

具有形变的平面轮廓匹配问题¹⁾

管伟光 马颂德

(中国科学院自动化研究所国家模式识别实验室 北京 100080)

摘 要

提出了一种线性弹性模型用以解决具有形变的平面轮廓匹配问题。这种匹配方法克服了弹性匹配方法存在的计算复杂或内部相互制约力不强的缺陷,表现出非常强的鲁棒性。整个匹配过程是一个由粗至精的动态迭代过程。在所有弹簧结点上都进行外力计算。在外力的作用下,匹配过程能以很快的速度进行收敛。

关键词: 匹配,弹性匹配,形变体识别,三维重建。

1 引言

在二维平面上给出两个轮廓,对于其中一个轮廓上的每一个点都能相应地在另一个轮廓上找到一点与其匹配,这就是轮廓匹配的任务。轮廓匹配是模式识别和三维重建的一个基本问题。在二维形体识别^[2]和从一组平面轮廓重建三维物体^[1]等的研究中都必须解决好轮廓匹配问题。

基于刚体变换的匹配方法可以有效地解决非形变体的匹配问题。但是,当两个待匹配的形体不仅存在位置和朝向上的差别,同时它们的几何形状也不尽相同,这时基于刚体变换的匹配方法就不能准确地进行匹配。因此,必须在匹配方法中考虑形体自身的形变。

解决具有形变的匹配问题是非常重要的,同时它也最具有普遍性。弹性形变能够比较好地表示非刚体形变,基于弹性模型的弹性匹配是解决形变匹配的有效方法之一。虽然各种弹性匹配方法之间存在很大的不同,但它们一般都可以看成是关于某个目标函数的优化问题。这个目标函数是内弹力能量和外部施加能量的加权和,其中内弹力能量起到保持匹配一致的作用,外部施加能量则促使弹性体发生形变使其与匹配对象的相似度增加。这些方法不同之处在于所采用的弹性模型、外力的构造、弹性体稳态求解方法和匹配策略等不同上。Burr D J^[5,6]在他的弹性匹配算法中就使用了动态协作模型(dynamic cooperative model)模拟弹性模型实现非刚体的匹配。该模型后来又被用于三维图象的匹配^[7,8]。利用物理意义上的弹性模型也被用于形变匹配^[9],它涉及二阶偏微分方程的求解问题,计算复杂。总的来说,这些方法要么只是模拟物理上的弹性模型而没能充分发挥

1) 本文得到“八六三”项目基金资助。
本文于1994年9月28日收到

弹性模型固有的相互制约和协调作用, 要么计算复杂度高. 如何构造一个计算简便的弹性模型并用它实现鲁棒的匹配, 则是本文要讨论的中心问题.

由于我们的目的是实现目标匹配而不是研究一个物理上弹性应力问题, 因此可以把物理上的非线性弹性模型进行简化, 使弹性稳态的求解更为方便. 为此, 提出一种线性弹性模型, 它不仅具有物理上的弹性模型所具有的很强的内部约束力, 同时计算简洁. 由于不进行特征(如轮廓的角点)抽取, 所有弹性结点都参与动态匹配过程, 使得基于这种线性弹性模型的弹性匹配方法具有很强的鲁棒性.

2 从平面轮廓抽取一维特性函数

从图象中提取的轮廓是一个点的序列. 可以用一个有序点集 $\{p_i | i = 0, 1, \dots, n-1\}$ 描述一个平面轮廓 C , 其中 p_i 与 p_{i+1} 有连接关系. 若 p_0 与 p_{n-1} 之间存在连接关系, 则称轮廓 C 是封闭轮廓; 否则, 称轮廓 C 是不封闭轮廓. 在这个点集中选择一个起始点, 则平面轮廓 C 可以用弧长 s^* 加以描述

$$C(s^*) = (x(s^*), y(s^*)), s^* \in [0, c], \quad (1)$$

其中 c 是轮廓 C 的周长. 对上式进行归一化, 即以 $s^* = s \cdot c$ 代入 (1) 式得

$$C(s) = (x(s), y(s)), s \in [0, 1]. \quad (2)$$

从平面轮廓抽取到的一维特性函数 f , 要求其具有刚体变换不变性, 即对于固定起始点所引出的关于弧长的特征函数 $f(s)$ 相对平移、旋转是不变的. 满足这个条件的特征函数有曲率函数、边心距函数等. 由于边心距^[3]是一种全局特征, 轮廓的局部变化将对轮廓其它部分边心距的计算产生影响. 而曲率能很好地体现局部特征, 因此以曲率函数作为要抽取的一维特性函数. 关于离散信号求导问题在许多文献^[2]中都有详细论述, 在此不重复讨论这个问题.

3 线性弹性模型

设在 $[0, 1]$ 上均匀分布着 m 个结点 $N_i (i = 0, 1, \dots, m-1)$, 每两个相邻结点之间都由弹性相同的弹簧相联接. 在没有受到外力作用的情况下, 第 i 个结点的位置是 $s_i = i \cdot \delta$ (其中 $\delta = \frac{1}{m-1}$ 是结点间距). 每个结点都可能受到一个或者多个外力, 这些外力使区间 $[0, 1]$ 上均匀分布的 m 个结点发生移动, 并产生一个新的结点分布状态.

假设第 i 个结点所受的第 j 个外力是由吸引系数 $k_i^{(j)}$ 和吸引点 $s_i^{(j)}$ 两个量来描述, 则该外力为

$$f_{ex,i}^{(j)} = k_i^{(j)} \cdot (s_i^{(j)} - s_i), \quad (3)$$

而第 i 个结点所受的总外力为

$$f_{ex,i} = k_{ex,i} \cdot (s_{ex,i} - s_i) = \sum_{j=0}^{n_i} f_{ex,i}^{(j)}, \quad (4)$$

其中 n_i 是第 i 个结点所受外力的个数. 当结点在外力作用下发生移动而呈不均匀状态

时, 结点间的内弹力将起到阻止这种不均匀状态扩大的作用. 在这种弹簧串中, 每个结点都受其左右邻结点的内弹力作用. 第 i 个结点所受的内弹力可以表示为

$$f_{in,i} = f_{l,i} + f_{r,i}. \quad (5)$$

其中对于不封闭的轮廓

$$f_{l,i} = \begin{cases} k \cdot (s_{i-1} - s_i + \delta), & \text{如果 } i > 0, \\ 0, & \text{否则,} \end{cases} \quad (6)$$

$$f_{r,i} = \begin{cases} k \cdot (s_{i+1} - s_i - \delta), & \text{如果 } i < m - 1, \\ 0, & \text{否则;} \end{cases} \quad (7)$$

对于封闭的轮廓

$$f_{l,i} = \begin{cases} k \cdot (s_{i-1} - s_i + \delta), & \text{如果 } i > 0, \\ k \cdot (s_{m-1} - s_0 - 1), & \text{否则,} \end{cases} \quad (8)$$

$$f_{r,i} = \begin{cases} k \cdot (s_{i+1} - s_i - \delta), & \text{如果 } i < m - 1, \\ k \cdot (s_0 - s_{m-1} + 1), & \text{否则.} \end{cases} \quad (9)$$

这里 k 是弹簧的弹性系数. 在一组已知外力的作用下, 弹簧串的稳定平衡状态 $\{s_i | i = 0, 1, \dots, m - 1\}$ 可以由下面一组线性方程唯一确定

$$f_{ex,i} + f_{in,i} = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, m - 1). \quad (10)$$

4 线性弹性模型的求解

把方程组 (10) 改写成下面的形式

$$As = b, \quad (11)$$

其中 $s = (s_0, s_1, \dots, s_{m-1})^T$. (12)

对于不封闭的轮廓, 系数矩阵 A 是一个三对角阵, 用 LU 分解法将其分解成上三角阵 L 和下三角阵 U . 对于封闭的轮廓, 除了 $A_{0,m-1}$ 和 $A_{m-1,0}$ 不为零之外, A 仍是三对角矩阵. 也可以用 LU 分解法将其分解成上三角阵 L 和下三角阵 U , 这时的 L 和 U 除了在最后一行和在最后一列上有非零元素之外, 其余和不封闭轮廓的情况相同.

5 动态弹性匹配的迭代过程

把一个轮廓当作参考轮廓, 另一个轮廓当作形变轮廓. 整个迭代匹配过程可以看成是形变轮廓在外力作用下逐渐趋向参考轮廓的形变过程. 在轮廓的形变过程中, 弹性模型自身的内弹力具有保持映射分布均匀的作用, 而外力则促使形变轮廓趋向参考轮廓.

在第二节中, 曾用一维特征函数表示平面轮廓, 则平面轮廓的匹配问题就变成一维信号的匹配问题. 这里采用第三节介绍的线性弹性模型, 它除了具有物理上的弹性模型所具有的约束能力, 同时还具有求解简单等特点. 首先, 在第一个特征函数上等间距选取 m 个点作为结点, 初始时第 i 个结点的位置是 $s_i = i \cdot \delta$. 整个匹配过程是一个迭代过程, 在外力作用下每个结点的位置将发生变化, 并逐渐趋向与其匹配的点 t_i .

同其它弹性匹配方法一样, 在线性弹性匹配过程中外力的选择和计算是实现正确匹配的关键. 用下面的公式计算在第 j 次迭代中第 i 个结点上的外力

$$k_{xx,i}^{(j)} = \text{Max}(0, k(j) \cdot [f_1'(s)|_{s=i \cdot \delta}] \cdot [f_2'(t)|_{t=s_i}]), \quad (13)$$

$$s_{xx,i}^{(j)} = s_i + \frac{1}{2} \cdot (\Delta_{12} - \Delta_{21}). \quad (14)$$

其中 $k(j)$ 是关于迭代次数的递减函数;

$$\Delta_{12} = (f_1(i \cdot \delta) - f_2(s_i)) / f_2'(t)|_{t=s_i}; \quad (15)$$

$$\Delta_{21} = (f_2(s_i) - f_1(i \cdot \delta)) / f_1'(s)|_{s=i \cdot \delta}; \quad (16)$$

s_i 是上次迭代后所确定的 f_1 上第 i 个点在 f_2 上的对应点, 可以认为 $k_{xx,i}^{(j)}$ 是 f_1 在第 i 个点上的斜率与 f_2 在其对应点上的斜率之间的相容度. Δ_{12} 是 f_1 上第 i 个点做平移使之落在 f_2 在其对应点处的切线上的平移量, Δ_{21} 是 f_2 上 f_1 的第 i 个点的对应点做平移使之落在 f_1 在第 i 个点处切线上的平移量. Δ_{12} 和 Δ_{21} 分别是一个特征函数曲线上的一点平移到另一个特征函数曲线上近似的平移量, 虽然在该曲线的切线接近水平处的 Δ_{12} 和 Δ_{21} 很大, 但吸引系数相应变小, 所以外力不会因此而急剧上升. 因为曲率受图象的离散化和噪声影响很大, 因此需要对其进行平滑.

$$|g(s) = \frac{1}{2\pi\sigma} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot e^{-\frac{(x-s)^2}{\sigma^2}} \cdot dx, \quad (17)$$

对于封闭轮廓, 有

$$f(x + n \cdot T) = f(x), \quad (T = 1). \quad (18)$$

以上计算外力的公式 (13)–(16) 中的特征函数 f 均指的是平滑后的函数 g .

在这里, 弹性匹配是一个包含“信号平滑—外力计算—弹簧串稳态计算”的迭代过程以实现由粗到精的匹配. 为了提高弹性匹配的鲁棒性, 在迭代的初始阶段对信号进行大幅度的平滑, 即 σ 取较大的值. 随着迭代的进行, 逐渐减小 σ 值. 这样做的原因是, 在动态迭代的初始阶段两个轮廓之间的差异较大, 应该更重视全局信息; 当经过若干次迭代后两个轮廓的差异渐渐缩小, 则应更重视局部信息. 再者, 随着迭代过程的进行, 施加于弹簧串结点上的外力也应逐渐减弱. 整个弹性匹配方法可以描述如下:

- (1) 初始化, 从平面轮廓建立一维曲率函数, 使它们的起始点具有最大匹配可能性, 并在其上等间距选取 m 个点作为弹簧串的结点;
- (2) 对曲率函数进行高斯卷积, 参数 σ 随迭代次数的增加而减少;
- (3) 计算外力;
- (4) 计算弹簧串的稳态 $\{s_i | i = 0, 1, \dots, m-1\}$;
- (5) 计算当前稳态与上一次稳态最大差值, 当其很小时, 则结束; 否则, 转向步骤 (2) 进行下一次迭代.

6 实验结果

以磁共振图象中人头顶部外轮廓的匹配作为形变匹配的例子. 在图 1 中, (a), (b) 和 (c) 分别是在较大平滑系数的滤波后得到的轮廓线曲率、经映射变换后轮廓线曲率和匹

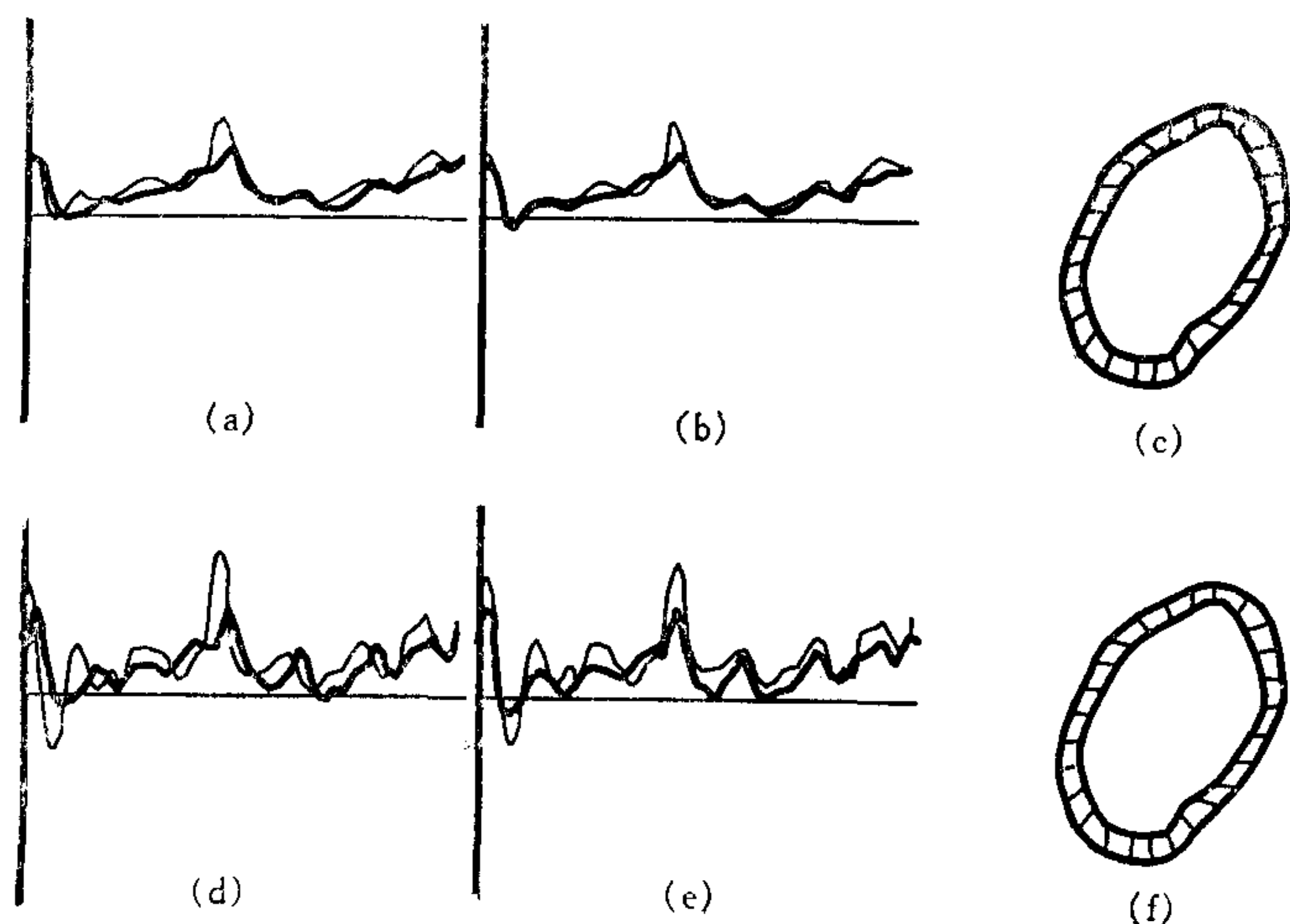


图 1

配结果(图中的粗曲线表示第一个轮廓的曲率和其映射变换后的曲率,细曲线表示第二个轮廓的曲率);(d),(e)和(f)分别是在较小平滑系数的滤波后得到的轮廓线曲率、经映射变换后轮廓线曲率和匹配结果。

在这些实验中,弹簧的弹性系数 $k = 1$, 弹簧结点间距 $\delta = 7$, 外力系数 $k(j)$ 是关于迭代次数的递减函数 $k(j) = 1.0 \times e^{-\frac{j^2}{100.0}}$, 平滑系数 $\sigma = 15.0 \times e^{-\frac{j^2}{100.0}}$ 。

7 结束语

轮廓匹配是模式识别和计算机视觉的基本问题。文中所提出的平面轮廓匹配的全自动方法具有以下特点:

(1) 计算简便。由于采用了线性弹性模型,弹簧串稳态可以线性求解。

(2) 鲁棒性强。匹配不是一步完成,而是通过多次迭代实现的。所有结点都参与迭代匹配过程,而不是仅仅依靠有限的几个提取的特征点。在某次迭代中每个结点的位置不仅与它自身受的外力有关,而且还受其它结点上的外力影响。弹簧串各结点之间的相互作用是由弹性模型进行协调。

(3) 迭代收敛快。在迭代过程中采用外力追加方式,即每次迭代都是在上一次迭代的基础上继续进行。

进一步的研究工作是非均匀结点选取的弹性匹配,即结点只选取在曲率局部极大的点上。

参 考 文 献

- [1] Meyers D, Skinner S, Sloan K. Surfaces from contours. *ACM Trans. on Graphics*, 1992, 11(3).
- [2] Li B C, Ma S D, Faugeras O. Multiscale filtering method for derivative computation. China-France Cooperation Report, July 1993.

- [3] 卢汉清, 彭嘉雄, 万发贵. 离散形状的特征区域匹配识别. 自动化学报, 1993, 19(1): 122—125.
- [4] Elsen P A van den, Pol E-J D, Viergever M A. Medical image matching—A review with classification. *IEEE Eng. in Medicine and Biology*, March 1993.
- [5] Burr D J. Elastic matching of line drawings. *IEEE trans. on PAMI*, 1981, 3(6).
- [6] Burr D J. A Dynamic model for image registration. *Computer Graphics and Image Processing*, 1981, 15.
- [7] Moshfeghi M. Elastic matching of multimodality medical images. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 1991, 53(3).
- [8] Moshfeghi M. Three-Dimensional elastic matching of volumes. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1994, 3(2).
- [9] Bajcsy R, Kovacic S. Multiresolution elastic matching. *CVGIP*, 1989, 46.

MATCHING DEFORMED PLANAR CONTOURS

GUAN WEIGUANG MA SONGDE

(National Lab of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

ABSTRACT

In the paper a linear elastic model is proposed which is used in solving the planar contour registration problems between deformed objects. The matching method overcomes some deficiencies in traditional elastic matching approaches and shows high robustness. Here the registration is carried out in a dynamic iterative process from coarse to fine. This process converges with high speed under the external forces which are calculated at every node of the elastic string.

Key words: Registration, elastic matching, recognition of deformed objects, 3D reconstruction

管伟光 分别于1985年7月和1988年7月在哈尔滨科学技术大学计算机系获得学士和硕士学位。1995年1月在中国科学院自动化所国家模式识别实验室获博士学位。主要研究方向包括科学可视化、图象处理和计算机视觉。

马颂德 简介及照片见本刊第19卷第4期。