第 22 卷 第 5 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 22, No. 5
1996 年 9 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Sep., 1996

# 串行生产线的参数优化[1)]

唐乾玉　　陈翰馥
(清华大学自动化系　北京　100084)　(中国科学院系统科学研究所　北京　100080)
韩曾晋
(清华大学自动化系　北京　100084)

**摘　　要**

对随机离散事件系统模型，用实验(或模拟)方法进行扰动分析 (Perturbation Analysis, 简称 PA)，对固定的样本，得到性能指标(设为 $J(\theta)$) 对可调参数 $\theta$ 的梯度 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 的估计. 用固定长度的观测值(如 $L$ 个顾客)估计 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$，将估计值代入随机逼近算法，递推地求最优参数，得到了基于扰动分析的优化算法. 实验结果表明，这种优化算法，有较好的收敛速度. 对串行生产线，提出每离开 $L$ 个顾客递推一次参数的优化算法，并证明了这种算法可收敛到使 $J(\theta)$ 达极小的 $\theta$.

**关键词**: 随机离散事件系统，扰动分析，随机优化.

## 1 引言

考察一个随机离散事件系统，例如一个排队网络系统，一般难于得到指标函数 $J(\theta)$ 关于参数 $\theta$ 的显式表达，其中 $\theta$ 是决策变量或可调参数. 扰动分析用实验(或模拟)的方法，基于一个样本轨道的观测值，估出性能指标对参数 $\theta$ 的梯度 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$. 经过近十年的研究，PA 已有较成熟的理论[1-7]. 将 PA 方法与随机逼近算法相结合，得到基于扰动分析的优化算法. Y. C. Ho[7] 与 Meketon[8] 独立地提出下述思想: 用有限长度的观测值(如 $L$ 个顾客) 估计 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$，然后用估计值代入随机逼近算法，如 Robbins-Monro 算法(简称 RM 算法)[9]，用

$$\theta_{n+1} = \theta_n - b_n \frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}\bigg|_{\text{第 } n+1 \text{ 步估计}}$$

求 $J(\theta)$ 的极值点 $\theta^*$ $\left(\text{即 } \frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta} \text{ 的零点}\right)$. 文献[5—7]称这种优化算法为 Perturbation-Analysis-Robbins-Monro-Single-Run 算法(简称 PARMSR 算法).

1) 本项目得到"八六三" CIMS 主题基金、国家自然科学基金、中国博士后科学基金、中国科学院系统科学研究所系统控制开放实验室的部分资助. 本文部分内容曾在 1994 年中国控制会议上宣读.
本文于 1994 年 5 月 5 日收到

实验结果表明，固定长度的 PARMSR 算法收敛，有较好的收敛速度[5-7]。然而，以后才出现一些理论分析[10-14]。对单服务台系统，文献 [10,11] 分析递推一个忙期（或多个忙期）的 PARMSR 算法，由于一个忙期内服务的顾客数可能很多，这时要观测很长一段时间才递推一次 $\theta_n$，这种递推算法不好用。对固定长度的 PARMSR 算法和 $GI/G/1$ 系统，文献 [12] 应用鞅方法，证明了算法的收敛性。文献 [13] 又将这个结果推广到一定的再生系统。文献 [14] 应用随机逼近中新的收敛性分析方法[15]，证明了算法收敛。它与文献 [12,13] 相比，不仅算法简单，而且所用条件也弱。

本文对串行生产线，采用每离开 $L$ 个顾客递推一次参数的 PARMSR 算法，证明该算法收敛到最优参数值。主要证明思路如下：假设系统是再生的，首先证明第 $n$ 个再生周期内递推的参数的变化量当 $n\to\infty$ 时趋于 0，然后将鞅的局部收敛定理应用到梯度估计误差，证明估计误差序列满足大数定律。由文献 [15] 的结果知参数估计是强一致的。

## 2　递推每一个顾客的 RARMSR 算法

考察由 $m$ 个服务台串行组成的生产线，依次记这 $m$ 个服务台为 $M_1, M_2, \cdots, M_m$。到达系统的第 $n$ 个顾客为 $C_n$，$C_n$ 在 $M_i$ 上的服务时间为 $X_n^i(\theta)$，$1\leqslant i\leqslant m$，$n\geqslant 1$，其中 $\theta$ 是决策变量或可调参数。设 $C_n$ 与 $C_{n+1}$ 到达间隔时间为 $A_n$，$n\geqslant 1$。$\{A_n, n\geqslant 1\}$ 是 iid 序列，$EA_1 \triangleq \dfrac{1}{\lambda}$。当 $i$ 固定时，$\{X_n^i(\theta),\ n\geqslant 1\}$ 是 iid 序列，$EX_1^i(\theta)\triangleq \dfrac{1}{\mu_i(\theta)} < \infty$。当 $i$ 变化，$\{X_n^i(\theta),\ n\geqslant 1\}$ 彼此独立，且与 $\{A_n, n\geqslant 1\}$ 独立。设 $C_1$ 到达时，整个系统为空。记 $C_n$ 离开服务台 $i$ 的时间为 $D_n^i(\theta)$，$1\leqslant i\leqslant m$，$\forall n\geqslant 1$。记

$$\left.\begin{aligned} D_n^0 &= \sum_{i=1}^{n} A_i, \\ T_n(\theta) &= D_n^m(\theta) - D_n^0, \end{aligned}\right\} \tag{2.1}$$

$T_n(\theta)$ 表示 $C_n$ 的系统逗留时间，即 $C_n$ 从到达 $M_1$ 到离开 $M_m$ 的时间。

若 $\rho_i \triangleq \dfrac{\lambda}{\mu_i(\theta)} < 1$，$\forall 1\leqslant i\leqslant m$，由文献[16]知 $\{T_n(\theta), n\geqslant 1\}$ 经过有限步后即进入平稳状态，极限 $T(\theta) = \lim\limits_{n} \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} T_i(\theta)$ 存在。若系统出现无穷次空，系统就是再生的。使系统出现无穷次空的一个充分条件见文献 [17]。此时存在递增的停时序列 $\{N_l(\theta),\ l\geqslant 0\}$，顾客 $C_{N_l+1}$ 到达 $M_1$ 时，$m$ 个服务台都是空的，并且满足条件 $T_{N_l(\theta)+n}(\theta)$ 与 $T_n(\theta)$ 独立同分布。若记 $\eta_l(\theta) = N_l(\theta) - N_{l-1}(\theta)$，$N_0 = 0$，则 $\{\eta_l(\theta), l\geqslant 1\}$ 是 iid 序列。

对再生系统，若 $E\eta_1(\theta) < \infty$，$E\sum\limits_{i=1}^{\eta_1(\theta)} T_i(\theta) < \infty$，则[2,18]

$$T(\theta) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_i(\theta) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} ET_i(\theta) = \frac{1}{E\eta_1(\theta)}\, E\sum_{i=1}^{\eta_1(\theta)} T_i(\theta) < \infty.$$

考察性能指标[5-7,10-12]:

$$J(\theta)=T(\theta)+C(\theta), \tag{2.2}$$

其中 $C(\theta)$ 是一个已知函数,它对 $\theta$ 在闭集 $D$ 上连续可微, $T(\theta)$ 取为平均系统时,根据串行生产线的运行机制,易知

$$D_n^i(\theta)=\max\{D_n^{i-1}(\theta),\ D_{n-1}^i(\theta)\}+X_n^i(\theta),\ \forall n\geqslant 1,\ 1\leqslant i\leqslant m, \tag{2.3}$$

其中 $D_n^0(\theta)=D_n^0$, $D_0^i(\theta)\equiv 0$, $\forall 1\leqslant i\leqslant m$, $n\geqslant 1$, $\theta\in D$. 若 $X_n^i(\theta)$ 在 $D$ 上对 $\theta$ 可微,且有一密度函数, $\forall 1\leqslant i\leqslant m$, $n\geqslant 1$, 则有[3,4]

$$\frac{\mathrm{d}D_n^i(\theta)}{\mathrm{d}\theta}=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}D_n^{i-1}(\theta)}{\mathrm{d}\theta}+\dfrac{\mathrm{d}X_n^i(\theta)}{\mathrm{d}\theta}, & \text{若 } D_n^{i-1}(\theta)\geqslant D_{n-1}^i(\theta),\\ \dfrac{\mathrm{d}D_{n-1}^i(\theta)}{\mathrm{d}\theta}+\dfrac{\mathrm{d}X_n^i(\theta)}{\mathrm{d}\theta}, & \text{其它情况},\end{cases}\qquad \forall 1\leqslant i\leqslant m. \tag{2.4}$$

由(2.1)式知 $\alpha_n(\theta)\triangleq\dfrac{\mathrm{d}D_n^m(\theta)}{\mathrm{d}\theta}=\dfrac{\mathrm{d}T_n(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$.

固定一个样本,对实际的排队系统为计算服务时间对参数的导数,PA 采用“逆方法”. 设 $X_1^i(\theta)$ 的分布函数是 $F_i(\theta,x)$, $\{u_n^i,n\geqslant 1\}$ 是定义在概率空间上的 iid 序列,服从[0,1)上的均匀分布,且与 $\{A_i,i\geqslant 1\}$ 独立. 称 $\{u_n^i,\ n\geqslant 1\}$ 是实验(或模拟)的随机“种子”(Seeds). 用 $u_n^i$ 来产生顾客 $C_n$ 在 $M_i$ 上的服务时间

$$X_n^i(\theta,u_n^i)=F_i^{-1}(\theta,u_n^i)=\inf\{x:F_i(\theta,x)\geqslant u_n^i\},\ \forall n\geqslant 1,\ 1\leqslant i\leqslant m.$$

显然, $X_n^i(\theta,u_n^i)$ 的分布函数为 $F_i(\theta,x)$. 若不引起混淆,将 $X_n^i(\theta,u_n^i)$ 简记为 $X_n^i(\theta)$. 如果 $F_i(\theta,x)$ 关于 $x$ 和 $\theta$ 可微,且 $\dfrac{\partial F_i(\theta,x)}{\partial x}\neq 0$, 则有

$$\frac{\mathrm{d}X_n^i(\theta)}{\mathrm{d}\theta}=-\frac{\partial F_i(\theta,X_n^i(\theta))/\partial\theta}{\partial F_i(\theta,X_n^i(\theta))/\partial x}.$$

用固定长度的 PARMSR 算法求 $J(\theta)$ 的极值点. 首先给出每离开一个顾客递推一次参数的 PARMSR 算法. 设顾客 $C_1,C_2,\cdots,C_{n-1}$ 已离开系统,已经给出 $\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{n-1}$. 当 $C_n$ 离开 $M_m$ 时,给出 $\theta_n$ 的递推表达式. 记

$$\gamma(n)=\max\{k:D_k^m\leqslant C_n \text{ 在 } M_1 \text{ 开始接受服务的时刻}\}. \tag{2.5}$$

换句话说, $C_n$ 在 $M_1$ 接受服务前,已有 $\gamma(n)$ 个顾客离开系统. 那么, $C_n$ 在 $M_1$ 接受服务前,参数 $\theta_{\gamma(n)}$ 已经给出. 用 $X_n^i(\theta_{\gamma(n)})(=X_n^i(\theta_{\gamma(n)},\ u_n^i))$ 做为 $C_n$ 在 $M_i$ 上的服务时间, $\forall 1\leqslant i\leqslant m,n\geqslant 1$. 设第 $l$ 个再生周期内服务的顾客数为 $\eta_l$, 记 $N_l=\sum_{i=1}^{l}\eta_i,N_0=0,\forall l\geqslant 1$. 顾客 $C_n$ 离开 $M_i$ 的时间记为 $D_n^i$, $\forall 1\leqslant i\leqslant m$. 那么 $T_n=D_n^m-D_n^0$ 表示 $C_n$ 的系统逗留时间. 由串行生产线的运行机制

$$D_n^i=\max\{D_n^{i-1},\ D_{n-1}^i\}+X_n^i(\theta_{\gamma(n)}),\ \forall 1\leqslant i\leqslant m,\ n\geqslant 1, \tag{2.6}$$

其中 $D_0^i=0$, $\forall 1\leqslant i\leqslant m$. 用 $\alpha_n$ 表示对 $\dfrac{\mathrm{d}T(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 的第 $n$ 次估计, $\alpha_n\triangleq V_{n,\gamma(n)}^m$, 变量 $V_{k,\gamma(k)}^i$, $1\leqslant i\leqslant m$, $k\geqslant 1$ 定义为

$$V^i_{k,\gamma(k)}=\begin{cases}V^{i-1}_{k,\gamma(k)}+\dfrac{\mathrm{d}X^i_k(\theta_{\gamma(k)})}{\mathrm{d}\theta}, & \text{若 } D^{i-1}_k\geqslant D^i_{k-1},\\ V^i_{k-1,\gamma(k-1)}+\dfrac{\mathrm{d}X^i_k(\theta_{\gamma(k)})}{\mathrm{d}\theta}, & \text{其它情况},\end{cases}\quad \forall k\geqslant 1,\ 1\leqslant i\leqslant m, \tag{2.7}$$

其中 $V^0_{k,\gamma(k)}=0$，$V^i_{0,\gamma(0)}=0$，$\gamma(0)=0$，$\forall k\geqslant 1$，$1\leqslant i\leqslant m$.

利用这样得到的 $\alpha_n$，用下面的递推公式修正 $\theta_{n-1}$[5-7]：

$$\theta_n=\hat{\theta}_n I_{[a<\hat{\theta}_n<b]}+aI_{[\hat{\theta}_n\leqslant a]}+bI_{[\hat{\theta}_n\geqslant b]}, \tag{2.8}$$

$$\hat{\theta}_n=\theta_{n-1}-b_{n-1}(\alpha_n+C'(\theta_{n-1}))=\theta_{n-1}-b_{n-1}(g(\theta_{n-1})+\varepsilon_n), \tag{2.9}$$

其中 $g(\theta)\triangleq\dfrac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$，$\forall n\geqslant 1$，取 $b_n\triangleq\dfrac{c_0}{n}$，$c_0$ 是常数。$\varepsilon_n$ 表示第 $n$ 次估计的误差，定义为

$$\varepsilon_n\triangleq\alpha_n-\frac{\mathrm{d}T(\theta_{n-1})}{\mathrm{d}\theta}. \tag{2.10}$$

递推每一个顾客的 PARMSR 算法由 (2.6)—(2.9) 式组成。

## 3 算法的收敛性

算法 (2.8)—(2.9) 式是一个截尾的随机逼近算法，$g(\theta)$ 可看作回归函数，而 $\varepsilon_n$ 看成是量测噪音。为了证明式 (2.6)—(2.9) 的收敛性，需用文献 [15] 的结果。为此先列出所用的条件：

A1) $g(\theta)\triangleq\dfrac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 在 $D$ 上连续，有唯一的一个零点 $\theta^*$，且 $J(\theta)$ 在 $\theta^*$ 处达到极小，其中 $D$ 是一个闭集，$\rho_i\triangleq\dfrac{\lambda}{\mu_i(\theta)}<1$，$\forall\theta\in D$，$1\leqslant i\leqslant m$；

A2) 存在可测函数 $\Phi_i(\theta,x)$，$\forall x\geqslant 0$，$\theta\in D$，$\Phi_i(\theta,x)$ 不变号 $(1\leqslant i\leqslant m)$，对固定的 $i,n$，$\Phi_i(\theta,X^i_n(\theta))$ 关于 $\theta$ 非减，且满足

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}X^i_n(\theta)}{\mathrm{d}\theta}=\Phi_i(\theta,X^i_n(\theta)),\\ &|\Phi_i(\theta,x)|\leqslant\sum_{k=0}^{p}a_k x^k,\ \forall\theta\in D,\ x\geqslant 0,\end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

其中 $p(\geqslant 1),a_1,\cdots,a_p$ 均是常数；

A3) 存在常数 $\delta_0>0$，使

$$\mathrm{E}(A_1)^{2p+\delta_0}<\infty,\ \mathrm{E}(X_1(\theta))^{2p+\delta_0}<\infty,\ \forall\theta\in D, \tag{3.2}$$

$$\mathrm{E}(\eta_1(\theta))^{2p+\delta_0}<\infty,\ \forall\theta\in D. \tag{3.3}$$

并设 $\bar{\eta}(\theta)\triangleq\mathrm{E}\eta_1(\theta)$ 在 $D$ 上连续。

由于条件 A1) 保证了未知的 $\theta^*$ 在截尾区间内，所以文献 [15] 中时变的截尾界可取为固定的 $[a,b]$，而结果照样成立，可写成如下命题：

**命题.** 设 $g(\theta)$ 为连续函数，$g(\theta^*)=0$. 若存在两次连续可微的函数 $v(\theta)$，使

$$v(\theta^*)=0,\ \lim_{|\theta|\to\infty}v(\theta)=\infty,\ v(\theta)>0,\ g(\theta)\frac{\mathrm{d}v(\theta)}{\mathrm{d}\theta}>0,\ \forall\theta\neq\theta^*,$$

那么,对任一固定样本(可能有一个例外的零测集),由 (2.8),(2.9) 式给出的 $\theta_n \xrightarrow[n\to\infty]{} \theta^*$ 的充分必要条件是

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_{i+1} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0. \tag{3.4}$$

**定理 1.** 对串行生产线系统,若条件 A1)—A3) 满足,则由 (2.6)—(2.9) 式给出的递推每一个顾客的 PARMSR 算法收敛,且 $\lim\limits_{n}\theta_n = \theta^*$, a.s.

**证明.** 根据条件 A1), $g(\theta)$ 在 $[a,b]$ 内有唯一零点, 所以可取 $v(\theta)=(\theta-\theta^*)^2$ (参见文献[11]). 因此只要证明 $\{\varepsilon_i, i\geqslant 1\}$ 满足强大数法则(3.4), 定理 1 的结论就从上述命题得出.

# 4　$\{\varepsilon_i, i\geqslant 1\}$ 满足强大数法则

**引理 1.** 对串行生产线系统,若条件 A1)—A3) 满足,则

$$\frac{\mathrm{d}T(\theta)}{\mathrm{d}\theta} = \frac{1}{\mathrm{E}\eta_1(\theta)}\mathrm{E}\sum_{i=1}^{\eta_1(\theta)}\alpha_i(\theta). \tag{4.1}$$

**证明.** 根据条件 A2), 对固定的 $n,i$, $\frac{\mathrm{d}X_n^i(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 对 $\theta$ 非减, 所以 $X_n^i(\theta)$ 是 $\theta$ 的凸函数. 由 (2.3) 式知 $D_n^i(\theta)$ 是 $\theta$ 的凸函数. 由文献 [3,4] 知 IPA 估计是强一致的. 利用再生性质,即得 (4.1) 式,参见文献[2,18].

考虑由 (2.6)—(2.9) 式组成的 PARMSR 算法. 以后不妨假设 $\Phi_i(\theta,x)\geqslant 0$, $\forall\theta\in D, x\geqslant 0$. 此时 $X_n^i(\theta)$ 是关于 $\theta$ 的增函数. 若第 $l$ 个再生周期内顾客 $C_{N_{l-1}+1},\cdots,C_{N_l}$ 的服务参数 $\theta_{\tau(N_{l-1}+1)},\cdots,\theta_{\tau(N_l)}$ 均用 $b$ 代替, 那么, $\eta_l\leqslant\eta_l(b)$. 在顾客 $C_{N_l}$ 之后, 顾客不一定是 $C_{N_l+1},C_{N_l+2},\cdots$, 而可能是另外的顾客 $C^1_{N_{l-1}+\eta_l+1},\cdots,C^1_{N_l+\eta_l(b)}$ 接受服务,其服务时间分别为

$$X^{i,1}_{N_{l-1}+\eta_l+1}(b,u^{i,1}_{N_{l-1}+\eta_l+1}),\cdots,X^{i,1}_{N_{l-1}+\eta_l(b)}(b,u^{i,1}_{N_{l-1}+\eta_l(b)}),\ 1\leqslant i\leqslant m.$$

为书写之便,仍记它们为 $X^i_{N_{l-1}+\eta_l+1}(b),\cdots,X^i_{N_{l-1}+\eta_l(b)}(b)$, $1\leqslant i\leqslant m$.

**引理 2.** 若条件 A1)—A3) 满足,则 $\forall\delta>0$, 存在充分大的 $l_0$, 使当 $l\geqslant l_0$ 时,

$$\theta_{\tau(N_l+i)},\ \theta_{N_l+i}\in[(\theta_{N_l}-\delta)\vee a,\ (\theta_{N_l}+\delta)\wedge b],\ \forall i:\ 1\leqslant i\leqslant\eta_{l+1},\ \text{a.s.}$$

其中 $c\vee d$ 与 $c\wedge d$ 分别表示 $\max(c,d)$, $\min(c,d)$.

**证明.** 由于 $\theta_{N_l+i-1}\in[a,b]$, 由 (2.8)—(2.9) 式易知

$$|\theta_{N_l+i}-\theta_{N_l+i-1}|\leqslant b_{N_l+i-1}|C'(\theta_{N_l+i-1})| + b_{N_l+i-1}|\alpha_{N_l+i}|,\ \forall 1\leqslant j\leqslant\eta_{l+1}.$$

利用 $\{b_n, n\geqslant 1\}$ 的单调性可得

$$\begin{aligned}|\theta_{N_l+i}-\theta_{N_l}| &\leqslant \sum_{j=1}^{i}|\theta_{N_l+i}-\theta_{N_l+i-1}| \\ &\leqslant b_{N_l}\eta_{l+1}(b)\max_{\theta\in[a,b]}|C'(\theta)| + b_{N_l}\eta_{l+1}(b)\max_{1\leqslant i\leqslant\eta_{l+1}}\alpha_{N_l+i},\ \forall 1\leqslant i\leqslant\eta_{l+1}.\end{aligned} \tag{4.2}$$

由条件 A2) 及递推式 (2.7),(3.1) 式不难推知

$$\alpha_{N_l+i} \leqslant \sum_{j=1}^{i} \sum_{s=1}^{m} \frac{\mathrm{d}X^s_{N_l+j}(\theta_{\tau(N_l+j)})}{\mathrm{d}\theta}$$

$$\leqslant \sum_{s=1}^{m} \sum_{k=0}^{p} a_k \sum_{j=1}^{\eta_{l+1}(b)} (X^s_{N_l+j}(b))^k, \quad \forall 1 \leqslant i \leqslant \eta_{l+1}. \tag{4.3}$$

由条件 A3) 及文献[19]中 Theorem 1.5.1 可知,存在常数 $B_0$, $\forall 1 \leqslant k \leqslant p$, 有

$$\mathrm{E}\left(\sum_{j=1}^{\eta_{l+1}(b)} (X^s_{N_l+j}(b))^k\right)^{\frac{2p+\delta_0}{k}} \leqslant B_0 \mathrm{E}(\eta_1(b))^{\frac{2p+\delta_0}{2k}} \cdot \mathrm{E}(X^s_1(b))^{2p+\delta_0} < \infty. \tag{4.4}$$

因为 $\frac{1}{2} > \frac{p}{2p+\delta_0} \geqslant \left[\frac{2p+\delta_0}{k}\right]^{-1}$, $\forall 1 \leqslant k \leqslant p$, 由文献[14]中 Lemma 2 可得

$$\frac{1}{\sqrt{l}} \eta_{l+1}(b) \xrightarrow[l \to \infty]{} 0, \quad \text{a.s.} \tag{4.5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{l}} \sum_{j=1}^{\eta_{l+1}(b)} (X^s_{N_l+j}(b))^k \xrightarrow[l \to \infty]{} 0, \ \text{a.s.}, \ \forall 1 \leqslant k \leqslant p, \ 1 \leqslant s \leqslant m. \tag{4.6}$$

注意到 $N_l \geqslant l$, 利用(4.3)—(4.6)式及条件 A3), 由(4.2)式可得

$$\max_{1 \leqslant i \leqslant \eta_{l+1}} |\theta_{N_l+i} - \theta_{N_l}| \leqslant c_0 \max_{\theta \in [a,b]} |C'(\theta)| \cdot \frac{1}{l} \eta_{l+1}(b)$$

$$+ \frac{c_0}{\sqrt{l}} \eta_{l+1}(b) \cdot \sum_{s=1}^{m} \sum_{k=0}^{p} a_k \frac{1}{\sqrt{l}} \sum_{j=1}^{\eta_{l+1}(b)} (X^s_{N_l+j}(b))^k \xrightarrow[l \to \infty]{} 0, \quad \text{a.s.} \tag{4.7}$$

由于 $C_{N_l+1}$ 到达系统时,系统是空的,所以 $\theta_{\tau(N_l+i)} \in \{\theta_{N_l}, \theta_{N_{l+1}}, \cdots, \theta_{N_l+\eta_{l+1}}\}$, $\forall 1 \leqslant i \leqslant \eta_{l+1}$, 这和(4.7)式一起证明了引理 2.

令

$$M(n) = \max\{l: N_l \leqslant n\}.$$

**引理 3.** 若条件 A1)—A3) 满足,则 $\lim\limits_{n} \frac{1}{n} \sum\limits_{i=1}^{n} \varepsilon_i = 0$, a.s.

**证明.** 首先,

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i = \sum_{l=0}^{M(n)-1} \sum_{j=1}^{\eta_{l+1}} \varepsilon_{N_l+j} + \sum_{j=N_{M(n)}+1}^{n} \varepsilon_j. \tag{4.8}$$

由于 $M(n) \leqslant n$, 利用(4.3)—(4.6)式可得

$$0 \leqslant \frac{1}{n} \sum_{j=N_{M(n)}+1}^{n} \alpha_j \leqslant \frac{1}{n} \eta_{M(n)+1}(b) \sum_{s=1}^{m} \sum_{k=0}^{p} a_k \sum_{j=1}^{\eta_{M(n)+1}} (X^s_{N_{M(n)}+j}(b))^k$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n}} \eta_{M(n)+1}(b) \sum_{s=1}^{m} \sum_{k=0}^{p} a_k \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=1}^{\eta_{M(n)+1}} (X^s_{N_{M(n)}+j}(b))^k \xrightarrow[n \to \infty]{} 0, \quad \text{a.s.}$$

以及

$$0 \leqslant \frac{1}{n} \sum_{j=N_{M(n)}+1}^{n} \left|\frac{\mathrm{d}T(\theta_{j-1})}{\mathrm{d}\theta}\right| \leqslant \frac{1}{n} \eta_{M(n)+1}(b) \max_{\theta \in [a,b]} \left|\frac{\mathrm{d}T(\theta)}{\mathrm{d}\theta}\right| \xrightarrow[n \to \infty]{} 0, \quad \text{a.s.}$$

所以,要证明引理 3, 只需证明

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{M(n)-1} \sum_{j=1}^{\eta_{i+1}} \varepsilon_{N_i+j} = 0, \quad \text{a.s.} \tag{4.9}$$

由于 $\frac{\mathrm{d}T(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 和 $\bar{\eta}(\theta)$ 在 $[a,b]$ 上连续，$\forall\delta_1>0$，存在 $\delta_2>0$，使

$$\left.\begin{array}{l}\left|\frac{\mathrm{d}T(\theta^{(1)})}{\mathrm{d}\theta}-\frac{\mathrm{d}T(\theta^{(2)})}{\mathrm{d}\theta}\right|\leqslant\delta_1\\ |\bar{\eta}(\theta^{(1)})-\bar{\eta}(\theta^{(2)})|\leqslant\delta_1\end{array}\right\},\quad \forall|\theta^{(1)}-\theta^{(2)}|\leqslant\delta_2,\ \theta^{(1)},\quad \theta^{(2)}\in[a,b]. \tag{4.10}$$

选择引理 2 中 $\delta$ 充分小，使 $\delta\leqslant\frac{\delta_2}{2}$，则当 $l\geqslant l_0$ 时，由引理 2 及 (4.10) 式可知

$$\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}}\left(\alpha_{N_l+i}-\frac{\mathrm{d}T(\theta_{N_l+i-1})}{\mathrm{d}\theta}\right)\in\Bigg[\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a)}\alpha_{N_l+i}-\left(\delta_1+\frac{\mathrm{d}T(\theta_{N_l})}{\mathrm{d}\theta}\right)\eta_{l+1},$$
$$\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\alpha_{N_l+i}-\left(-\delta_1+\frac{\mathrm{d}T(\theta_{N_l})}{\mathrm{d}\theta}\right)\eta_{l+1}\Bigg]. \tag{4.11}$$

定义 $\sigma$-代数簇 $\mathscr{F}_{N_l}(l\geqslant1)$ 如下:

$$\mathscr{F}_\infty=\sigma\{A_1,u_1^i,\ 1\leqslant i\leqslant m;\cdots;A_n,u_n^i,\ 1\leqslant i\leqslant m;\cdots\},$$
$$\mathscr{F}_{N_l}=\sigma\{A:A\in\mathscr{F}_\infty,\ A[N_l=n]\in\sigma\{A_j,u_j^i,\ 1\leqslant i\leqslant m,\ 1\leqslant j\leqslant n\},\ \forall n\geqslant1\}.$$

不难证明

$$\mathrm{E}\{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)|\mathscr{F}_{N_l}\}=\mathrm{E}\{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)|\theta_{N_l}\}=\bar{\eta}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b). \tag{4.12}$$

以及

$$\mathrm{E}\{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a)|\mathscr{F}_{N_l}\}=\bar{\eta}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a). \tag{4.13}$$

利用 (2.4),(2.7),(4.12)—(4.13) 式,由 (4.11) 式可知

$$\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}}\left(\alpha_{N_l+i}-\frac{\mathrm{d}T(\theta_{N_l+i-1})}{\mathrm{d}\theta}\right)$$
$$\leqslant\delta_1\eta_{l+1}+\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right)$$
$$+\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}-\eta_{l+1}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a)\frac{\mathrm{d}T(\theta_{N_l})}{\mathrm{d}\theta}$$
$$=\delta_1\eta_{l+1}+\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right)$$
$$+\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\mathrm{E}[\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)|\mathscr{F}_{N_l}]\}$$
$$-\frac{\mathrm{d}T(\theta_{N_l})}{\mathrm{d}\theta}\{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a)-\mathrm{E}[\eta_{l+1}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a)|\mathscr{F}_{N_l}\}$$
$$+\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}(\bar{\eta}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\bar{\eta}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a))$$
$$+\bar{\eta}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a)\left\{\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}-\frac{\mathrm{d}T(\theta_{N_l})}{\mathrm{d}\theta}\right\}, \tag{4.14}$$

利用 (4.10) 式,由 (4.14) 式得

$$\frac{1}{n}\sum_{l=l_0}^{M(n)-1}\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}}\varepsilon_{N_l+i}\leqslant\delta_1\left\{1+\max_{\theta\in[a,b]}\frac{\mathrm{d}T(\theta)}{\mathrm{d}\theta}+\max_{\theta\in[a,b]}\bar{\eta}(\theta)\right\}$$
$$+\frac{1}{n}\sum_{l=l_0}^{M(n)-1}\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right)$$

$$+\frac{1}{n}\sum_{l=l_0}^{M(n)-1}\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\mathrm{E}[\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\vee b)\,|\,\mathscr{F}_{N_l}]\}$$

$$-\frac{1}{n}\sum_{l=l_0}^{M(n)-1}\frac{\mathrm{d}T(\theta_{N_l})}{\mathrm{d}\theta}\{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a)-\mathrm{E}[\eta_{l+1}((\theta_{N_l}-\delta)\vee a)\,|\,\mathscr{F}_{N_l}]\}. \qquad (4.15)$$

与(4.12),(4.13)式类似,利用(4.1)式可证

$$\mathrm{E}\left\{\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right)\Big|\,\mathscr{F}_{N_l}\right\}$$

$$=\mathrm{E}\left\{\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right)\Big|\,\theta_{N_l}\right\}=0.$$

所以$\left\{\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right),\ \mathscr{F}_{N_l}\right\}$是鞅差序列.

选择 $\xi\in\left(1,\ \frac{1}{2p}(2p+\delta_0)\right)$，利用(4.3),(4.4)式,条件 A3) 及 Schwarz 不等式,易知

$$\mathrm{E}\left\{\left|\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right|^{\xi}\Big|\,\mathscr{F}_{N_l}\right\}=\max_{\theta\in[a,b]}\left|\frac{\mathrm{d}T(\theta)}{\mathrm{d}\theta}\right|^{\xi}\mathrm{E}(\eta_1(b))^{\xi}<\infty,$$

以及

$$\mathrm{E}\left\{\left|\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)\right|^{\xi}\Big|\,\mathscr{F}_{N_l}\right\}$$

$$\leqslant\mathrm{E}\left\{(\eta_{l+1}(b))^{\xi}\left(\sum_{s=1}^{m}\sum_{k=0}^{p}\sum_{j=1}^{\eta_{l+1}(b)}(X^{s}_{N_l+j}(b))^{k}\right)^{\xi}\Big|\,\mathscr{F}_{N_l}\right\}$$

$$=\{\mathrm{E}(\eta_1(b))^{2\xi}\}^{\frac{1}{2}}\left\{\mathrm{E}\left(\sum_{s=1}^{m}\sum_{k=0}^{p}a_k\sum_{j=1}^{\eta_1(b)}(X^{s}_{j})^{k}\right)^{2\xi}\right\}^{\frac{1}{2}}<\infty,$$

所以

$$\sum_{l=l_0}^{\infty}\frac{1}{l^{\xi}}\mathrm{E}\left\{\left|\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right)\right|^{\xi}\Big|\,\mathscr{F}_{N_l}\right\}<\infty. \qquad (4.16)$$

由(4.16)式及鞅的局部收敛定理[20]可得

$$\sum_{l=l_0}^{\infty}\frac{1}{l}\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right)<\infty,\quad \text{a.s.}$$

由 Kronecker 引理[21]知

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{l=l_0}^{n}\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right)=0,\quad \text{a.s.} \qquad (4.17)$$

由于 $M(n)\leqslant n$，由(4.17)式得

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{l=l_0}^{M(n)-1}\sum_{i=1}^{\eta_{l+1}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}\left(\alpha_{N_l+i}((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)-\frac{\mathrm{d}T((\theta_{N_l}+\delta)\wedge b)}{\mathrm{d}\theta}\right)=0,\quad \text{a.s.} \qquad (4.18)$$

同理可证(4.15)式右边最后两式当 $n\to\infty$ 时趋于0. 所以在(4.15)式令 $n\to\infty$，得到

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{l=l_0}^{M(n)-1} \sum_{i=1}^{\eta_l+1} \varepsilon_{N_l+i} \leqslant \delta_1 \left\{1 + \max_{\theta\in[a,b]} \frac{\mathrm{d}T(\theta)}{\mathrm{d}\theta} + \max_{\theta\in[a,b]} \bar{\eta}(\theta)\right\}.$$

由 $\delta_1$ 的任意性即知

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{l=l_0}^{M(n)-1} \sum_{i=1}^{\eta_l+1} \varepsilon_{N_l+i} \leqslant 0, \text{ a.s.} \tag{4.19}$$

同理可证 $\liminf\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum\limits_{l=l_0}^{M(n)-1} \sum\limits_{i=1}^{\eta_l+1} \varepsilon_{N_l+i} \geqslant 0$, a.s.

## 5 固定长度为 $L$ 的 PARMSR 算法的收敛性

固定长度为 $L$ 的 PARMSR 算法即每离开 $L$ 个顾客计算一次 $\frac{\mathrm{d}J(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 的估计值,然后将估计值代入 RM 算法进行递推,以期只做一个样本轨道的实验(或模拟), 就能优化参数。令

$$\gamma(j) = \max\{k: D_{kL}^m \leqslant C_j \text{ 在 } M_1 \text{ 开始接受服务的时刻}\}, \tag{5.1}$$

那么, $C_j$ 在 $M_1$ 接受服务前,参数 $\theta_{\gamma(j)}$ 已经给出。把它做为 $C_j$ 的服务时间参数。此时顾客 $C_n$ 离开 $M_i$ 的时间 $D_n^i$ 由下式给出:

$$D_n^i = \max\{D_n^{i-1},\ D_{n-1}^i\} + X_n^i(\theta_{\gamma(n)}),\ \forall 1 \leqslant i \leqslant m,\ n \geqslant 1. \tag{5.2}$$

同样,递推地定义

$$V_{k,\gamma(k)}^i = \begin{cases} V_{k,\gamma(k)}^{i-1} + \dfrac{\mathrm{d}X_k^i(\theta_{\gamma(k)})}{\mathrm{d}\theta}, & \text{若 } D_k^{i-1} \geqslant D_{k-1}^i, \\ V_{k-1,\gamma(k-1)}^i + \dfrac{\mathrm{d}X_k^i(\theta_{\gamma(k)})}{\mathrm{d}\theta}, & \text{其它情况}, \end{cases} \quad \forall k \geqslant 1,\ 1 \leqslant i \leqslant m, \tag{5.3}$$

其中 $V_{k,\gamma(k)}^0 = 0,\ \forall k \geqslant 1$.

由 PA 的传播规则,用下式定义的 $\alpha_{n+1}$ 当成对 $\frac{\mathrm{d}T(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$ 的第 $n+1$ 次估计 (比较文献[6,7]):

$$\alpha_{n+1} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \beta_{n+1,i}, \tag{5.4}$$

其中

$$\beta_{n+1,i} = V_{nL+i,\gamma(nL+i)}^m,\ 1 \leqslant i \leqslant L. \tag{5.5}$$

于是递推 $L$ 个顾客的 PARMSR 算法由 (2.6)—(2.7), (5.1)—(5.5) 式组成.

**定理 2.** 对串行生产线系统,若 $A1)$—$A3)$ 成立,则由 (2.6),(2.7),(5.1)—(5.5) 式给出的固定长度为 $L$ 的 PARMSR 算法收敛,且 $\lim\limits_n \theta_n = \theta^*$, a.s.

**证明.** 对任意的 $i \geqslant 1$, 令

$$\sigma_i = \left[\frac{i}{L}\right],\ \bar{\theta}_i = \theta_{\sigma_i}, \tag{5.6}$$

$$\beta_{(i-1)L+j} = \beta_{i,j},\ j = 0,1,\cdots,L-1. \tag{5.7}$$

$$\bar{\varepsilon}_i = \beta_i - \frac{\mathrm{d}T(\bar{\theta}_{i-1})}{\mathrm{d}\theta}. \tag{5.8}$$

利用 (2.10),(5.4),(5.6)—(5.8) 式,可得

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i = \frac{1}{nL}\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\left(\beta_{(i-1)L+l} - \frac{\mathrm{d}T(\bar{\theta}_{(i-1)L+l-1})}{\mathrm{d}\theta}\right) = \frac{1}{nL}\sum_{i=1}^{nL}\bar{\varepsilon}_i. \tag{5.9}$$

所以,只要证明

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\bar{\varepsilon}_i = 0, \ \text{a.s.}, \tag{5.10}$$

就能得到

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i = 0, \tag{5.11}$$

由 (5.11), (3.4) 式可知定理 2 正确。在引理 2, 引理 3 中用 $\beta_i,\bar{\theta}_i,\bar{\varepsilon}_i$ 分别代替 $\alpha_i$, $\theta_i,\varepsilon_i$, 类似可证得 (5.10) 式成立。对串行生产线系统, 在系统出现无穷次空的假设下, 本文证明固定长度的 PARMSR 算法收敛,且收敛到最优参数。

## 参 考 文 献

[1] Ho YC and Cao X R. Perturbation analysis of discrete event dynamic systems. Boston: Kluwer Academic Pub., 1991.

[2] Glasserman P. Gradient estimation via perturbation analysis. Boston: Kluwer Academic Pub., 1991.

[3] Hu J Q. Convexity of sample path performance and strong consistency of infinitesimal perturbation analysis estimates. *IEEE Trans. Automatic Control*, 1992, **37**: 258—262.

[4] Glasserman P. Stationary waiting time derivatives. *Queueing Systems*, 1992, **12**: 369—390.

[5] Suri R. Perturbation analysis: the state of the art and research issues explained via the GI/G/1 queue. In: Proc. IEEE, 1989, **77**: 114—137.

[6] Suri R and Leung Y T. Single run optimization of discrete event simulations——An empirical study using the M/M/1 queue. *IIE Tran.*, 1989, **21**: 35—49.

[7] Suri R and Zazanis M A. Perturbation analysis gives strongly consistent sensitivity estimates for the M/G/1 queue. *Management Sci.*, 1988, **34**: 39—64.

[8] Meketon MS. A tutorial on optimization in simulations. In: Proc. of the Winter Simulation Conference, 1983, 58—67.

[9] Robbins H and Monro S. A stochastic approximation method. *Ann. Math. Statist.*, 1951, **22**: 400—407.

[10] Fu MC. Convergence of a stochastic approximation algorithm for the GI/G/1 queue using infinitesimal perturbation analysis. *J. of Optim. Theory and Appl.*, 1990, **65**: 149—60.

[11] Chong E K P and Ramadge P J. Convergence of recursive optimization algorithms using infinitesimal perturbation analysis estimates. *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Appl.*, 1992, **1**: 339—372.

[12] Chong, E K P and Ramadge P J. Optimization of queues using an infinitesimal perturbation analysis-based stochastic algorithm with general updates times. *SIAMJ. Contr. Optim.*, 1993, **31**: 698—732.

[13] Chong E K P and Ramadge P. J. Stochastic optimization of regenerative systems using infinitesimal perturbation analysis. *IEEE Trans. Autom. Contr.*, 1994, **39**: 1400—1410.

[14] Tang Q Y and Chen H F. Convergence of perturbation analysis based optimization algorithm with fixed number of customers period. *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Appl.*, 1994, **4**: 359—375.

[15] Chen H F, Guo L and Gao A J. Convergence and robustness of the Robbins-Monro algorithm truncated at randomly varying bounds. *Stoch. Processes and their Appl.*, 1988, **27**: 217—231.

[16] Loynes R M. The stability of a queue with non-independent interarrival and service times. In: Proc. Cambridge Phil. Soc., 1962, **58**: 497—520.
[17] Nummelin E. Regeneration in tandem queues. *Adv. Appl. Prob.*, 1981, **13**: 221—230.
[18] Shedler G S. Regeneration and Networks of Queues. New York: Springer-Verlag, 1987.
[19] Gut A. Stopped Random Walks: Limit Theorems and Applications. Springer-Verlag, 1988.
[20] Stout W F. Almost Sure Convergence. New York: Academic Press, 1974.
[21] Chow Y S and Teicher H. Probability Theory: Independence, Interchangeability, Martingale. Second Edition, Springer-Verlag, 1988.

# PARAMETER OPTIMIZATION FOR PRODUCTION SYSTEMS IN SERIES

TANG QIANYU
(*Dept, of Automation, Tsinghua University, Beijing* 100084)

CHEN HANFU
(*Institute of Systems Science, The Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080)

HAN ZENGJIN
(*Dept. of Automation, Tsinghua University, Beijing* 100084)

ABSTRACT

Based on a fixed sample path, perturbation analysis (PA) offers an estimate for the gradient $-\mathrm{d}J(\theta)/\mathrm{d}\theta$ of performance measure $J(\theta)$ with respect to the adjustable parameter $\theta$ for stochastic discrete event systems. The PA estimate of $\mathrm{d}J(\theta)/\mathrm{d}\theta$ using fixed length of observation (e. g., L customers) is then put into the stochastic approximation algorithm which recursively optimize the parameter. This is the so-called "Single-Run-Optimization" algorithm. Experiment results show that this kind of algorithms has relatively fast convergence rate. For production systems in series this paper proposes an optimization algorithm which iterates once after every $L$ customers' departure and proves that the algorithm converges to $\theta$ which minimizes $J(\theta)$.

**Key words:** Stochastic discrete event systems, perturbation analysis, stochastic optimization.

**唐乾玉**　1966 年生．1987 年毕业于国防科技大学，1990 年和 1993 年在中国科学院系统科学研究所分别获得硕士和博士学位．现在清华大学自动化系做博士后研究工作．研究兴趣：自适应控制、制造系统的调度和控制、DEDS 的理论及应用、计算机控制系统等．

**陈翰馥**　1937 年生．1961 年毕业于前苏联列宁格勒大学数学力学系．现任中国科学院系统科学研究所研究员、中国科学院院士，曾在随机系统、过程统计方面发表论文110 余篇，发表专著 5 本．现任IFAC 技术局成员、中国自动化学会理事长、中国数学会常务理事．研究领域为随机系统的辨识与控制、适应控制、递推估计及随机逼近等．

## 《自动化学报》编辑部启事

《自动化学报》为我国自动化领域高级学术刊物．近年来，由于自动化学科飞速发展，新的研究成果不断涌现，作者投稿踊跃，使我刊稿源丰富．在此，十分感谢广大作者对《自动化学报》的厚爱．为进一步扩大刊物的信息量，缩短稿件的发表周期，我刊在出版方面有一些变动．

1）增加页面．现在每期128页，1997年改为每期144页．

2）为节省版面，不再刊登论文作者照片，只刊登简短介绍，包括作者学位、职称、职务及研究领域．本刊将严格控制稿件字数，若作者有不同意见，将按自动退稿处理．

3）由于页面增加且纸张、工费等调价，本刊相应调整定价，由每期8.4元增加到12元．

为进一步办好《自动化学报》，恳请广大读者、作者给予谅解和支持．

《自动化学报》编辑部

《自动化学报》是中国科学引文数据库首批收录的315种期刊之一．

《中国科学引文索引》印刷版和光盘版已于近日出版．若想了解以上两种产品的详细情况及引文数据库的服务情况，可与中国科学引文数据库联系．

联系地址：北京中关村科学院南路 8 号
　　　　　中科院文献情报中心中国科学引文数据库课题组
邮　编：100080　　电　话：62564354　　传　真：625668846