u_{1c} - u_1$, $\delta \omega_1 = \omega_{1c} - \omega_1$, 则 δu_1 和 $\delta \omega_1$ 可由以下二元一次方程组近似求得(同理可得 δu_2 和 $\delta \omega_2$):

$$\begin{cases} (r_{1u} \cdot \delta u_1 + r_{1\omega} \cdot \delta \omega_1) \cdot (n_1 \times \delta r_1) = 0, \\ (r_{1u} \cdot \delta u_1 + r_{1\omega} \cdot \delta \omega_1) \cdot \delta r_1 = |\delta r_1|^2. \end{cases} \quad (5)$$

至此,即完成一次插补运算. 将 p_c 和 q_{1c} 及 q_{2c} 作为新的当前数据并重复以上步骤,即可完成整条交线加工的刀具轨迹插补.

该算法的基本思想是充分利用当前点的信息来近似估计下一点的位置,其核心部分(追踪、校正和反求切点)仅仅是分别求解简单的一元、三元和两个二元一次方程组. 由于避免了高次方程求解和迭代运算,其计算量小且计算时间稳定. 经过程序优化,在用 40MHz 的 80386 工业级通用微机开发的 CNC 系统上,一次插补运算时间约 2ms,能较好地满足实时插补的速度要求.

3 插补算法理论误差估计

定义 2. 由插补算法原理所引起的加工误差称为插补算法理论误差,它以三维刀具在曲面上沿曲面法向的最大切深来度量.

3.1 无初始误差时的一步插补理论误差

q_1, q_2 和 p 无误差, 一步插补后到达 p_c , 且与两球面切于 q_{1c}^* 和 q_{2c}^* , 此时刀具在 S_1 和 S_2 上的最大切深估计为 Δ_1 和 Δ_2 . 现以 Δ_1 为例进行分析, 如图 3 所示(误差分析只针对精加工, 故以下令 $C = 0$).

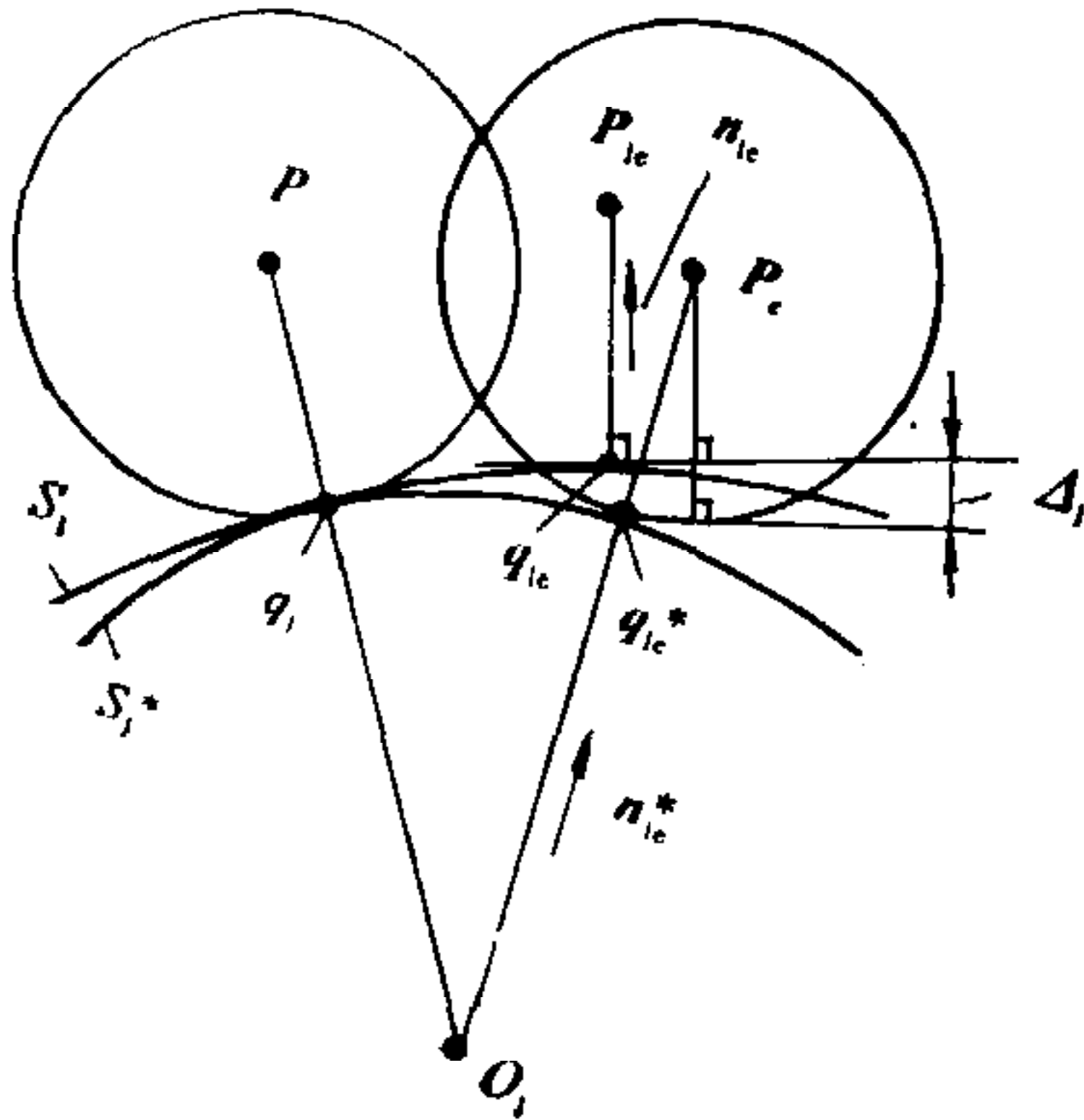


图 3 一步插补理论误差描述

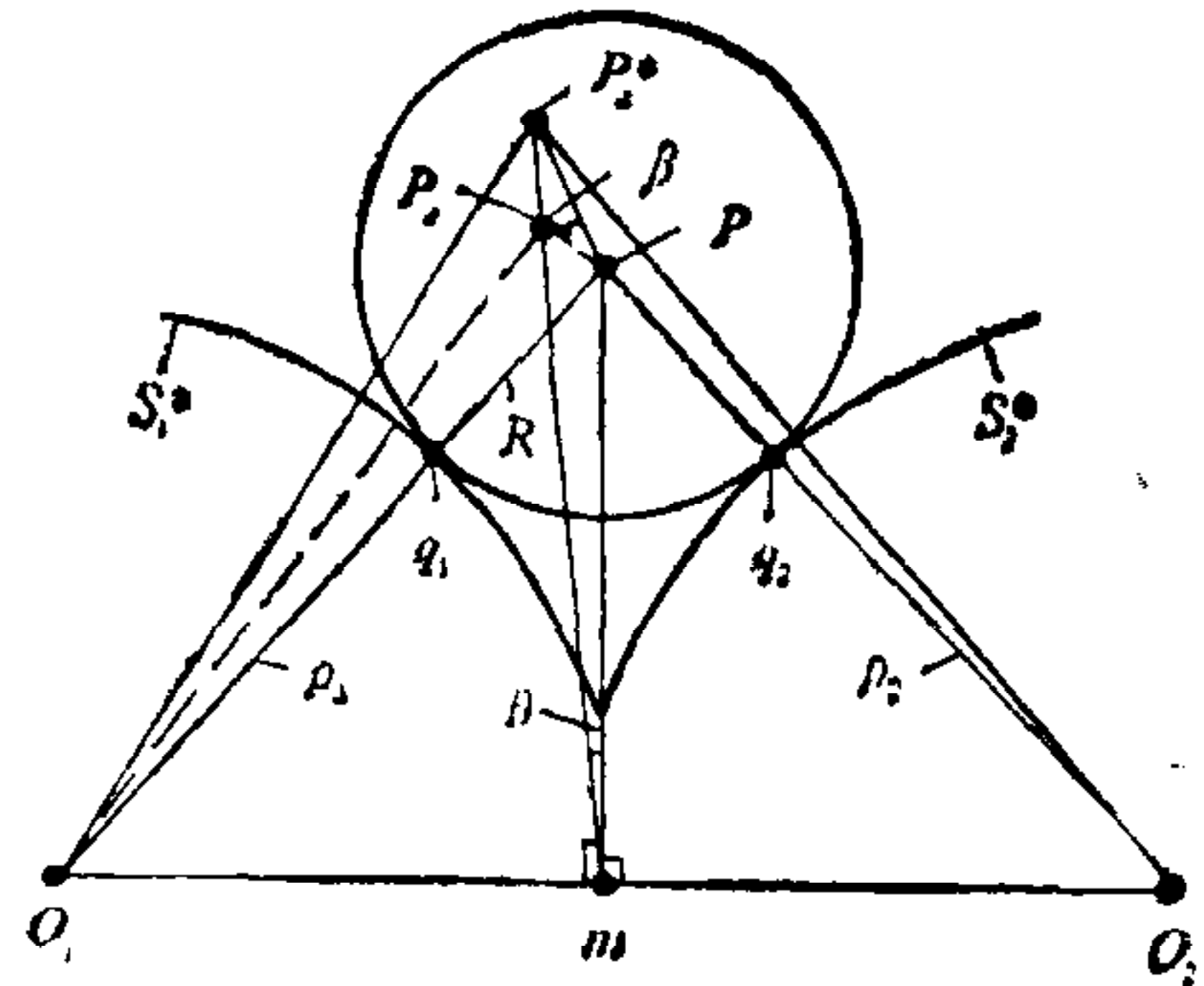


图 4 角度 $\delta\varphi$ 的计算

设过 q_1, q_{1c}^* 和 o_1 三点所作法平面 Σ_1 与 S_1 及 S_1^* 的交线分别为 $r_1(s)$ 和 $r_1^*(s)$, 且 q_1 处弧长参数 $s = 0$, 则在 q_1 邻近有

$$r_1(s) = r_1(0) + \dot{r}_1(0) \cdot s + \frac{1}{2!} \ddot{r}_1(0) \cdot s^2 + \frac{1}{3!} (\bar{r}_1(0) + \epsilon_1) \cdot s^3,$$

$$r_1^*(s) = r_1^*(0) + \dot{r}_1^*(0) \cdot s + \frac{1}{2!} \ddot{r}_1^*(0) \cdot s^2 + \frac{1}{3!} (\bar{r}_1^*(0) + \epsilon_1^*) \cdot s^3.$$

其中 \dot{r}_1, \ddot{r}_1 和 \bar{r}_1 分别表示 $r_1(s)$ 对弧长参数 s 的一、二和三阶导数, $\dot{r}_1^*, \ddot{r}_1^*$ 和 \bar{r}_1^* 类同. 显然, $r_1(0) = r_1^*(0) = q_1$, $\dot{r}_1(0) = \dot{r}_1^*(0)$, $\ddot{r}_1(0) = -k_1' n_1$, $\ddot{r}_1^*(0) = -k_1 n_1$. 其中 k_1' 为 q_1 点在法面 Σ 对应方向的法曲率. 忽略高阶小量, 则

$$r_1(s) - r_1^*(s) = \frac{1}{2} (k_1 - k_1') s^2 n_1. \quad (6)$$

记 Σ 与过 q_1 沿 $n_1 \times n_2$ 方向所作法面的夹角为 $\delta\varphi$, 则由欧拉公式^[4]微分后可得

$$|k_1 - k_1'| \approx |(k_{1\max} - k_{1\min}) \sin 2\varphi_0| \cdot \delta\varphi. \quad (7)$$

式中 $k_{1\max}$ 和 $k_{1\min}$ 为 S_1 在 q_1 点的主曲率, φ_0 为 $n_1 \times n_2$ 方向与主方向的夹角. 对于图 4 所示凸曲面加工情况, $\delta\varphi$ 即为过 o_1, p 和 p_c 的平面与过 o_1, p 和 p_c^* 的平面之间的夹角. 因 $|pp_c| < f \ll |o_1p|$, $|o_1p| = |o_1p_c|$, 故 $o_1p \cdot pp_c \approx 0$, 又因 $o_1p \cdot pp_c^* = 0$, 故 $\delta\varphi \approx \beta$. 因 $mp \cdot pp_c^* = 0$, 且 $|mp| = |mp_c|$, 故 $\beta = \theta/2$. 对于一般工程曲面, 当 S_1 与 S_2 的交线存在时, 满足

$$|mp| = (\rho_1 + R)(\rho_2 + R) \cdot \sqrt{1 - (n_1 \cdot n_2)^2} / |o_1o_2| \gg f,$$

即 θ 为一微小角度, 且 $\theta \approx f / |mp|$. 设相应于切点 q_{1c}^* 的弧长参数为 s_{1c} , 则

$$s_{1c} \approx \rho_1 \cdot f / (\rho_1 + R).$$

记 $q_{1c}^* = r_1^*(s_{1c})$, $q_{1c} = r_1(s_{1c})$, 并将以上有关表达式代入式(6), 则

$$|q_{1e} - q_{1e}^*| \approx \frac{|(k_{1\max} - k_{1\min}) \sin 2\varphi_0| \rho_1^2 \cdot f^3}{4(\rho_1 + R)^2 \cdot |mp|} \quad (8)$$

记 S_1 在 q_{1e} 点的单位法矢为 n_{1e} , S_1^* 在 q_{1e}^* 的单位法矢为 n_{1e}^* , 则

$$\begin{cases} n_{1e} \approx (n_1 - k'_1 \cdot s_{1e} \cdot a_1 - \tau_1 \cdot s_{1e} \cdot v_1) / \sqrt{1 + (k'_1 s_{1e})^2 + (\tau_1 s_{1e})^2}, \\ n_{1e}^* \approx (n_1 - k_1 \cdot s_{1e} \cdot a_1) / \sqrt{1 + k_1^2 s_{1e}^2}. \end{cases} \quad (9)$$

式中 a_1 为 $r_1(s)$ 在 q_1 点的单位切矢, $v_1 = n_1 \times a_1$, (a_1, v_1, n_1) 为 q_1 处的局部坐标系, τ_1 为 S_1 在 q_1 点沿 a_1 方向的短程挠率^[4].

由图 3 可知, 对应于刀心位置 p_e , 刀具在 S_1 上沿法向的最大切深 Δ_1 满足

$$\Delta_1 = [(q_{1e} + R \cdot n_{1e}) - (q_{1e}^* + R \cdot n_{1e}^*)] \cdot n_{1e}. \quad (10)$$

将式 (8), (9) 代入上式, 并注意到 $|\tau_1| = |(k_{1\max} - k_{1\min}) \sin \varphi_0 \cos \varphi_0|$ ^[4], 经化简可得

$$\Delta_1 \approx \frac{\tau_1^2 R \cdot f^2}{2(1 + |k_1| \cdot R)^2} + \frac{|\tau_1|}{2(1 + |k_1| \cdot R)^2 \cdot |mp|} \cdot f^3. \quad (11)$$

式 (11) 即为无初始误差时在 S_1 上产生的一步插补理论加工误差 Δ_1 的估计, 同理可得 Δ_2 的估计式. 对于一般工程曲面, 在其交线附近满足 $|k_1| \ll 1$, $|\tau_1| \ll 1$, 且插补周期进给量 f 很小, 此时, Δ_1 相对一般曲面加工精度要求可忽略不计.

3.2 存在初始误差时的一步插补理论误差

初始误差包括当前刀位 p 的位置误差 (刀具不与两曲面相切) 及基准点 q_1 与 q_2 的位置误差 (即 q_1 和 q_2 并非刀具与两曲面相切时的切点). 记

$$p_1 = q_1 + Rn_1, \quad p_2 = q_2 + Rn_2,$$

则上述初始误差因素可分别用误差矢量 $\epsilon_1 = p_1 p$ 和 $\epsilon_2 = p_2 p$ 来表示, 如图 5 所示. 按照上述无初始误差情况下 Δ_1 的推导过程, 并注意到此时有:

$$s_{1e} < (f + |\epsilon_1|) / (1 + |k_1| \cdot R),$$

且 $|k_1 - k'_1| < |k_{1\max} - k_{1\min}|$, 即可得到存在 ϵ_1 时 Δ_1 的最保守估计式 (同理可得 Δ_2)

$$\Delta_1 < \frac{|k_{1\max} - k_{1\min}| + |k_{1\max} - k_{1\min}|^2 \cdot R + \tau_1^2 \cdot R}{2(1 + |k_1| \cdot R)^2} (f + |\epsilon_1|)^2. \quad (12)$$

4 稳定性分析

由式 (12) 可知, 影响该算法稳定性的主要原因在于误差矢量 ϵ_1 和 ϵ_2 , 另外, 曲面形态和加工条件 (包括刀具尺寸、加工进给速度和 CNC 系统插补周期对算法稳定性也有一定的影响. 现分析当存在初始误差 ϵ_1 时, 经一步插补后产生的下一插补周期初始误差矢量 ϵ_{1e} 的大小.

由上述可知, $q_{1e} = r_1(s_{1e})$, $q_{1e}^* = r_1^*(s_{1e})$, 且 $s_{1e} < (f + |\epsilon_1|) / (1 + |k_1| \cdot R)$. 当 s_{1e} 很小时, 由式 (5) 求解所得近似切点 (即下一插补周期的基准点) 与 q_{1e} 的距离为 s_{1e} 的高阶小量, 即下一基准点可近似以 q_{1e} 代替. 记对应于 q_{1e} 和 q_{1e}^* 的刀心位置分别为 p_e

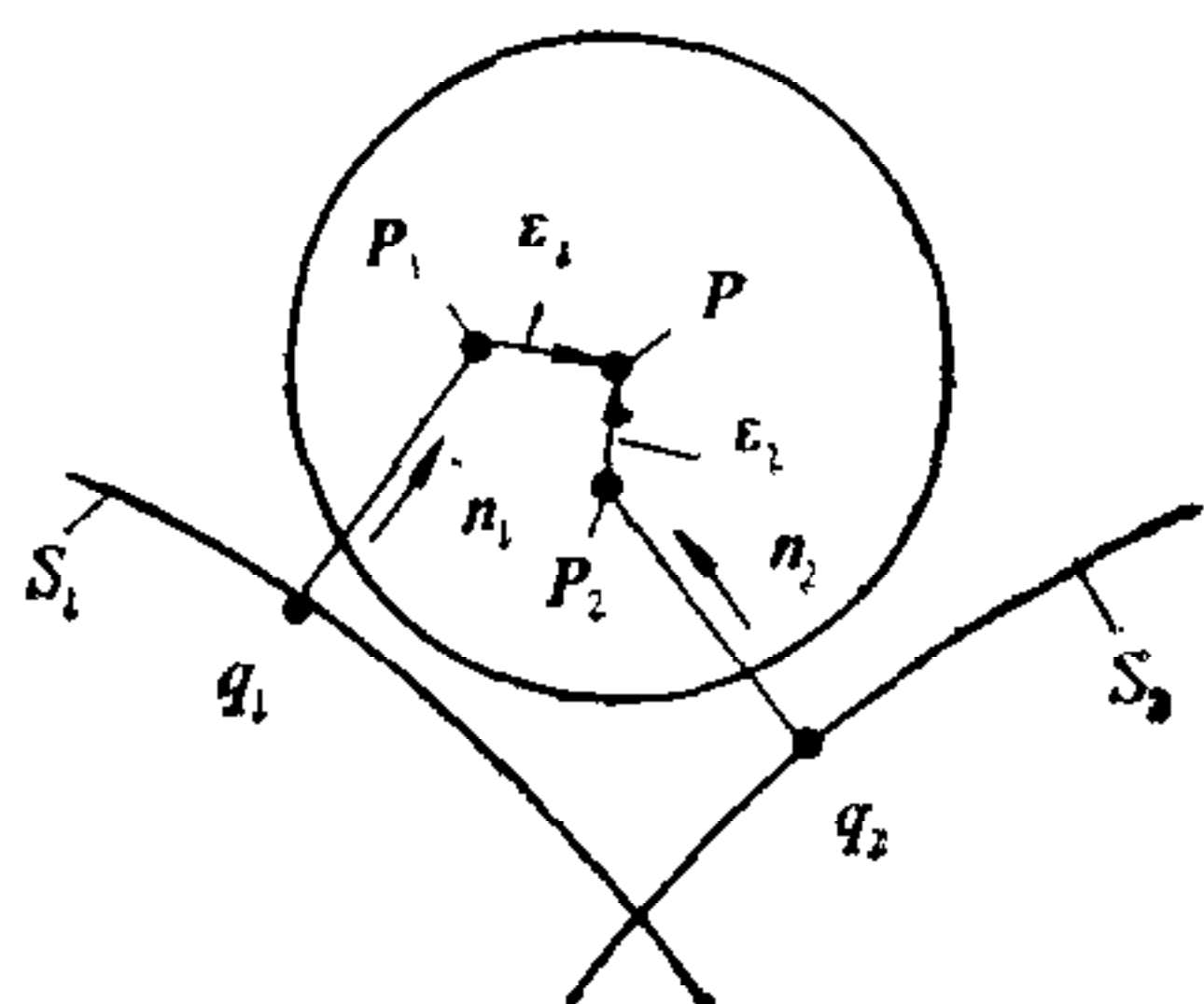


图 5 初始误差 ϵ_1 与 ϵ_2 定义

和 p_{1e} , 则

$$\begin{cases} p_e \approx q_{1e}^* + R \cdot n_{1e}^*, \\ p_{1e} \approx q_{1e} + R \cdot n_{1e}. \end{cases} \quad (13)$$

由初始误差矢量的定义可知 $\epsilon_{1e} = p_e - p_{1e}$. 将式(6),(9)代入上式可得

$$\begin{aligned} \epsilon_{1e} \approx & \frac{1}{2} (k_1' - k_1) \cdot s_{1e}^2 \cdot n_1 + \frac{R}{2} (k_1'^2 + \tau_1^2 - k_1^2) \cdot s_{1e}^2 \cdot n_1 \\ & + R \cdot (k_1' - k_1) \cdot s_{1e} \cdot a_1 + \frac{R}{2} (k_1' \cdot k_1^2 - k_1 \cdot k_1'^2 - k_1 \tau_1^2) \cdot s_{1e}^3 \cdot a_1 \\ & + R \cdot \tau_1 \cdot s_{1e} \cdot v_1 + \frac{R}{2} \tau_1 \cdot k_1^2 \cdot s_{1e}^3 \cdot v_1. \end{aligned} \quad (14)$$

忽略高阶小量后,由式(14)可得

$$\begin{aligned} |\epsilon_{1e}| \approx & \sqrt{(k_1' - k_1)^2 + \tau_1^2} \cdot R \cdot s_{1e} \\ < & \sqrt{(k_{1\max} - k_{1\min})^2 + \tau_1^2} \cdot R \cdot (f + |\epsilon_1|) / (1 + |k_1| \cdot R). \end{aligned} \quad (15)$$

显然,当 $|\epsilon_1| > \frac{R \cdot \sqrt{(k_{1\max} - k_{1\min})^2 + \tau_1^2}}{1 + R \cdot (|k_1| - \sqrt{(k_{1\max} - k_{1\min})^2 + \tau_1^2})} \cdot f = |\epsilon_1|_\omega$ 时,满足关系

$|\epsilon_{1e}| < |\epsilon_1|$. 可见, $|\epsilon_1|_\omega$ 即为 S_1 上的基准稳态误差. 将 $|\epsilon_1|_\omega$ 代入式(12)后可得由该算法引起的在 S_1 上的稳态加工误差 $\Delta_{1\omega}$ 为

$$\Delta_{1\omega} < \frac{|k_{1\max} - k_{1\min}| + |k_{1\max} - k_{1\min}|^2 \cdot R + \tau_1^2 \cdot R}{2(1 + |k_1| \cdot R)(1 + R \cdot |k_1| - R \cdot \sqrt{(k_{1\max} - k_{1\min})^2 + \tau_1^2})} \cdot f^2. \quad (16)$$

5 结论

1) 曲面交线加工刀具轨迹直接插补的实现可使 CNC 系统按任意给定的导动面对自由曲面零件进行直接加工以及对组合曲面的交线进行直接加工,采用类 APT 的简洁语言编程,极大简化零件编程工作和零件程序.

2) 能以 CNC 系统所决定的最短直线对被加工零件轮廓逼近,并具有加工现场条件的适应能力,从而可经济方便地实现曲面精加工.

3) 所给出的球头刀加工算法插补精度高而稳定,各周期插补计算量小且一致,能可靠地满足复杂曲面直接插补加工的高实时性要求.

参 考 文 献

- [1] 周云飞,李国其,周 济等. CNC 曲面直接插补算法和系统. 华中理工大学学报, 1993, 21(4): 7—12.
- [2] Bedi S, Ali I, Quan N. Advanced interpolation techniques for N. C. machines. *ASME Journal of Engineering for Industry*, 1993, 115: 329—336.
- [3] Chen Y D, Ni J, Wu S M. Real-time CNC tool path generation for machining IGES surfaces. *ASME Journal of Engineering for Industry*, 1993, 115: 480—486.
- [4] 吴大任. 微分几何讲义. 北京: 人民教育出版社, 1979. 174—175, 235—239.

TOOL-PATH DIRECT INTERPOLATION FOR SURFACES INTERSECTION MACHINING IN CNC SYSTEM

ZHOU YANHONG ZHOU YUNFEI ZHOU JI ZHOU ZUDE
(Huazhong Univ. of Science and Technology, Wuhan 430074)

ABSTRACT

The new idea that completing the tool-path interpolation for sculptured surfaces intersection machining in CNC system is presented and realized in this paper. The geometric path control ability and performance of this CNC system is greatly enhanced. An interpolation algorithm suitable for ball-end cutter and its machining error estimation as well as its stability analysis are given. Theoretical analysis and practice demonstrate that the algorithm possesses high accuracy and small and stable calculating amount.

Key words: CNC, surface machining, tool-path, interpolation, intersection.



周艳红 1966年3月生。1986年毕业于华中理工大学机械工程系,1989年在该系获工学硕士学位。研究领域为机械制造过程的计算机控制,曾获国家教委科技进步一等奖。



周云飞 1956年4月生,1982年毕业于浙江大学机械系,1989年和1993年于华中理工大学分别获工学硕士和博士学位。研究领域为数控技术和CAD/CAM。