

一类飞行器的多变量鲁棒控制¹⁾

李东海

(清华大学热能工程系 北京 100084)

吴麒

(清华大学自动化系 北京 100084)

摘 要

对一类飞行器建立了数学模型并进行了分析。使用非最小相位控制系统的智能设计方法,设计了飞行器的多变量鲁棒控制系统。基于真实模型的控制系统的仿真证实了这一设计方法的有效性。该设计方法对航空航天控制工程具有参考意义。

关键词: 多变量鲁棒控制,非最小相位,智能设计,飞行器控制。

1 引言

近年来,出现了多种多变量系统控制器设计方法^{[1-3], 2), 3) 4)},但应用于制导、航空航天实例很少,主要原因是飞行器的数学模型复杂,致使线性控制理论应用遇到困难。

飞行器是高阶的、非线性的、时变的复杂系统,一般不采用现代多变量线性系统理论进行设计,而多采用单变量控制加大批量仿真的方法。这种方法设计费用高,周期长,而且难以形成系统的设计理论。

作者对一类飞行器的大批数据进行归纳,建立并分析了多变量数学模型。分析结果表明:此类飞行器控制系统设计的主要困难是非最小相位,其非线性因素和时变因素则可以作为传递函数矩阵的摄动来处理。

本文采用非最小相位控制系统的智能设计方法,设计了飞行器控制系统,并基于飞行器的真实模型进行了控制系统仿真。仿真结果表明鲁棒控制理论应用于此类飞行器控制系统设计是可行的。

2 飞行器的动力学方程

作者选择了一种飞行器,通过大量具体的数字计算,建立了它的数字的状态空间模型

1) 航天科学技术基金资助课题。

2) 李东海. 非最小相位控制系统的智能设计. 清华大学博士论文, 1994.

3) 倪茂林. 鲁棒控制系统设计理论及应用. 中国空间技术研究院博士论文, 1992.

4) 张霖. 设计多变量鲁棒控制系统的正规矩阵方法. 清华大学博士论文, 1992.

本文于1994年8月11日收到

和数字的传递函数模型。所研究的飞行器的运动规律由下列方程描述¹⁾:

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha \cos \beta - F_x - G \sin \theta, \quad (1)$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = P(\sin \alpha \cos \gamma_c + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_c) + F_y \cos \gamma_c - F_x \sin \gamma_c - G \cos \theta, \quad (2)$$

$$-m\nu \cos \theta \frac{d\Psi_c}{dt} = P(\sin \alpha \sin \gamma_c - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_c) + F_y \sin \gamma_c + F_x \cos \gamma_c, \quad (3)$$

$$J_x \frac{d\omega_x}{dt} + (J_x - J_y)\omega_y \omega_z = M_x, \quad J_y \frac{d\omega_y}{dt} + (J_x - J_z)\omega_x \omega_z = M_y, \quad (4), (5)$$

$$J_z \frac{d\omega_z}{dt} + (J_y - J_z)\omega_x \omega_y = M_z, \quad (6)$$

$$\dot{\nu} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \quad \dot{\Psi} = \omega_y \frac{\cos \gamma}{\cos \nu} - \omega_z \frac{\sin \gamma}{\cos \nu}, \quad (7), (8)$$

$$\dot{\gamma} = \omega_x - \operatorname{tg} \nu (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \quad (9)$$

$$\frac{dX}{dt} = V \cos \theta \cos \Psi_c, \quad \frac{dY}{dt} = V \sin \theta, \quad \frac{dZ}{dt} = -V \cos \theta \sin \Psi_c, \quad (10), (11), (12)$$

$$\Phi_1(V, \theta, \dots, \delta_I, \delta_{II}, \delta_{III}) = 0, \quad \Phi_2(V, \theta, \dots, \delta_I, \delta_{II}, \delta_{III}) = 0, \quad (13), (14)$$

$$\Phi_3(V, \theta, \dots, \delta_I, \delta_{II}, \delta_{III}) = 0, \quad \Phi_4(V, \theta, \dots, \delta_I, \delta_{II}, \delta_{III}) = 0, \quad (15), (16)$$

$$\sin \theta = \cos \alpha \cos \beta \sin \nu - \sin \alpha \cos \beta \cos \nu \cos \gamma - \sin \beta \cos \nu \sin \gamma, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \cos \theta \sin \Psi_c &= \cos \alpha \cos \beta \cos \nu \sin \Psi + \sin \alpha \cos \beta (\sin \nu \sin \Psi \cos \gamma + \cos \Psi \cos \gamma) \\ &\quad - \sin \beta (\cos \Psi \cos \gamma - \sin \nu \sin \Psi \sin \gamma), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\cos \theta \sin \gamma_c = \cos \alpha \sin \beta \sin \nu - \sin \alpha \sin \beta \cos \nu \cos \gamma + \cos \beta \cos \nu \sin \gamma. \quad (19)$$

以上各式的物理意义及符号的含义此处不一一说明。在上述方程组中，所有的空气动力学参数均由实验给出。方程系数由几十个空气动力学参数决定，随飞行器的飞行而大幅度变化。式(13)–(16)为飞行器的控制导引方程，因本文不涉及导引规律，故不具体写出。

3 飞行器模型的计算结果及分析

以一类飞行器为对象，用线性化方法在其飞行轨迹的35个特征点上求出对象的状态方程矩阵 A, B, C, D 和传递函数矩阵 $G(s)$ 。对所得的35批数据进行整理，得到矩阵 A, B, C, D 和 $G(s)$ 各元素的摄动曲线及摄动界限、对象极点在复平面上的分布情况及摄动范围以及 $G(s)$ 的摄动情况。

对这些结果进行综合性的分析后，得出以下结论：

- 1) $G(s)$ 的非对角元模并非接近于零，即各通道耦合较紧。
- 2) $G(s)$ 的(1,1)元与(2,2)元非常接近，这与飞行器在俯仰方向和偏航方向的结构对称性是一致的。

1) 周慧忠. 有翼导弹飞行动力学, 北京航空航天大学教材, 1983.

3) 矩阵 A, B, C, D 和 $G(s)$ 的摄动范围不如想象的严重, 例如 a_{11} 的摄动幅度约为 $\pm 50\%$, a_{12} 的摄动幅度约为 $\pm 15\%$, 其它参数的摄动情况大致相仿。对象极点在复平面上的摄动范围也不太大。这说明, 尽管方程中非线性函数表达式复杂, 时变参数也很多, 有些原始参数变化幅度也相当大, 但事实上对象的数学模型中大多数参数变化并不如想象的那么严重。

4) 值得注意的是: 有一对复极点在虚轴左右摄动, 即摄动下的右半面极点数改变。

5) 对象有右半复平面的二重零点 $+26$, 说明对象是非最小相位的。

在以上结论的基础上, 进一步得出了以下结论:

1) 对象各通道之间的耦合不可忽略, 因此若把对象作为三个单通道对象分别设计控制器, 在理论上讲是欠妥的。

2) 尽管对象的方程组在形式上极其复杂, 但实际上对象的模型摄动并不十分严重, 这就为采用多变量鲁棒控制理论提供了有力的依据。

3) 现有多数鲁棒控制理论通常假设对象的右半面极点数在摄动下不变和对象是最小相位的。上述分析表明这两个假设对于这一类飞行器不能成立。这是为飞行器设计鲁棒控制器的主要困难所在。

4 非最小相位控制系统的智能设计方法

作者利用控制系统智能设计的思想^[4], 对非最小相位控制系统的设计进行了系统的研究¹⁾。本节仅讨论适用于此类飞行器的情形, 即被控制对象右半复平面零点模值较大的情形。

设 $G(s)$ 是稳定的单变量传递函数, 但具有不超过 2 个右半复平面零点, 且模值较大 $K(s)$ 是待设计的控制器, 要求它本身稳定, 真有理, 尽量简单。所设计的闭环控制系统应当满足稳定性, 鲁棒性, 良好的静态与动态性能。

图 1 中, 开环传递函数为

$$Q(s) = G(s)K(s). \quad (20)$$

从 (20) 式可知, 若要保证 $K(s)$ 稳定, $Q(s)$ 必须包含 $G(s)$ 的全部右半复平面零点。记右半面实零点为 $z(z > 0)$; 或一个右半面实零点为 z , 另一右半面实零点为 $\mu z(\mu > 1)$, 作者研究了六种不同类型的开环传递函数。限于篇幅, 仅举出两种如下:

$$Q(s) = \frac{k(s/\omega_{n1} + 1)(s/\omega_{n2} + 1)(-s/z + 1)}{s^2(s/\omega_{d1} + 1)(s/z + 1)^2}, \quad (21)$$

$$Q(s) = \frac{k(s/\omega_{n1} + 1)(s/\omega_{n2} + 1)(-s/z + 1)^2}{s(s/\omega_{d1} + 1)(s/\omega_{d2} + 1)(s/z + 1)^3}, \quad (22)$$

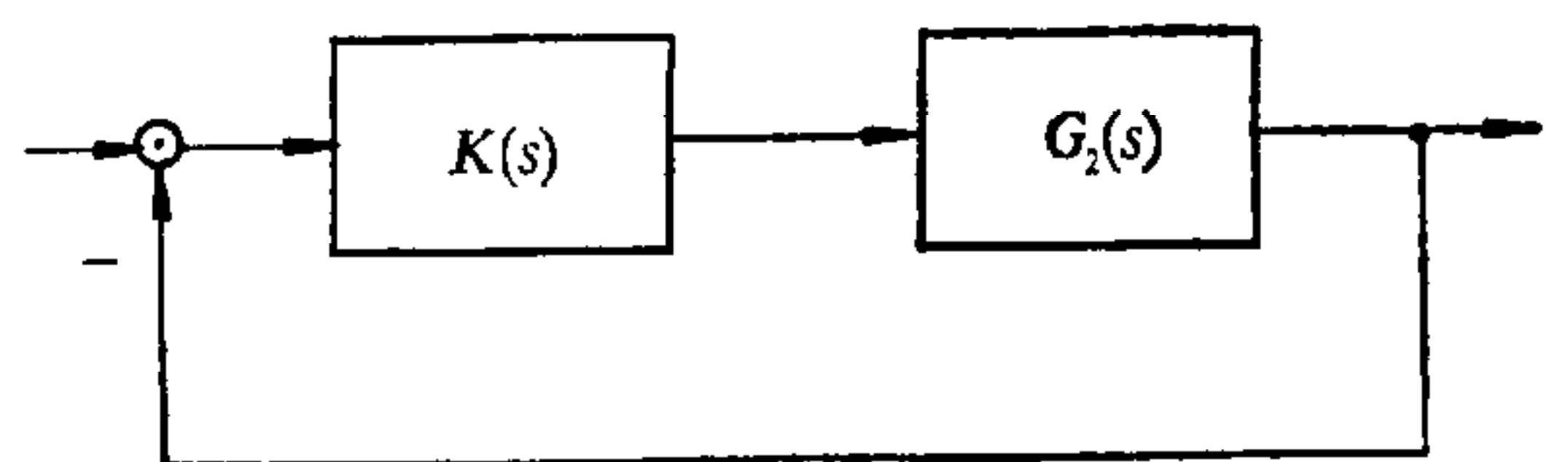


图 1 控制系统框图(图中 $G_2(s)$ 的下角 2 应去掉)

1) 见 513 页脚注 2)。

其中 $k, \omega_{n1}, \omega_{n2}, \omega_{d1}, \omega_{d2} > 0; z > \omega_c; \omega_c$ 为开环系统截止角频率。

在保证相角裕量为 $30^\circ-60^\circ$ ，幅值裕量不小于 6 分贝的条件下，对 1600 个上述各类型的开环传递函数的反馈系统进行了计算机仿真研究，得出了这些模型中的参数与闭环系统阶跃响应特征的关系，据此建立了专门的知识库。表 1 是其中一个片断， T_s 为阶跃响应调节时间， $\sigma\%$ 为超调量，可用于工程系统的设计。

表 1

$$\text{模型: } Q(s) = \frac{k\omega_{n1}\omega_{n2}}{\omega_{d1}\omega_{d2}z} \cdot \frac{(s/\omega_{n1} + 1)(s/\omega_{n2} + 1)(-s/z + 1)}{s(s/\omega_{d1} + 1)(s/\omega_{d2} + 1)(s/z + 1)^2}$$

		参数	最小值	最大值	优选值
优 E	$\sigma\% \leq 15\%$ 且 $T_s z \leq 50$	k/z^2	0.167	0.200	0.180
		ω_{n1}/z	0.030	0.038	0.034
		ω_{n2}/z	0.030	0.038	0.034
		ω_{d1}/z	0.012	0.025	0.019
		ω_{d2}/z	0.050	0.100	0.059
良 G	$\sigma\% \leq 30\%$ 且 $T_s z \leq 80$	k/z^2	0.125	0.250	
		ω_{n1}/z	0.028	0.063	
		ω_{n2}/z	0.028	0.063	
		ω_{d1}/z	0.011	0.029	
		ω_{d2}/z	0.040	0.125	
可 A	$\sigma\% \leq 50\%$ 且 $T_s z \leq 130$	k/z^2	0.111	0.333	
		ω_{n1}/z	0.025	0.071	
		ω_{n2}/z	0.025	0.071	
		ω_{d1}/z	0.010	0.038	
		ω_{d2}/z	0.033	0.167	
差 B	$\sigma\% > 50\%$ 或 $T_s z > 130$	取其它值			

为了在控制系统动态性能与控制器的复杂性二者之间作出折衷，有必要将二者分别定量地划分为若干等级。控制器的复杂性可以 $K(s)$ 的阶来表征，控制系统的动态性能则可依据工程经验划分为若干等级。例如：优 (E)、良 (G)、可 (A)、差 (B)。各等级的动态性能指标见表 1。表 1 不是为设计飞行器控制系统专用，但采用类似的方法完全可以建立针对飞行器控制系统或其它专门对象的知识库，例如微超调或无超调的知识库。

系统设计步骤如下：

- 1) 根据对象的右半复平面零点数目，选取预期开环传递函数的类型。
- 2) 控制系统动态性能等级设置为 E。
- 3) 从表 1 中根据所设性能等级选取一组 $k, \omega_{n1}, \omega_{n2}, \omega_{d1}, \omega_{d2}$ 的值，构造开环传递函数 $Q(s)$ ，计算 $K(s) = G^{-1}(s)Q(s)$ 。用较低阶的 $K^*(s)$ 拟合 $K(s)$ ，并优化 $Q(s)$ 的参数，在允许的拟合误差下，使 $K^*(s)$ 的阶数达到最低。
- 4) 若对所得 $K^*(s)$ 的阶数认为满意，则结束；否则降低一个性能等级，转 3)。

5 飞行器的鲁棒控制系统设计

本节讨论如何使用低阶补偿器抑制复极点在虚轴左右的摄动, 以及使被控制对象鲁棒镇定。以多变量根轨迹理论^[5]为基础。为了降低阶数, 补偿器采用对角矩阵形式。

如上所述, 此类飞行器的控制必须考虑对象右半面极点数目在摄动下是变化的这一重要特点。为此必须抑制复极点在虚轴左右的摄动, 使右半复平面的极点数目在摄动下保持不变, 从多变量根轨迹出发, 为了简便, 选取控制器

$$K_1(s) = -0.1/(s/0.03 + 1)I_3.$$

被控制对象经预补偿后, 右半面极点数不再变化。进而按鲁棒镇定方法^[1], 设计另一预补偿器

$$K_2(s) = -0.06(s + 5)/(s + 35)I_3.$$

经计算可知, 闭环的传递函数矩阵在各特征点上是稳定的。

依据上节所述方法设计控制系统。将开环传递函数矩阵设计为对角矩阵, 即完全解耦, 有

$$Q(s) = \text{diag}[q_1(s), q_2(s), q_3(s)].$$

其中 $q_1(s), q_2(s), q_3(s)$ 分别利用非最小相位设计知识库 (21), (22) 式, 考虑到飞行器的特殊要求, 即控制系统的超调量小于 12%, 选择性能等级 E, 令 $z = 26$, 优化 $Q(s)$ 参数得到

$$q_1(s) = q_2(s) = \frac{2.244(s/0.9 + 1)^2(-s/26 + 1)^2}{s(s + 0.3)(s + 1)(s + 26)^3},$$

$$q_3(s) = \frac{3.21(s/0.9 + 1)^2(-s/26 + 1)}{s^2(s/1.65 + 1)(s/26 + 1)^2}.$$

由此可计算

$$K(s) = G^{-1}(s)Q(s).$$

飞行器控制系统如图 2 所示。

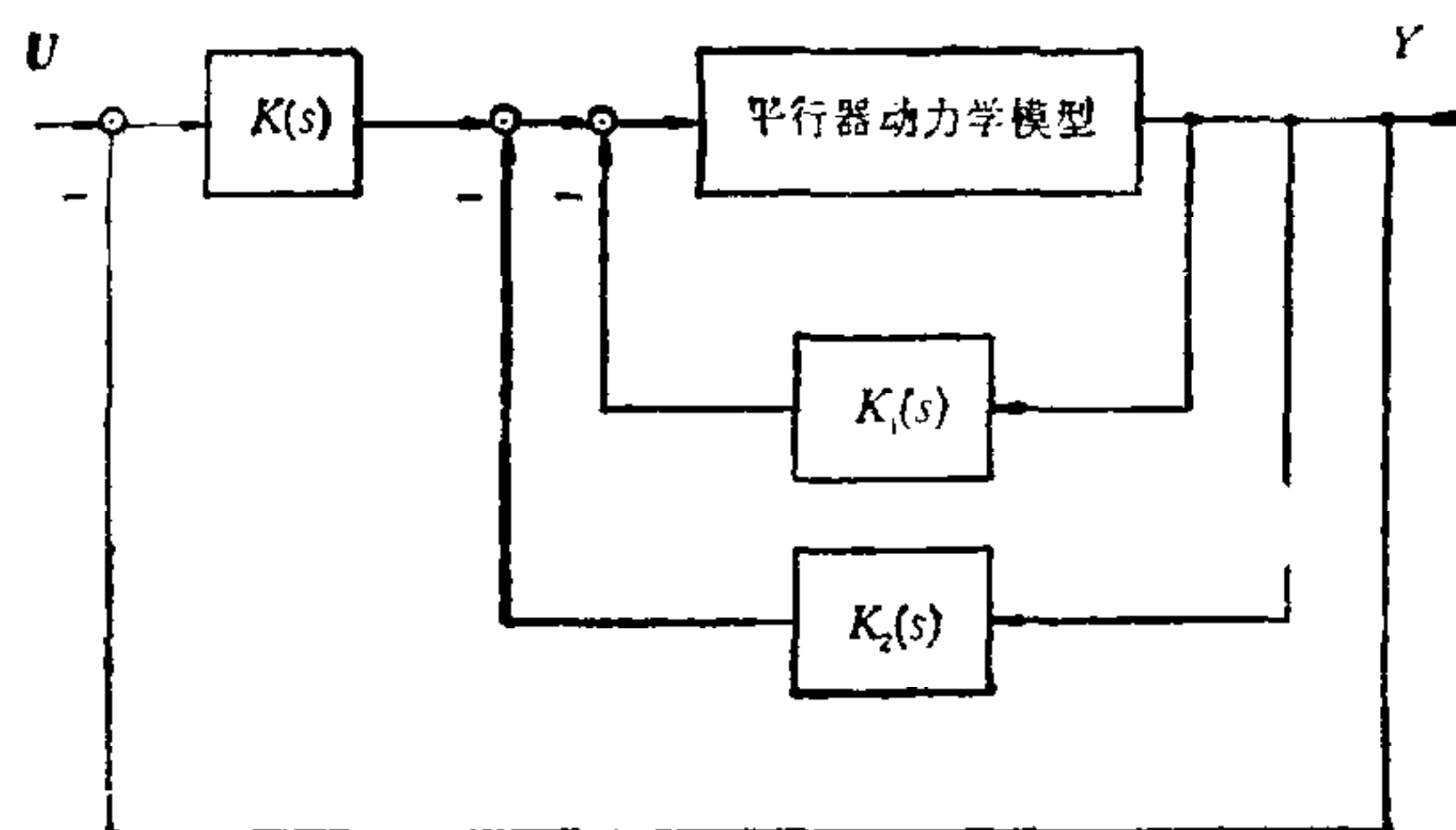


图 2 实际控制系统框图(图中平行器应为飞行器)

1) 见 513 页脚注 2)

6 基于真实模型的控制系统仿真

基于飞行器的真实动力学模型, 控制系统仿真实质是对 74 阶非线性时变微分方程组进行数值求解, 其计算量是庞大的, 且需要求取大量的空气动力学参数, 处理复杂的非线性函数关系, 求解含有 70 个变量的代数方程组。用 4 阶龙格-库塔算法, 每一积分步长内要计算四次右端函数值。由此可知计算量的庞大和计算过程的复杂。

系统的阶跃响应以第一通道为例见图 3。其中 $u_1(t) = 1(t)$, $u_2(t) = u_3(t) = 0$ 。可见控制系统是鲁棒稳定的, 其响应性能与预期的效果接近, 具有较快的上升沿, 无超调。

当输入信号为航天工程中常规使用的方波测试信号, 其输出响应如图 4 所示, 证实了所设计的控制系统能够稳定地跟踪输入信号。

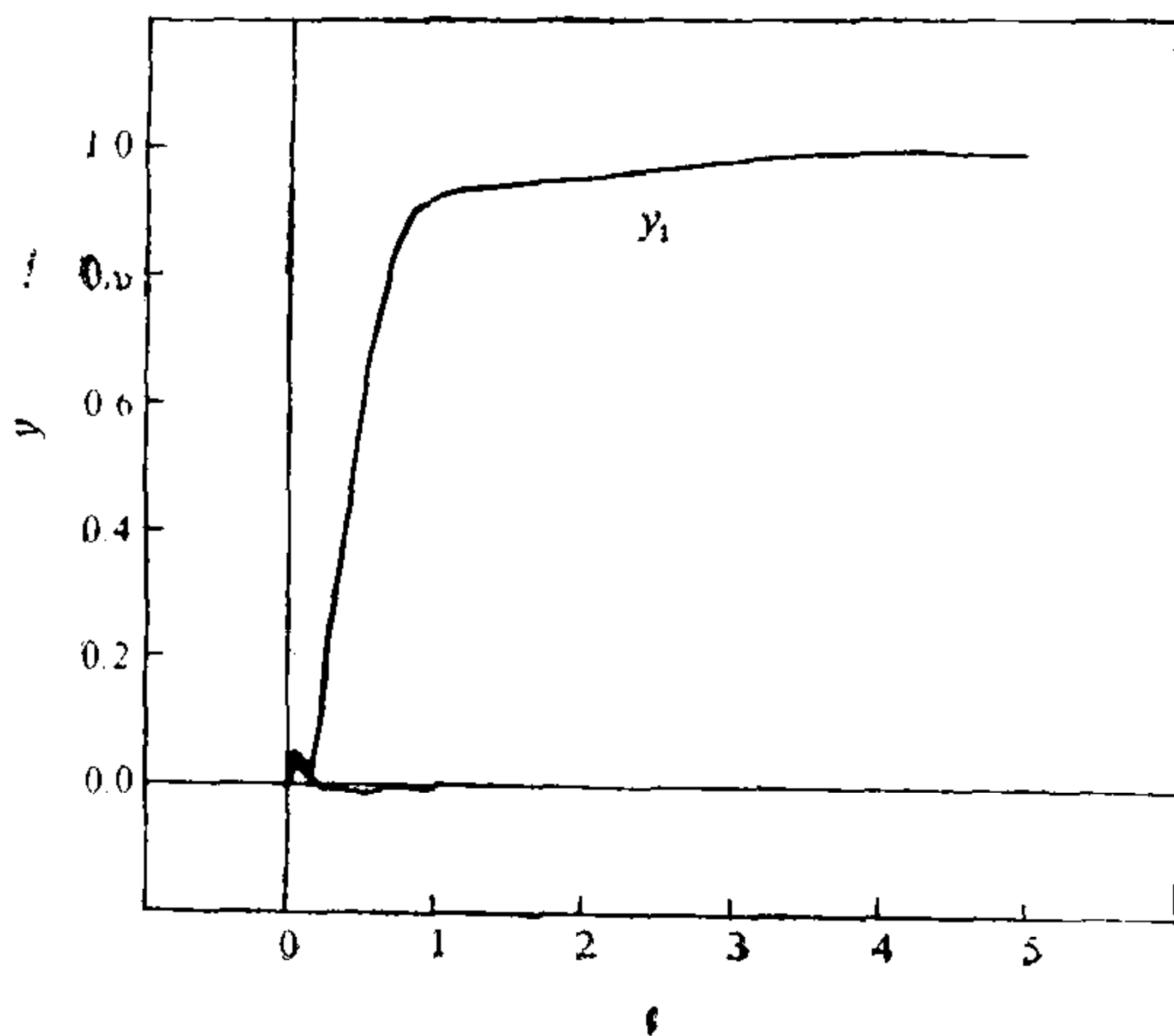


图 3 阶跃响应

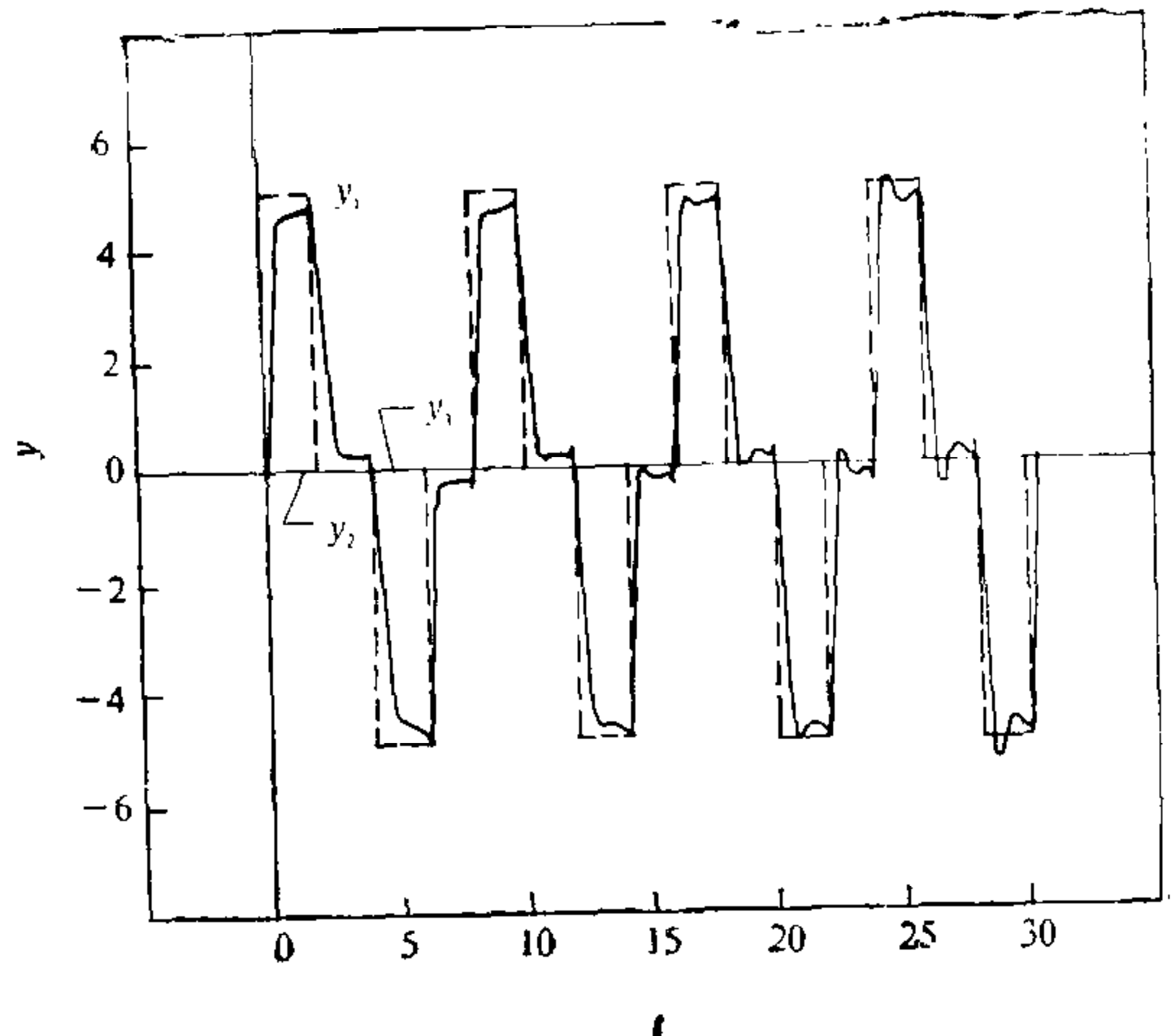


图 4 方波信号下的响应

为检验控制系统的鲁棒性, 将控制器放大倍数增大至 2 倍。仿真结果显示控制系统仍然是稳定的, 表明, 以本文的方法所设计的控制系统具有很强的鲁棒性。

参 考 文 献

- [1] Doyle J C *et al.* State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems. *IEEE Trans.*, 1989, **AC-34**: 831—847.
- [2] Hung Y S, MacFarlane A G J, *Multivariable Feedback, A Quasi-classical Approach*, Springer-Verlag, 1982.
- [3] Zames G. Feedback and optimal sensitivity, model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. *IEEE Trans.*, 1981, **AC-26**: 301—320.
- [4] 吴 麒, 高黛陵, 毛剑琴. 论控制系统的智能设计. *控制理论与应用*. 1993, **10**(4): 241—249.
- [5] Owens. Owens D H, Compensation theory for multivariable root loci. *Proc. IEE*, 1979, **126**: 538—541.

MULTIVARIABLE ROBUST CONTROL FOR A TYPE OF MISSILES

LI DONGHAI

(Department of Thermal Energy Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084)

WU QI

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084)

ABSTRACT

In this paper the mathematical model of a type of missiles has been obtained and analyzed, then a multivariable robust control system of the missile is designed by means of intelligent approach to non-minimum phase control system design. Simulation of the control system based on the genuine model showed the effectiveness of the approach. The described design approach can serve as a means for aeronautical and astronautical control engineering.

Key words: Multivariable robust control, missile control, non-minimum phase system, intelligent design.



李东海 1990年获中国科技大学硕士学位,1994年获清华大学博士学位,现任清华大学热能工程系讲师。研究兴趣:多变量鲁棒控制,非最小相位控制系统设计,电力系统控制。目前从事电力系统 ASVG 项目的研究。

吴 麒 照片、简介见本刊第 17 卷第 1 期。