第 22 卷 第 6 期 自 动 化 学 报 Vol. 22, No. 6
1996 年 11 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 1996

多变量系统二次稳定性容错控制问题的研究[1)]

袁立嵩 蒋慰孙
(华东理工大学自动化研究所 上海 200237)

摘 要

研究将现代鲁棒控制理论的一些思想和方法用于多变量控制系统的整体性容错控制问题，指出执行器和传感器发生故障实际上可以看作系统所呈现的某种结构式不确定性. 在此基础上,分别就系统可能存在执行器故障、传感器故障以及执行器和传感器同时发生故障等情况,给出系统具有二次稳定性、整体性的充要条件.

关键词: 整体性,容错控制,二次稳定性,故障.

1 引言

容错控制是近年来控制理论与应用研究中的一大热点. 对于一个控制系统，执行器和传感器是两个基本部件,而且最易发生故障,因此在容错控制的研究中，执行器或传感器故障时的信号重构和容错控制策略，历来是人们研究的重点. 整体性是多变量控制系统的固有特性，执行器或传感器故障时控制系统的整体性问题一直是系统实现容错的一个重要手段. 整体性容错控制的一个突出优点是当系统发生故障时不需重构控制律，这与鲁棒控制的思想类似.

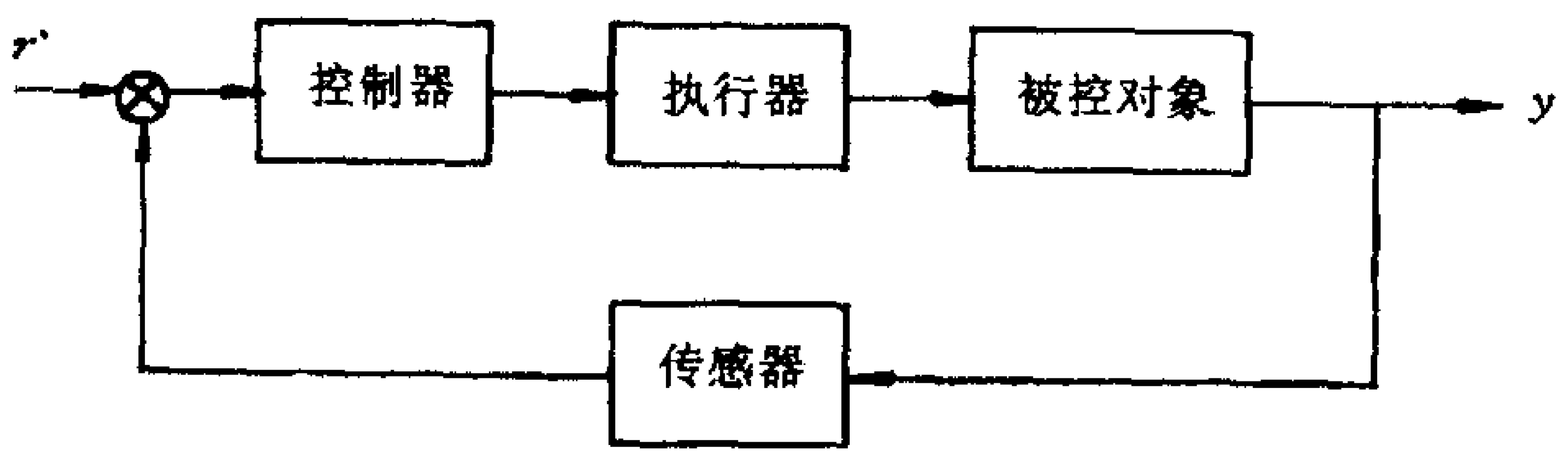

图 1 制系统一般结构

对于如图 1 所示的系统,假设包含有执行器、传感器和被控过程的广义对象具有如下的状态空间表示

$$\dot{x} = Ax + BL_a u, \tag{1a}$$

$$y = L_s C x. \tag{1b}$$

1) 国家自然科学基金资助课题.

本文于 1994 年 6 月 29 日收到

其中 $x\in R^n$;$u\in R^m$;$y\in R^p$;A,B,C 为适当维数的实矩阵;

$$L_a=\mathrm{diag}\{l_{a1},l_{a2},\cdots,l_{am}\};\ L_s=\mathrm{diag}\{l_{s1},l_{s2},\cdots,l_{sp}\}. \tag{2}$$

这里 l_{ai} 和 l_{sj} 分别表示第 i 个执行器和第 j 个传感器所处的状态,它们满足

$$l_{ai}\in[0,1],\ l_{sj}\in[0,1],\ i\in\{1,\cdots,m\},\ j\in\{1,\cdots,p\}. \tag{3}$$

如果 $l_{ai}=1$, 表示这第 i 个执行器工作正常;而当 $l_{ai}\in[0,1)$, 则表示该执行器处于不同程度的故障状态下. 显然, 系统执行器故障可以看作广义系统状态方程中输入矩阵 B 呈不确定性;同理,对于传感器发生故障时,也有类似的结果,不过此时故障体现在广义系统输出矩阵 C 的不确定性上.

由此可见,如果将执行器、传感器和被控过程看作一个广义对象, 那么执行器和传感器的故障就可以看成广义对象所呈现的某种形式的不确定性. 近年来, 现代鲁棒控制理论得到很大发展, 它能够有效地处理具有大范围有界不确定性控制系统的分析和综合问题. 有鉴于此. 本文尝试用现代鲁棒控制理论的一些思想和方法来进行多变量控制系统"整体性"容错控制的研究,这或许为容错控制理论的研究注入一些新的思路.

2 控制系统的二次稳定性可容错

定义 2.1[1]. 对于系统 $\dot{x}=Ax$,如果存在常数 $\delta>0$,使下列矩阵不等式有正定解 P

$$A^TP+PA+\delta I_n\leqslant 0, \tag{4}$$

则称该系统是二次稳定的. 进一步地,对于系统(1)如果存在控制律 u, 使闭环系统二次稳定,则称该系统是二次可镇定的.

定义 2.2. 对于系统(1),如果存在控制器 u, 使闭环系统在可能的故障下能保持二次稳定,则称该系统是二次稳定性可容错的,相应的控制器为该系统的二次稳定性容错控制器.

本文就是对可能发生执行器和传感器故障的系统, 研究其二次稳定性意义下可容错的条件以及容错控制系统综合问题.

引理 2.1[2]. 对于对称阵 $X,Y,Z\in R^{n\times n}$,且 $Y>0$, 如果对满足 $z^TZz<0$ 的任意 $z\in R^n$ 有

(1) $z^TXz<0$, (5)

(2) $(z^TXz)^2-4(z^TYz)(z^TZz)>0$, (6)

则存在常数 $\varepsilon>0$,满足

$$\varepsilon^2Y+\varepsilon X+Z<0. \tag{7}$$

3 执行器故障下系统二次稳定性容错控制

首先假设系统所有的传感器都工作正常,只可能存在执行器故障的情况,此时 $L_s=I_p$. 令 $\varnothing$ 表示空集;Kset 表示针对任意可能的执行器故障的所有线性反馈二次稳定性容错控制器的集合; $K\mathrm{set}_m$ 为 Kset 的子集,是相应的静态反馈控制器集合,即

$$K\mathrm{set}_m=\{K\,|\,K\in R^{m\times p}\ 且\ K\in K\mathrm{set}\}. \tag{8}$$

定理 3.1. 假设 C 满秩，则

$$\mathrm{Kset} \neq \emptyset \Longleftrightarrow \mathrm{Kset}_m \neq \emptyset. \tag{9}$$

因篇幅所限，证明从略(可见文献[4])。

定理 3.1 表明，对只存在执行器可能发生故障的系统，如果 C 满秩，且系统(1)是二次稳定性可容错的，则必存在一个静态反馈二次稳定容错控制器，使原来的问题得到了简化。在下面的讨论中假设在 C 满秩的前提下，只需研究静态反馈 $u = Ky$ 的情况。

假设在所有的 m 个执行器中，有 k_a 个可能发生故障，$k_a \in \{0,1,\cdots,m-1\}$。不失一般性，假设第 $f_1,f_2,\cdots,f_{k_a}$ 个执行器可能发生故障，其中 $f_1,f_2,\cdots,f_{k_a} \in \{1,2,\cdots,m\}$，此时 L_a 具有如下形式

$$L_a = \mathrm{diag}\{l,\cdots,l,\underset{\text{第}f_1\text{个}}{l_{af_1}},l,\cdots,l,\underset{\text{第}f_2\text{个}}{l_{af_2}},l,\cdots,l,\underset{\text{第}f_{k_a}\text{个}}{l_{af_{k_a}}},l,\cdots,l\}. \tag{10}$$

令

$$L_{1K_a} = \mathrm{diag}\{0,\cdots,0,\underset{\text{第}f_1\text{个}}{l_{af_1}-1},0,\cdots,0,\underset{\text{第}f_2\text{个}}{l_{af_2}-1},0,\cdots,0,\underset{\text{第}f_{k_a}\text{个}}{l_{af_{k_a}}-1},0,\cdots,0\}, \tag{11}$$

$$L_{0K_a} = \mathrm{diag}\{0,\cdots,0,\underset{\text{第}f_1\text{个}}{1},0,\cdots,0,\underset{\text{第}f_2\text{个}}{1},0,\cdots,0,\underset{\text{第}f_{k_a}\text{个}}{1},0\cdots,0\}. \tag{12}$$

定义 $\Omega_{K_a},\Omega_{1K_a},\Omega_{0K_a}$ 分别为所有可能的 $L_{K_a},L_{1K_a},L_{0K_a}$ 的集合；

$$\Omega_a = \{V_a \mid V_a \in R^{n\times n}, V_a = V_a^T, V_a \geqslant B L_{0k_a} B^T, L_{0k_a} \in \Omega_{0k_a}\}; \tag{13}$$

$$V_a^* = \inf_{V_a \in \Omega_a} V_a. \tag{14}$$

引入一个辅助系统

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u} + \sqrt{\varepsilon_a} H_a \tilde{w}, \tag{15a}$$

$$\tilde{y} = C\tilde{x}, \tag{15b}$$

$$\tilde{z} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a}}\tilde{u}. \tag{15c}$$

其中 $\varepsilon_a > 0$ 为一常数，$H_a \in R^{n\times n}$ 满足 $V_a^* = H_a H_a^T$，令 $G_{\tilde{z}\tilde{w}}(s)$ 表示 $\tilde{w} \to \tilde{z}$ 的闭环传递函数。

定理 3.2. 在最多有 k_a 个执行器同时发生故障的情况下，控制器 $u = Ky$ 为系统(1)的二次稳定性容错控制器的充要条件是存在常数 $\varepsilon_a > 0$，使该控制器是系统(12)的一个 H_∞ 次优化反馈控制器，满足 $\|G_{\tilde{z}\tilde{w}}(s)\|_\infty \leqslant 1$ (证明详见文献[4])。

定理 3.2 表明，对于存在执行器故障的系统，判断其是否存在二次稳定性容错控制器，可以通过判断一个辅助系统满足闭环系统单位 H_∞ 范数约束的二次优化控制器的存在性来进行。实际上，系统的故障既然可以看成系统的不确定性，那么它当然也可以看作是一种扰动，而 H_∞ 控制的基本思想就是使系统的各种扰动得到抑制，因此上面的等价性就不难理解了。

4　执行器、传感器可能同时发生故障的情况

首先假设只有传感器可能发生故障，并且可能有 k_s 个传感器会同时发生故障，$k_s \in$

$\{1,\cdots,p-1\}$.

上文已指出，对于只有执行器可能发生故障的系统，存在二次稳定性容错控制器就必存在一个静态反馈二次稳定性容错控制器. 那么对于系统只可能发生传感器故障的情况,是否也有类似的结论? 答案是否定的,因此这里不能只研究静态反馈的情况. 不失一般性，令控制器具有(10)式的状态空间实现，假设所有 p 个传感器中有 k_s 个可能发生故障，$k_s\in\{0,1,\cdots,p-1\}$;设第 $g_1,g_2,\cdots,g_{k_s}$ 个传感器发生故障,其中 $g_1,g_2,\cdots,g_{k_s}\in\{1,\cdots,p\}$. 此时 L_s 具有如下形式:

$$L_s=\mathrm{diag}\{l,\cdots,l,\underset{\text{第 }g_1\text{ 个}}{l_s},l,\cdots,l,\underset{\text{第 }g_2\text{ 个}}{l_s},l,\cdots,l,\underset{\text{第 }g_{k_s}\text{ 个}}{l_s},l,\cdots,l\}. \tag{16}$$

令

$$L_{1K_s}=\mathrm{diag}\{0,\cdots,0,\underset{\text{第 }g_1\text{ 个}}{l_{sg_1}-1},0,\cdots,0,\underset{\text{第 }g_2\text{ 个}}{l_{sg_2}-1},0,\cdots,0,\underset{\text{第 }g_{k_s}\text{ 个}}{l_{sgk}-1},0,\cdots,0\}; \tag{17}$$

$$L_{0K_s}=\mathrm{diag}\{0,\cdots,0,\underset{\text{第 }g_1\text{ 个}}{1},0,\cdots,0,\underset{\text{第 }g_2\text{ 个}}{1},0,\cdots,0,\underset{\text{第 }g_{k_s}\text{ 个}}{1},0,\cdots,0\}. \tag{18}$$

定义 $\Omega_{K_s},\Omega_{1K_s},\Omega_{0K_s}$ 分别为所有可能的 L_{K_s}, L_{1K_s},L_{0K_s} 的集合.

引入辅助系统

$$\dot{\tilde{x}}=A\tilde{x}+B\tilde{u}, \tag{19a}$$

$$\tilde{y}=C\tilde{x}+\sqrt{\varepsilon_s}H_s\tilde{w}, \tag{19b}$$

$$\tilde{z}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_s}}\tilde{x}. \tag{19c}$$

其中 $\varepsilon_s>0$ 为一常数; $H_s\in R^{p\times n}$ 满足 $H_s^TH_s=V_s^*$;V_s^* 定义为

$$V_s^*=\inf_{V_s\in\Omega_s}V_s. \tag{20}$$

这里

$$\Omega_s=\{V_s\mid V_s\in R^{p\times p},\ V_s=V_s^T,\ V_s\geqslant C^TL_{0k_s}C,\ L_{0k_s}\in\Omega_{0k_s}\}. \tag{21}$$

令 $G_{\tilde{z}\tilde{w}}(s)$ 表示 $\tilde{w}\to\tilde{z}$ 的闭环传递函数.

定理 4.1. 在最多有 k_s 个传感器同时发生故障的情况下，控制器(10)是系统(1)的一个二次稳定性容错控制器的充要条件是,存在常数 $\varepsilon_s>0$,使该控制器是系统(19)的一个 H_∞ 次优控制器,且满足

$$\|G_{\tilde{z}\tilde{w}}(s)\|_\infty\leqslant 1.$$

证明与定理 3.2 的证明类似(从略).

至此,已给出了系统(1)分别存在执行器和传感器故障下系统二次稳定性可容错的条件. 下面讨论系统的执行器和传感器可能会同时发生故障的情况. 假设系统最多可能有 k_a 个执行器和 k_s 个传感器可能同时发生故障,其中 $k_a\in\{0,1,\cdots,m-1\}$, $k_s\in\{0,1,\cdots,p-1\}$,引入一辅助系统

$$\dot{\tilde{x}}=A\tilde{x}+B\tilde{u}+[\sqrt{\varepsilon_a}\,H_a\quad 0_{m\times n}]\tilde{w}, \tag{22a}$$

$$\tilde{y}=C\tilde{x}+[0_{p\times m}\quad \sqrt{\varepsilon_s}\,H_s]\tilde{w}, \tag{22b}$$

$$\tilde{z}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_s}}\tilde{x}\\ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a}}\tilde{u}\end{bmatrix}. \tag{22c}$$

式中 $\varepsilon_a>0,\varepsilon_s>0$ 为常数；H_a 和 H_s 的定义同前；令 $G_{\tilde{z}\tilde{w}}$ 表示上面系统闭环 $\tilde{w}\to\tilde{z}$ 的传递函数.

定理 4.2. 在最多可能有 k_a 个执行器和 k_s 传感器同时发生故障的情况下，系统二次稳定性可容错的充要条件是，存在常数 $\varepsilon_a>0$, $\varepsilon_s>0$, 使该控制器是系统(22)的 H^∞ 次优控制器，且满足

$\|G_{\tilde{z}\tilde{w}}(s)\|_\infty<1$. 证明与定理 3.2 的证明类似(从略).

5 示例

以上建立了系统二次稳定性容错控制与辅助系统的 H_∞ 优化设计之间的联系，将原执行器和传感器发生故障时系统整体性容错控制问题转化成了一个辅助系统的 H_∞ 控制问题. 由于 H_∞ 控制理论近年来已有了很大突破，因此上述转化使原问题得到了很大简化. 由此在应用定理 4.2 进行系统可容错性判别时，可以令 ε_a 和 ε_s 在 $(0,\infty)$ 之间变化，判断辅助系统的 H_∞ 控制问题是否有解. 关于 H_∞ 控制问题的具体求解方法可参见文献[2,3]，这里不再详述.

下面举一简单的例子. 考虑系统

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-1.0 & -2.0 & 0\\ 1.0 & -3.0 & 0\\ -0.4 & 1.0 & -0.2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1.0 & 0.5\\ 0.5 & 0.5\\ -0.5 & 1.0\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}x.$$

表 1　传感器和执行器在不同状态中闭环系统的极点分布

执行器的状态 \ 传感器的状态（闭环系统极点）	传感器1"正常" 传感器2"正常"	传感器1"正常" 传感器1"故障"	传感器1"故障" 传感器2"正常"
执行器 1"正常" 执行器 2"正常"	−0.2000 −1.9892±1.0221i −1.9804±0.9805i −0.1743	−0.2000 −1.9007±1.0159i −1.9854±0.9858i −0.1731	−0.2000 −1.9904±0.9926i −1.9853±1.0102i −0.1740
执行器 1"正常" 执行器 2"故障"	−0.2000 −0.9881±1.0218i −1.9883±0.9810i −0.1725	−0.2000 −1.9895±1.0165i −1.9863±0.9861i −0.1737	−0.2000 −1.9929±0.9928i −1.9839±1.0095i −0.1716
执行器 1"故障" 执行器 2"正常"	−0.2000 −1.9990±1.0025i −1.9763±0.9992i −0.1746	−0.2000 −2.0004±1.0008i −1.9761±1.0003i −0.1723	−0.2000 −1.9984±1.0016i −1.9766±1.0010i −0.1752

如果控制器(10)采用全阶输出补偿,即 $n_k = n$. 令 $\varepsilon_a = 0.1$, $\varepsilon_s = 0.8$,则可求得

$$A_K = \begin{bmatrix} -0.9694 & -1.9893 & -0.0268 \\ 1.0191 & -2.9861 & -0.0101 \\ -0.4269 & 1.0337 & -0.1698 \end{bmatrix},$$

$$B_K = \begin{bmatrix} 0.0320 & 0.0207 \\ 0.0207 & 0.0178 \\ -0.0227 & 0.0230 \end{bmatrix}, \quad C_K = \begin{bmatrix} -0.0454 & 0.0424 & 0.1263 \\ 0.0031 & -0.1426 & -0.3860 \end{bmatrix}.$$

采用该控制器得到的系统在不同故障下,闭环极点分布可见表 1,从中可以看出,针对不同的故障,闭环系统是稳定的. 可见本文的方法是有效的.

6 结束语

本文首次采用现代鲁棒控制理论来研究执行器和传感器故障下系统的整体性容错控制问题,对于所得结果有以下说明.

1) 文中假设系统至少有一个传感器和至少有一个执行器工作正常. 实际上,如果系统所有执行器或所有传感器都发生故障,此时的系统处于开环状态,任何控制不再起作用,因而也就没有研究的必要了,所以文中得到的是非常一般性的结论.

2) 本文的研究突破了以往讨论的"{0,1}"模型,即所谓的"全或无"故障模型. 对于该故障模型下容错控制综合,已有学者指出了其局限性[4],而本文的结果同样适用于"[0,1]"模式的故障,因而更具普遍意义.

3) 现有的结果大多只是满足系统稳定性容错的要求,同时给出的也是系统保证稳定性容错的充分条件. 而本文的研究同时考虑了系统二次稳定性的要求,并给出相应的充要条件. 这既更切合实际,又使系统的分析和综合的结果更不具保守性.

4) 本文研究了系统二次稳定性容错控制问题,在现代鲁棒控制理论中二次稳定性理论的提出主要为了研究系统可能存在时变参数摄动的需要,而执行器和传感器的故障是一种非时变的不确定性,因此单从稳定性容错的角度来看,本文的结果可能存在一定的保守性. 但是,注意到二次稳定性理论与 LQ 控制和 H_∞ 控制理论是密切相关的,因此本文所得到的结果可以方便地推广到系统 LQR(LQG) 和 H_∞ 控制系统的综合中. 同时由于本文是采用现代鲁棒控制理论的方法来研究多变量控制系统的整体性问题,因此不难断言,本文的结果可以方便地推广到同时存在参数摄动的系统. 对于上述的这些问题作者已得到了一些结论[5],将有另文发表.

参 考 文 献

[1] Xie L, DeSouza C E. Robust H_∞ control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty. *IEEE Trans. on Auto. Contr.*, 1992, 37: 1288—1291.

[2] Doyle J C, Glove K, Khargonekar P P, Francis B A. State-space solution to standard H_2 and H_∞ control problems. *IEEE Trans. on Auto. Contr.*, 1990, **36**: 831—846.

[3] Stoorvogel A. The H_∞ control problem: a state space approach. New York: Printice Hall, 1992.

[4] 黄 诚,叶银忠,潘日芳. 容错控制中传感器和执行器故障"全或无状态描述"的局限性分析及改进. 1993 中国控制与决策学术年会论文集,黄山,921—926.

[5] 袁立嵩. 状态空间中鲁棒控制理论若干问题的研究[学位论文]. 上海: 华东理工大学自动化研究所,1994.

ON THE PROBLEM OF QUADRATICALLY STABILITY FAULT-TOLRENCE CONTROL FOR MULTIVARIABLE SYSTEMS

YUAN LISONG　　JIANG WEISUN

(Research Institute of Automatic Control, East China University of Science & Technology, Shanghai 200237)

ABSTRACT

In this paper, some of mordern robust control theory are used to study the problems of quadratically stability fault-tolrence control for multivariable control systems. It is pointed out that the actuator or sensor failures can be considered as some type of structured uncertainties of the systems. On the basis of this viewpoint, assuming that there are failures on actuators, sensors or the both, the necessary and sufficient conditions are put forward for systems keeping quadratical stability.

Key words: Intergrity, fault-tolerance control, quadratical stability, fault.

袁立嵩　简介及照片见本刊第 21 卷第 2 期.

蒋慰孙　简介及照片见本刊第 18 卷第 1 期.

(上接第 viii 页)

四届世界大会组织机构框架，由宋健院士任大会主席，陈翰馥院士任国际程序委员会(IPC) 主席，路甬祥院士任国家组织委员会 (NOC) 主席，并以中国科学院系统科学研究所和自动化研究所为主分别组成了 IPC 及 NOC 秘书处. 为充分利用此次旧金山会议进行广泛宣传活动，我团携带了数千份第十四届世界大会的预通知及大型宣传画在会上散发，并在会间举办了请 IFAC 有关机构官员和各成员国组织领导人参加的近 200 人的招待会等等活动. 7 月 5 日在大会闭幕式上，我国家组织委员会主席路甬祥院士致词、放映了我国取得的重大科技成果及中国和北京风光的幻灯片，热情邀请各国家自动控制界人士来北京参加 '99 IFAC 世界大会.

这次我国学者参加 IFAC 的世界大会是历届人数最多的一次，从国内前往与会的代表 65 人，从国外前往的(包括在国外学习、工作的中国人及少数华裔外籍学者)约 60 人左右. 我国学者提交大会论文 60 余篇，大多引起与会者热烈讨论. 东北大学刘晓平教授的论文获本届 IFAC 青年作者奖提名奖.

(中国自动化学会办公室供稿)