短 文

间接自适应极点配置控制算法的跟踪能力研究

陈卫田 施颂椒 张钟俊
(上海交通大学自动化系 上海 200030)

摘 要

为了研究现有间接自适应极点配置控制算法的跟踪能力，提出了一般形式的间接自适应极点配置控制算法. 分析了这种算法用于已知和未知系统时的跟踪能力，并分别给出了渐近跟踪参考输出的充要条件. 利用上述结果,可以对现有间接算法的跟踪能力进行逐一研究. 研究表明,现有间接自适应极点配置控制算法的跟踪能力是有限的,它们至多能实现对一类参考输出的渐近跟踪.

关键词: 间接自适应,极点配置. 渐近跟踪,离散线性时不变.

1 引言

对离散线性时不变 SISO 系统，非最小相位系统的稳定自适应控制问题一直受到人们的关注. 多年来,作为非最小相位系统的控制算法,自适应极点配置控制算法得到了许多全局稳定性结果[1-5]. 但是,这些算法对有界参考输出的渐近跟踪能力问题，却被忽视了. 尽管文献[4]给出了可以渐近跟踪一类参考输出的控制算法,但其跟踪能力到底有多大,人们并不清楚. 因此有必要在这方面开展工作,以便弄清楚各种算法的跟踪性能，从而为实际应用选择具有良好跟踪性能的控制算法提供理论依据.

2 间接自适应极点配置控制算法的跟踪能力

考虑离散线性时不变 SISO 系统

$$A(q^{-1})y(t)=B(q^{-1})u(t) \tag{2.1}$$

其中 $y(t),u(t)$ 分别为系统的输出、输入,且

$$A(q^{-1})=1+a_1q^{-1}+\cdots+a_nq^{-n},$$

本文于1994年10月31日收到

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + \cdots + b_mq^{-m}.$$

假设

A1) $A(q^{-1})$ 与 $B(q^{-1})$ 互质.

给出一般形式的间接自适应极点配置控制算法. 从下式求取 $R(t,q^{-1})$和 $S(t,q^{-1})$,

$$A(t,q^{-1})R(t,q^{-1}) + B(t,q^{-1})S(t,q^{-1}) = A^*(q^{-1}). \tag{2.2}$$

其中 $A^*(q^{-1})$是期望的首一严格稳定的闭环系统多项式, $A(t,q^{-1}),B(t,q^{-1})$是 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$的估计,且 $A^*(q^{-1})$的次数不超过 $n+m-1$. $R(t,q^{-1})$, $S(t,q^{-1})$ 具有适当次数以使(2.2)式有唯一解.

控制律 $u(t)$ 满足

$$R(t,q^{-1})u(t) = -S(t,q^{-1})y(t) + T(t,q^{-1})y^*(t). \tag{2.3}$$

其中 $T(t,q^{-1})$ 可以离线或在线选取, $y^*(t)$ 为有界参考输出.

(2.2)与(2.3)式即为本文提出的一般形式的间接自适应极点配置控制算法.

注 1. 现有的间接自适应极点配置控制算法都可认为是上述一般形式算法的特殊情形. 比如: $T(t,q^{-1}) = S(t,q^{-1})$, $T(t,q^{-1}) = 1$ 以及 $T(t,q^{-1}) = A^*(q^{-1})$ 分别为文献[1—3]中的算法. 若用 $R(t,q^{-1}),C(q^{-1})$ 代替(2.2)式中的 $R(t,q^{-1})$, 而 $T(t,q^{-1}) = S(t,q^{-1})$,则为文献[4]中的算法.

进一步研究算法(2.2)与(2.3)在系统已知和未知时的跟踪能力.

2.1 系统已知时的跟踪能力

定义. 对参考输出 $y^*(t)$,如果存在使 $\lim\limits_{t\to\infty} E(q^{-1})y^*(t) = 0$ 的次数最小的首一多项式 $E(q^{-1})$,且 $E(q^{-1})$ 与 $B(q^{-1})$ 互质,则称 $y^*(t)$满足条件 B1.

系统已知时,式(2.2)与(2.3)变为

$$A(q^{-1})R(q^{-1}) + B(q^{-1})S(q^{-1}) = A^*(q^{-1}), \tag{2.2'}$$

$$R(q^{-1})u(t) = -S(q^{-1})y(t) + T(q^{-1})y^*(t). \tag{2.3'}$$

引理 1. 若系统(2.1)已知, 且满足假设 A1), 将算法(2.2)与(2.3) (即式(2.2′)与(2.3′))应用于该系统,则 $\lim\limits_{t\to\infty}[y(t) - y^*(t)] = 0$ 的充要条件为

$$\lim_{t\to\infty}[A^*(q^{-1}) - B(q^{-1})T(q^{-1})]y^*(t) = 0.$$

引理 2. 对满足条件 $B1$ 的 $y^*(t)$,若还有 $E^*(q^{-1})$,使得 $\lim\limits_{t\to\infty} E^*(q^{-1})y^*(t) = 0$,则必存在 $\lambda(q^{-1})$ 使得

$$E^*(q^{-1}) = E(q^{-1})\lambda(q^{-1}).$$

引理 3. 对 $y^*(t)$,若存在使 $\lim\limits_{t\to\infty} E(q^{-1})y^*(t)=0$ 的次数最小的首一多项式 $E(q^{-1})$,但 $E(q^{-1})$ 与 $B(q^{-1})$ 不互质,则必有

$$\lim_{t\to\infty}[A^*(q^{-1}) - B(q^{-1})T(q^{-1})]y^*(t) \neq 0.$$

引理 4. 若 $y^*(t)$ 不满足条件 $B1$,在假设 A1)下,将算法(2.2)与(2.3)(即式(2.2′)与(2.3′))应用于系统(2.1), 则必有 $\lim\limits_{t\to\infty}[y(t) - y^*(t)] \neq 0$.

以上引理证明略.

利用上面四个引理,容易证明下面定理,具体证明略.

定理 2.1　在假设 A1) 下，将算法(2.2)与(2.3)(即式(2.2′)与(2.3′))应用于已知系统(2.1)，则 $\lim\limits_{t\to\infty}[y(t)-y^*(t)]=0$ 的充要条件是 $y^*(t)$ 满足条件 B1.

注 2. 该定理表明，即使用于已知系统，间接自适应极点配置控制算法的跟踪能力也是很有限的，它们至多能渐近跟踪满足条件 B1 的参考输出 $y^*(t)$.

2.2 系统未知时的跟踪能力

记 $\theta_0^T=[a_1,\cdots,a_n,b_1,\cdots,b_m]$ 为真实参数向量，分以下两种情形研究.

1) $\lim\limits_{t\to\infty}\theta(t)=\theta_0$.

此时，由于参数估计收敛到真值，因此容易证明定理 2.1 的结论仍然成立.

2) $\lim\limits_{t\to\infty}\theta(t)=\theta_\infty\neq\theta_0$.

此时，由于参数估计不收敛到真值，因此必须要求 $A(\infty,q^{-1})$ 与 $B(\infty,q^{-1})$ 互质. 现有很多算法(如文献[2,3]中算法)能自然保证这一点.

再定义一类参考输出.

定义. 对 $y^*(t)$，如果存在使 $\lim\limits_{t\to\infty}E(q^{-1})y^*(t)=0$ 的次数最小的首一多项式 $E(q^{-1})$，且该 $E(q^{-1})$ 与 $B(\infty,q^{-1})$ 互质，则称 $y^*(t)$ 满足条件 B2.

定理 2.2.　在假设 A1)下，对未知系统(2.1)，采用适当的参数辨识算法使得

$$\lim_{t\to\infty}\theta(t)=\theta_\infty(\neq\theta_0),$$

将算法(2.2)与(2.3)应用于该系统，则

$$\lim_{t\to\infty}[y(t)-y^*(t)]=0$$

的充要条件是 $y^*(t)$ 满足条件 B2.

现将本节结果综合如下：1) 当系统已知时，算法(2.2)与(2.3)能且只能渐近跟踪满足条件 $B1$ 的 $y^*(t)$. 2) 当系统未知但 $\lim\limits_{t\to\infty}\theta(t)=\theta_0$ 时，有完全相同的结论. 3) 当系统未知但 $\lim\limits_{t\to\infty}\theta(t)=\theta_\infty(\neq\theta_0)$ 时，算法(2.2)与(2.3)能且只能渐近跟踪满足条件 B2 的 $y^*(t)$. 4) 当算法无法保证参数估计收敛但能保证闭环系统稳定时，其跟踪能力也许有类似结论，但有待证明.

注 3. 利用本节结果，可对现有间接自适应极点配置控制算法的跟踪能力进行具体分析. 如文献[1—4]中算法.

3 结论

本文提出了分析间接自适应极点配置控制算法跟踪能力的一般方法，利用该方法证明了一些控制算法的跟踪能力是很有限的. 本文还明确定义了这类控制算法可以渐近跟踪的参考输出(满足条件 B1 或 $B2$). 所得结果表明，现有间接自适应极点配置控制算法，不管用于非最小相位还是最小相位系统，至多只能渐近跟踪一类参考输出. 这使人们对这种控制算法的跟踪能力有了全面的了解.

参　考　文　献

[1] Goodwin GC, Sin KS. Adaptive control of nonminimum phase systems. *IEEE Trans*, 1981, **AC-26** (2): 478—483.

[2] Lozano-leal R, Goodwin GC. A globally convergent adaptive pole placement algorithm without a persistency of excitation reyuirement. *IEEE Trans*, 1985, **AC-30** (8):795—798.

[3] Giri F *et al*. A globally convergent pole placement indirect adaptive controller. *IEEE Trans*, 1989, **AC-34** (3):353—356.

[4] Goodwin GC, Sin KS. Adaptive Filtering Prediction and Control. Englewood Cliffs New Jersy: Prentice-Hall.

[5] Anderson BDO, Johnstone RM. Global adaptive pole positioning. *IEEE Trans*, 1985, **AC-30**(1): 11—22.

[6] Elliott H *et al*. Global stability of adaptive pole placement algorithms. *IEEE Trans*, 1985, **AC-30**(4):348—356.

ON THE TRACKING CAPACITY OF INDIRECT ADAPTIVE POLE PLACEMENT CONTROL ALGORITHMS

Chen Weitian　Shi Songjiao　Zhang Zhongjun

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

Abstract

In order to study the tracking capacity of existing indirect adaptive pole placement control algorithms, a generalized form of indirect adaptive pole placement control algorithm is proposed in this paper (it includes existing algorithms as its special cases). The authors have analyzed this algorithm's tracking capacity in applications, and obtained necessary and sufficient conditions on which the algorithm can track reference outputs asymptotically. Using the above results, the tracking capacity of existing indirect algorithms can be studied individually. The results of this paper show that the tracking capacity of indirect adaptive pole placement control algorithms can track a class of reference outputs asymptotically at most.

Key words: Indirect adaptive pole placement control algorithm, asymptotic tracking, discrete linear time-invariant SISO system.