

快速批仿真及其在控制系统设计中的应用¹⁾

延俊华 高黛陵 吴麒
(清华大学自动化系 北京 100084)

摘要

提出用快速成批仿真的办法辅助设计控制系统，并介绍了作者编制的软件。快速成批仿真也可用来建立控制系统智能设计所需的知识库及检验系统的鲁棒性。文中给出了两个应用实例。

关键词：控制系统仿真，控制系统设计，智能设计，鲁棒性。

1 引言

在控制系统的设计过程中，仿真是一重要的一环。

每种设计方法，都要求设计者选定一些自由参数值。而设计者选取自由参数时完全按照设计者的知识和经验，带有很大的主观随意性；加之设计过程的近似性，所设计出的控制器是否满意，必须由仿真来检验。即使设计出了满足要求的控制器，也未必是最优的。往往只须对设计好的控制器的参数略做些调整，即可大大改善系统的性能。因此，在控制器的结构基本确定以后，由计算机自动地对控制器的参数进行微调、寻优，不仅可以加快设计过程，而且可以实现既定控制器类中的最优化。这一微调、寻优的过程需要用到快速批仿真。

快速批仿真的另一重要用途是帮助建立控制系统智能设计^{①)}所需的知识库。控制系统智能设计是控制领域的一个新兴分支，它将人工智能技术用于控制系统的设计，从而实现控制系统设计的优化与自动化。在对各类系统进行大量仿真的基础上，可以总结出一些共性的规律及系统模型，以建立智能设计知识库。

快速批仿真还可以用来检验系统的鲁棒性。当系统参数在一定范围内摄动时，借助于快速批仿真很容易观察、比较系统性能的变化情况。

2 算法与软件实现

2.1 计算方法

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目。
本文于 1994 年 9 月 5 日收到

计算机只能存贮、计算离散值, 对连续系统仿真首先必须离散化。

由梯形积分公式

$$x_{n+1} = x_n + \frac{T}{2} (\dot{x}_{n+1} + \dot{x}_n) \quad (1)$$

取Z变换

$$zX(z) = X(z) + \frac{T}{2} [z\dot{X}(z) + \dot{X}(z)].$$

整理后得

$$\dot{X}(z) = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} X(z). \quad (2)$$

式中 $X(z)$ 和 $\dot{X}(z)$ 分别是 $x(t)$ 和 $\dot{x}(t)$ 以 T 为周期采样后所得序列的Z变换。

设控制系统的闭环传递函数为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}, \quad (3)$$

则其微分方程为

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^n b_i r^{(i)}(t). \quad (4)$$

对(4)式中的 $y^{(i)}(t)$ 和 $r^{(i)}(t)$ 以 T 为周期采样得

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(kT) = \sum_{i=0}^n b_i r^{(i)}(kT), k = 0, 1, 2, \dots. \quad (5)$$

(5)式两端取Z变换

$$\sum_{i=0}^n a_i Y^{(i)}(z) = \sum_{i=0}^n b_i R^{(i)}(z). \quad (6)$$

对(6)式按(2)式代换并整理得

$$\begin{aligned} G(z) &= \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{\sum_{i=0}^n b_i \left(\frac{2}{T}\right)^i (1 - z^{-1})^i (1 + z^{-1})^{n-i}}{\sum_{i=0}^n a_i \left(\frac{2}{T}\right)^i (1 - z^{-1})^i (1 + z^{-1})^{n-i}} \\ &= \frac{b D_T X Z_n}{a D_T X Z_n} = \frac{c_0 + c_1 z^{-1} + \cdots + c_n z^{-n}}{1 + d_1 z^{-1} + \cdots + d_n z^{-n}} = \frac{C(z)}{D(z)}. \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$Z_n = [1 \ z^{-1} \ \cdots \ z^{-(n-1)} \ z^{-n}]^T; \quad b = [b_n \ b_{n-1} \ \cdots \ b_1 \ b_0];$$

$$a = [a_n \ a_{n-1} \ \cdots \ a_1 \ a_0]; \quad D_T = \text{diag} \left(\left(\frac{2}{T}\right)^n \left(\frac{2}{T}\right)^{n-1} \cdots \frac{2}{T} \ 1 \right);$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{00} & x_{01} & \cdots & x_{0n} \\ x_{10} & x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n0} & x_{n1} & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix}; \quad \begin{cases} x_{i0} = 1, & i = 0, 1, 2, \dots, n, \\ x_{0j} = -\frac{n+1-j}{j} x_{0,j-1}, & j = 1, 2, \dots, n, \\ x_{ij} = x_{i-1,j-1} + x_{i,j-1} + x_{i-1,j}, & i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

由闭环传递函数及采样周期 T 很容易按(7)式求得离散传递函数。上述离散化算法的近似程度与梯形积分公式的近似程度是一致的。

(7)式对应的差分方程为

$$\begin{aligned} y(k) + d_1y(k-1) + \cdots + d_ny(k-n) \\ = c_0r(k) + c_1r(k-1) + \cdots + c_nr(k-n). \end{aligned} \quad (8)$$

在单位阶跃输入

$$r(k) = \begin{cases} 0, & k < 0, \\ 1, & k \geq 0. \end{cases}$$

下,由(8)式推得

$$\begin{cases} y(0) = c_0, \\ y(1) = c_0 + c_1 - d_1y(0), \\ \dots \\ y(k) = \sum_{i=0}^n c_i r(k-i) - \sum_{i=1}^n d_i y(k-i). \end{cases} \quad (9)$$

上述算法直接把系统的传递函数变换成为输入到输出的递推公式,而且在批仿真过程中变换矩阵一般只需要计算一次,节省了大量的计算时间,提高了仿真速度。该算法的缺点是步长固定且不容易选取,因此在软件中设置了自动选步长功能。

2.2 数值稳定性

上述对 $G(s)$ 离散化的过程实际上是进行了双线性变换。该变换将 s 平面的左半平面映射到 z 平面的单位圆内,虚轴映射成单位圆周。也就是说,不管 T 取多大,双线性变换不改变系统的稳定性。当然,减小采样周期 T 可以提高计算精度,其代价是增加了计算时间。

可以证明^[2],在系统稳定的条件下,对字长为 t 的计算机,(9)式所示递推算法的稳态误差为

$$|e_\infty| \leq 2^{-t} \max_{|z|=1} |D(z)|^{-1} n^2. \quad (10)$$

由此可知,只要系统稳定 ($|z| = 1$ 时 $D(z) \neq 0$),则稳态误差有界;且字长确定时,稳态误差取决于系统的稳定程度,稳定裕量越大(闭环极点靠近圆心),数值计算误差越小。换句话说,对所期望得到的性能较好的系统,计算误差不会太大。

2.3 性能准则

进行快速批仿真时往往要求从大批系统中挑选出性能较好的系统,因此必须首先定义便于计算机处理的评价系统质量的指标。

传统的时域指标是用超调量、峰值时间、过渡过程时间等一组指标衡量系统性能。这些指标虽然明确直观,但不适于计算机快速计算,而且计算机也难以对一组指标作出综合评价。例如,一个系统的超调量比另一个的小,但其过渡时间长一些,到底哪个系统性能更好呢?人可以凭经验和感觉作出判断,可是计算机缺乏综合判断能力。所以,计算机需要一个综合、明确、单一的指标来评价系统性能的优劣。

常用的几种综合型指标有^[3] ISE, ITSE, IAE, ITAE。其中以 ITAE 指标比较适合快速仿真,其计算公式为

$$J = \int_0^\infty t |e(t)| dt, \quad (11)$$

其中 $e(t)$ 为误差函数。

ITAE 指标从整体上衡量输出跟踪输入的能力, 时间对误差的加权积分目的在于强调系统的快速性。ITAE 指标的选择性比较好, 而且计算量也不大, 每积分一步只需计算一次乘法和加法。

采用积分型指标不仅为计算机提供了一个比较系统优劣的统一指标, 而且便于实时计算。每递推一步进行一次实时积分, 求得输出响应的同时也得到了指标值; 实时积分的另一个好处是可以尽早舍弃那些不合要求的系统, 从而加快仿真速度。

2.4 仿真流程

快速批仿真包括三个步骤:

- (1) 编辑描述文件。描述文件用来描述系统的结构、变量的变化域以及期望的指标。
- (2) 计算机批处理, 自动选出可行解。
- (3) 在计算机的辅助下人工挑选满意解。

快速批仿真的全过程如图 1 所示。

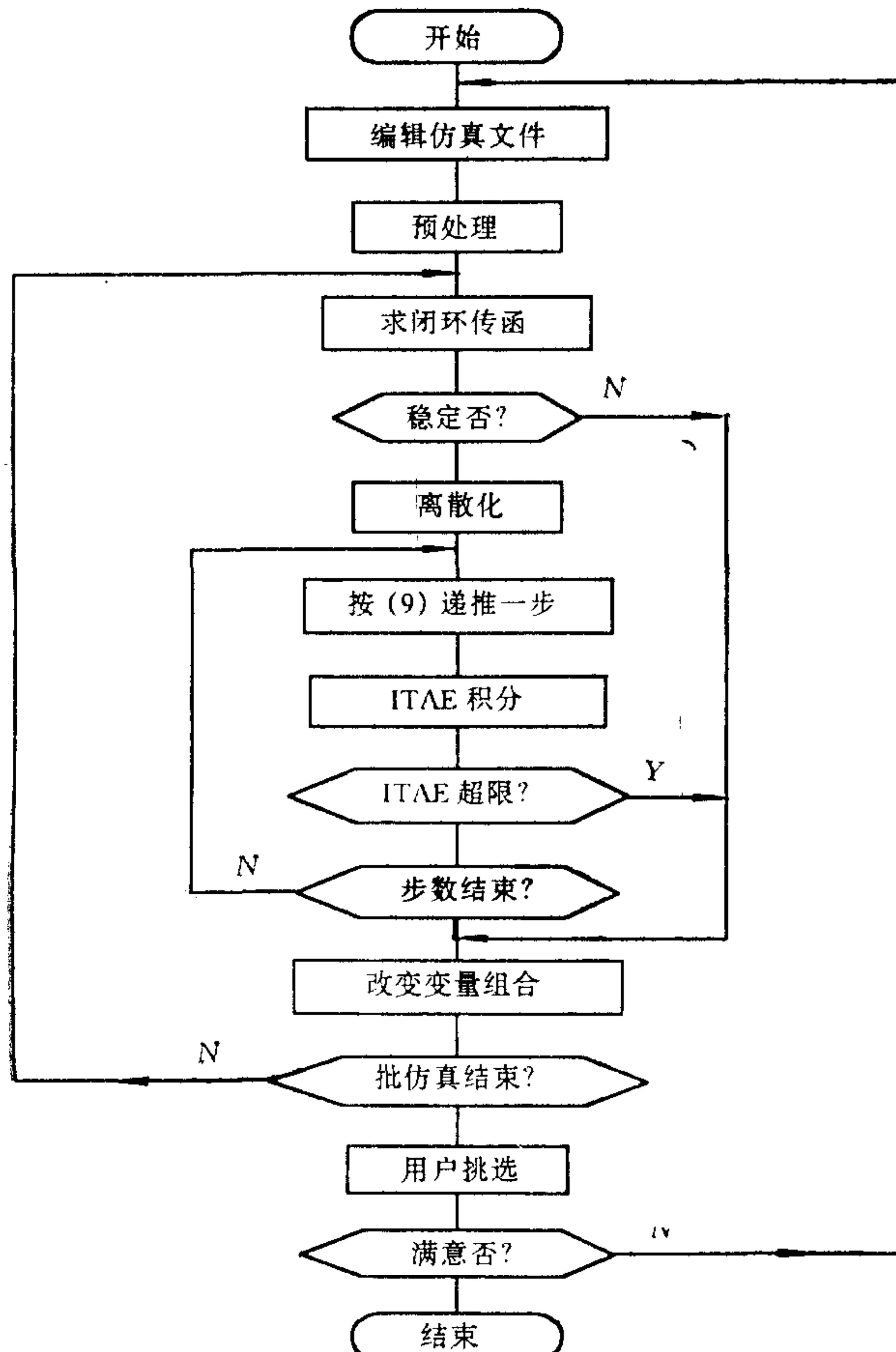


图 1 快速批仿真流程图

2.5 软件性能

目前, 作者已经研制出了快速批仿真软件的试用版, 命名为 Fastsim, 用 C 语言编

写。该软件具有如下功能：

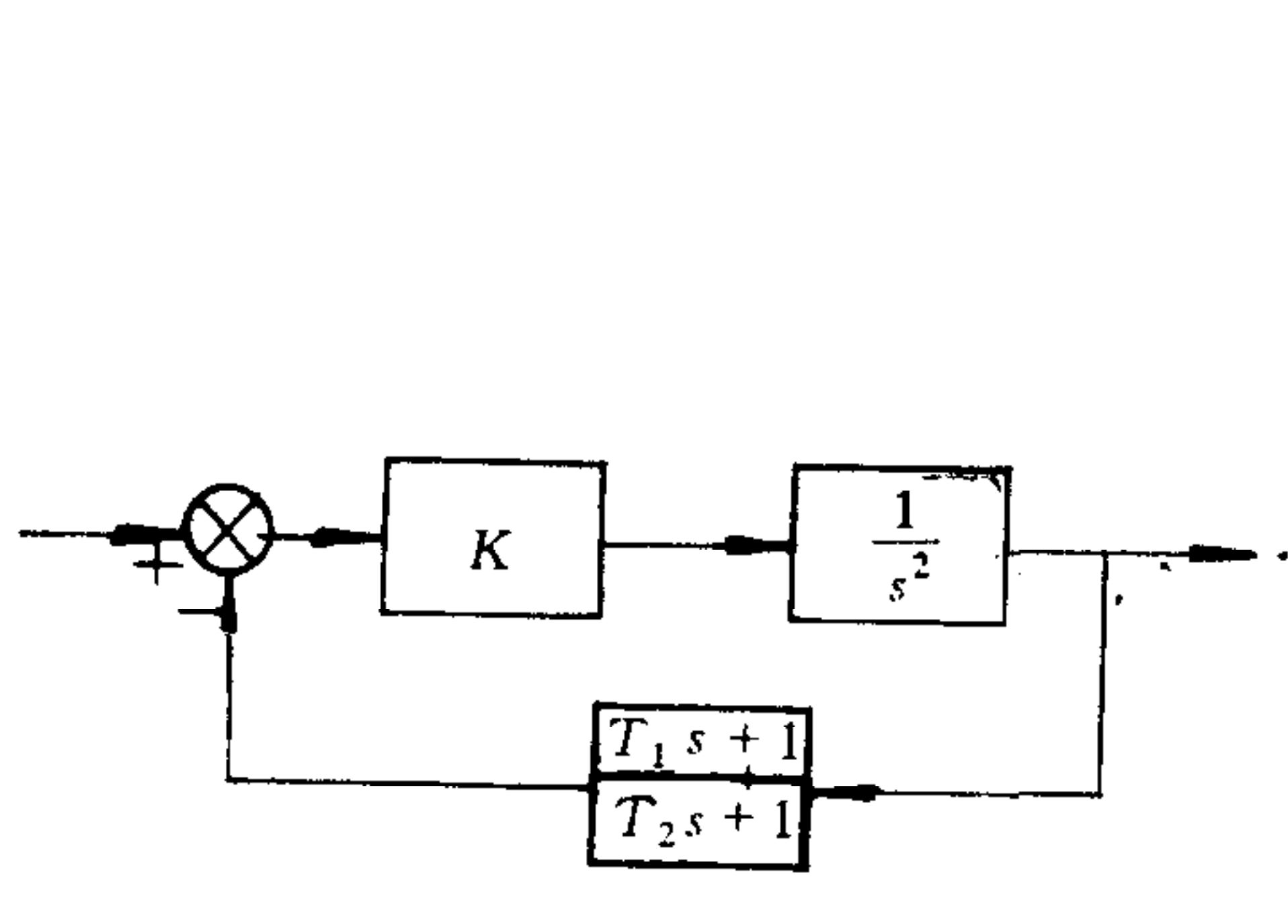
- (1) 系统的定性判断(可实现性,稳定性等)及描述文件的语法分析、排错;
- (2) 性能指标的实时评价;
- (3) 自动选择步长(也可人工选择);
- (4) 自动筛选功能,为用户挑选出那些满足期望指标的系统,期望指标既可以用 ITAE 指标,也可以用一般的时域指标;
- (5) 优选功能,用户无需提出具体指标,软件自动挑选出 ITAE 意义下的前 M 个系统, M 的取值既可由用户任选,也可按缺省值;
- (6) 辅助挑选功能,显示仿真结果及响应曲线以便用户取舍,打印、存贮仿真结果。

在 IBM386-33 计算机上,Fastsim 每秒可仿真 50—100 个五阶以下的系统(300 步),目前可仿真最高达 20 阶的系统。

Fastsim 是一个集成化仿真环境,它集控制系统的编辑、仿真、挑选于一体,能够打印系统的参数、指标及响应曲线。Fastsim 的帮助功能也很方便,可以在各级菜单得到实时帮助信息。

3 应用举例

例 1. 对图 2(a) 所示系统进行仿真,挑选出性能较好的系统。变量的取值如表 1 所示。



(a)

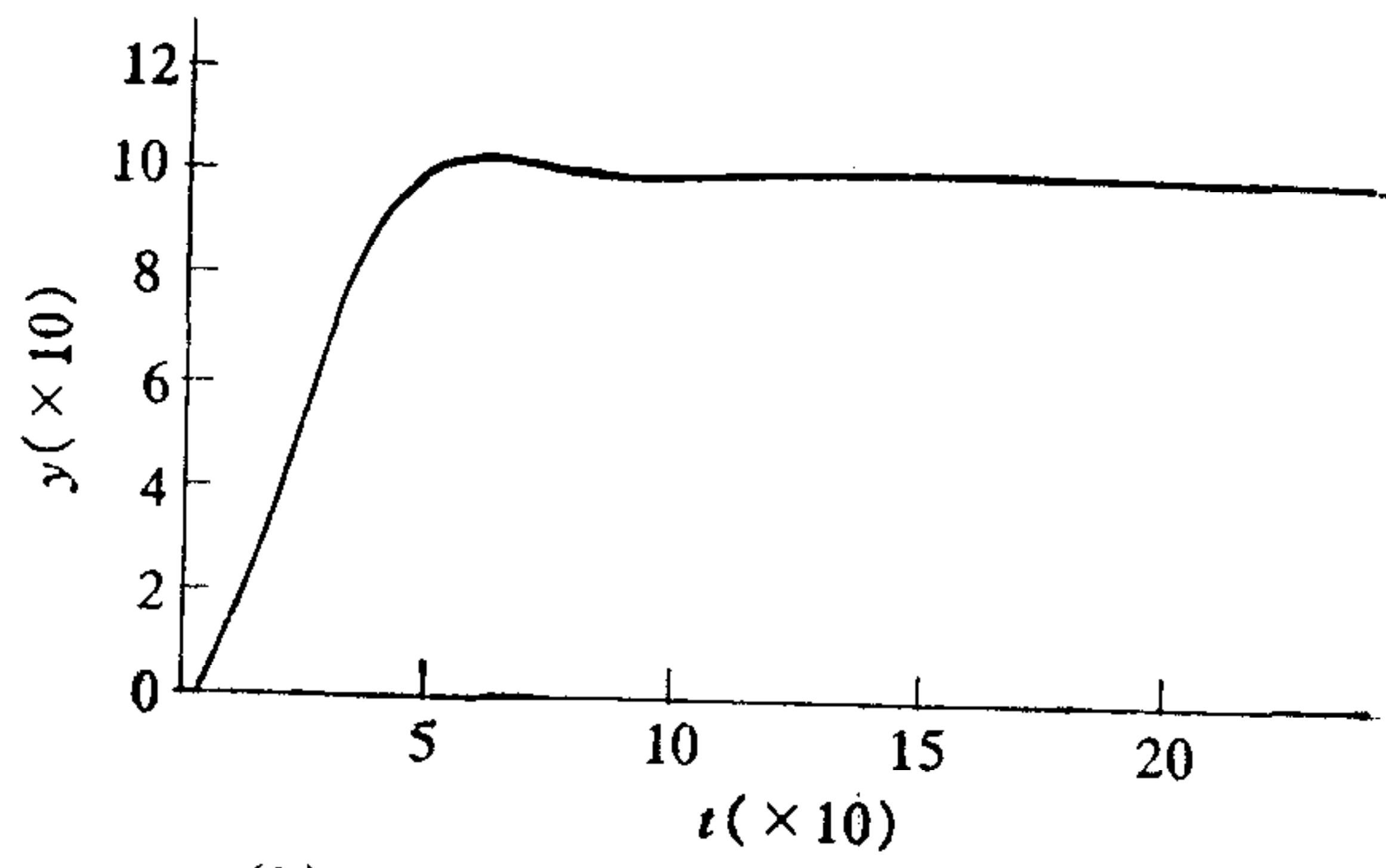
(b) $k = 7, T_1 = 0.6, T_2 = 0.12, T = 0.02$

图 2

表 1

| 变量 | 初值 | 终值 | 步长 | 步数 |
|-------|------|-----|------|----|
| K | 1 | 8 | 0.5 | 15 |
| T_1 | 0.1 | 1 | 0.1 | 10 |
| T_2 | 0.02 | 0.2 | 0.02 | 10 |

表 2

| 变量 | 初值 | 终值 | 步长 | 步数 |
|----------|----|-----|-----|----|
| K | 10 | 100 | 10 | 10 |
| z | 0 | 5 | 0.5 | 11 |
| ξ | 0 | 1 | 0.1 | 11 |
| ω | 10 | 100 | 10 | 10 |

三个变量的取值组合成 1500 个系统, 在 IBM386-33 计算机上进行批仿真, 20 秒后, 自动优选出 50 个 ITAE 意义下的最优系统; 然后, 用户根据响应曲线挑选出最满意的系统, 其参数取值、性能指标及阶跃响应如图 2(b) 所示。

例 2. 鱼雷定深控制系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{10.63(s + 2.5)(s - 50)}{s^2(s + 1.15)(s + 8.33)},$$

其中输入量 $r(t)$ 为控制舵的偏角, 输出量 $y(t)$ 为鱼雷深度。控制系统要求鲁棒稳定, 响应快速且无超调。

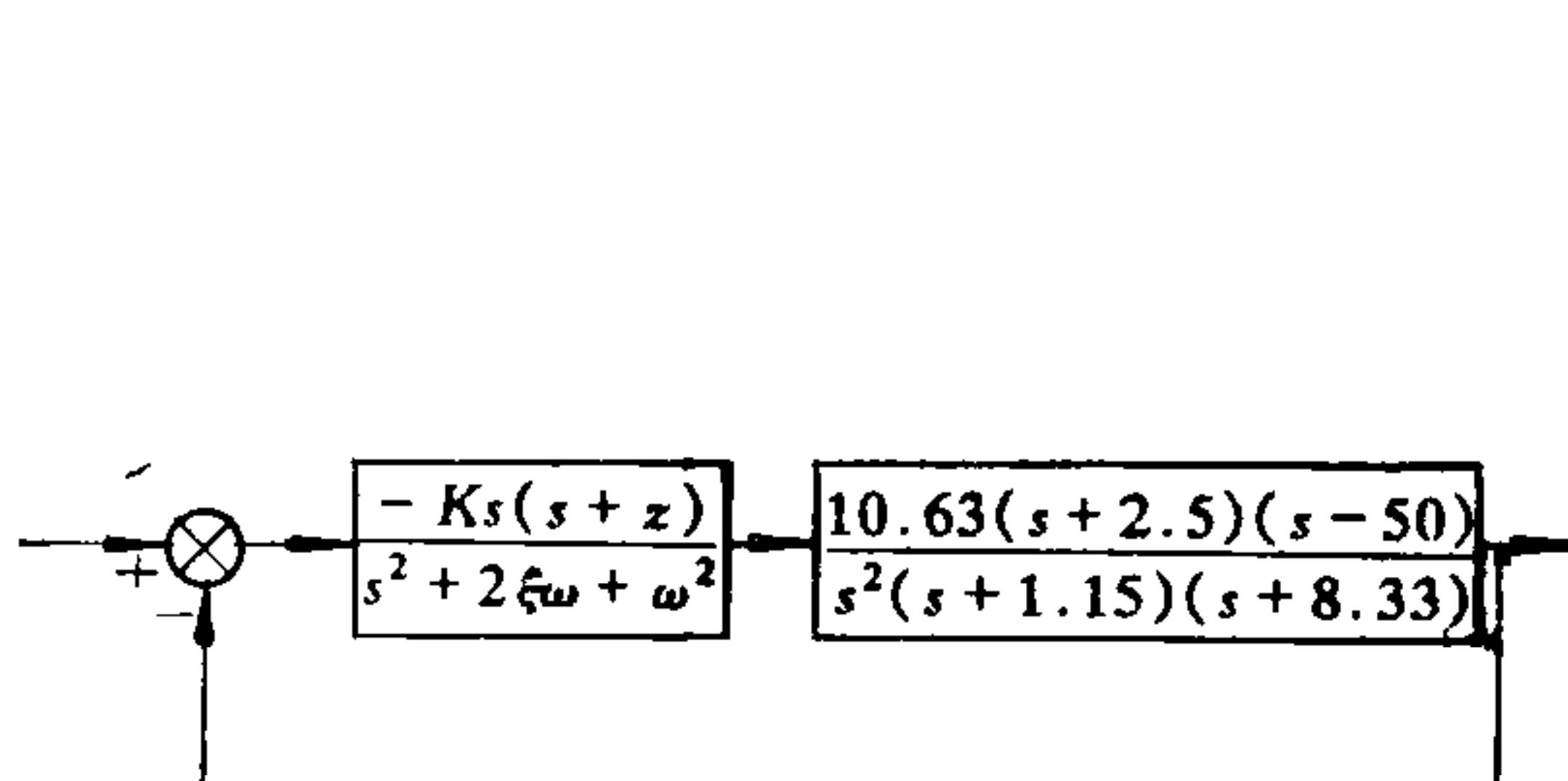
对控制对象的零极点分布情况进行分析可知, 宜采用串联校正, 控制系统的闭环结构框图如图 3(a) 所示, 控制器的参数取值如表 2。

对四个变量组合而成的 12100 个系统进行批仿真, 参照阶跃响应曲线, 人工优选出比较满意的控制器为

$$K(s) = \frac{-90s(s + 2)}{s^2 + 112s + 4900}.$$

该系统的性能指标及响应曲线如图 3(b) 所示。注意, 由于控制对象为非最小相位, 输出响应有负超调。

由对所设计的控制器进行参数摄动批仿真可知, 其鲁棒性是很好的。



(a)

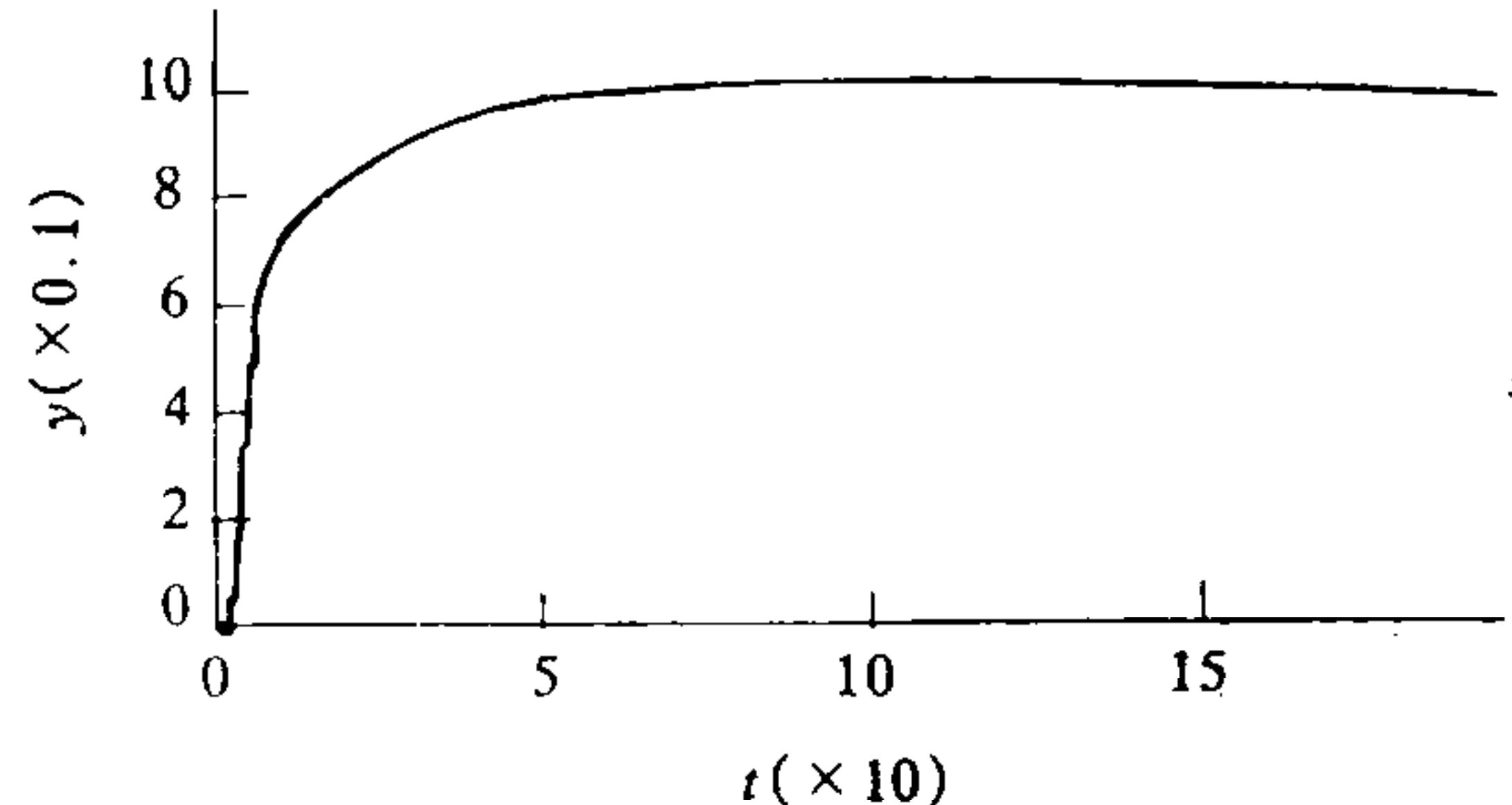
(b) $K = 90, z = 2, \xi = 0.8, \omega = 70, T = 0.0$.

图 3

4 结束语

快速批仿真问题是工程设计实践中提出的, 是一个有生命力的课题。综上所述, 表明了这个问题的解决是很有希望的。目前, 软件 Fastsim 的功能尚不够完善。但若利用本软件对各类系统进行大量仿真建立起一个内容丰富的知识库, 将会有助于研究控制系统的智能设计, 帮助工程设计第一线的用户设计出高质量的系统。

参 考 文 献

- [1] 吴麒, 高黛陵, 毛剑琴. 论控制系统的智能设计. 控制理论与应用, 1993, 10: 241—249.
- [2] Sandberg I W. Floating point roundoff accumulation in digital filter realization. BSTJ, 1967, 46: 1775—1783.
- [3] 项国波. ITAE 最佳控制, 北京: 机械工业出版社, 1986.

FAST BATCH SIMULATION AND ITS APPLICATION IN CONTROL SYSTEM DESIGN

YAN JUNHUA GAO DAILING WU Qi

(Automation Department of Tsinghua University, Beijing 100084)

ABSTRACT

This paper presents a control system design method with fast batch simulation which can also be used to produce the knowledge base necessary for intelligent design of control system, and to test the robustness of system. The software and its application examples are described.

Key words: Control system simulation, control system design, intelligent design, robustness.



延俊华 1984 年本科毕业于焦作矿业学院机电系。1987 年在焦作矿业学院电气系获硕士学位。1995 年在清华大学自动化系获博士学位。现为焦作工学院教师。主要研究方向为控制系统的智能设计、计算机控制系统和神经网络在控制中的应用。

高黛陵 简介及照片见本刊第 20 卷第 3 期。

吴 麒 简介及照片见本刊第 17 卷第 1 期。