

# 非标准 $H^\infty$ 控制问题的降阶控制器<sup>1)</sup>

忻欣 冯纯伯

(东南大学自动化研究所 南京 210018)

## 摘 要

研究了具有无穷远零点的非标准  $H^\infty$  控制问题的降阶控制器及无穷远零点所对应的特征空间与  $H^\infty$  控制器族之间的关系。当广义对象满足一定条件时,可通过选取控制器族中的自由参量函数,构造低于广义对象阶次的降阶  $H^\infty$  控制器;还讨论了降阶  $H^\infty$  控制器的参量化问题,从而得到了两个降阶的  $H^\infty$  控制器族。

**关键词:**  $H^\infty$  控制,降阶控制器,广义特征值问题,散射模型, Riccati 方程。

## 1 引言

众所周知,由于  $H^\infty$  控制器的阶次通常不小于广义对象的 Mcmillan 阶次<sup>[1]</sup>,故是较高的,工程上不易实现。因此,低阶  $H^\infty$  控制器的研究显得非常重要。由于  $H^\infty$  控制器具有不唯一性,通过选取控制器族中的自由参量函数有可能获得降阶的  $H^\infty$  控制器,然而如何选取这样的自由参量函数,至今尚没有较好的方法,成为一开放问题。

考虑如下包括被控对象和加权函数的广义对象  $P(s)$

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right] \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中  $z \in R^m$ ,  $y \in R^q$ ,  $w \in R^r$  和  $u \in R^p$  分别为控制输出信号、测量信号、外部输入信号和控制信号。 $H^\infty$  控制问题就是求一控制器  $u(s) = K(s)y(s)$  使得闭环系统稳定,并使  $w$  到  $z$  的传递函数  $\Phi(s)$  满足  $\|\Phi(s)\|_\infty < 1$ 。当  $P_{12}(s)$  和  $P_{21}(s)$  满足在含无穷远点在内的虚轴上无零点的假设时, $H^\infty$  控制问题可归结为用两个 Riccati 方程来求解<sup>[1]</sup>。当上述假设不成立时,此问题通常被称为非标准或奇异  $H^\infty$  控制问题。对非标准  $H^\infty$  控制问题的研究已成为近年来  $H^\infty$  控制领域的一个研究热点<sup>[2-5]</sup>。

因此,为了使  $H^\infty$  控制成为实际系统分析和设计的有效工具,必须研究非标准  $H^\infty$  控制问题的降阶控制器。对此,文 [5] 借助 Youla 参量化法,研究了  $P_{12}(s)$  的无穷远零点阶次均为 1 的非标准  $H^\infty$  控制问题,获得了一个降阶控制器族,由于引入了 Youla 参量化

1) 本课题得到国家自然科学基金和国家教委归国人员基金和中国博士后科学基金的资助。  
本文于 1994 年 9 月 5 日收到

法这一中间过程,其分析和推导较为复杂;文[2]也研究了上述  $P_{12}(s)$  的无穷远零点阶次均为 1 的情况,虽未借助 Youla 参数化来分析,但只推得一个降阶控制器,未研究控制器的参量化。若能获得参量化的控制器族,则可以从控制器族中选取适当的控制器来满足其它一些性能指标。

综上所述,研究具有一般性的无穷远零点的降阶  $H^\infty$  控制器问题及其参量化问题是非常有意义的。对此,本文在文[3,4]基于广义对象的散射模型和  $(J, J')$ ——无损理论研究非标准  $H^\infty$  控制问题的基础上,通过研究无穷远零点的特征空间结构,研究了上述问题。由文[3]和[4]知,通过引入适当的可解析构造的假想被测量信号和控制信号,能将一般四块  $H^\infty$  控制问题化为一块问题。因此,为了分析方便,只考虑一块  $H^\infty$  控制问题,即广义对象(1)中  $P_{12}(s)$  和  $P_{21}(s)$  均为方阵。文中  $\nu(-sE + A; D)$  表示矩阵束  $-sE + A$  在域  $D$  中的特征值所对应的广义特征空间;  $\text{Im } P$  表示矩阵  $P$  所张成的空间;  $\rho(X)$  表示矩阵  $X$  的最大特征值;  $C_-$  为左开半平面。记

$$C(sE - A)^{-1}B + D := \left[ \begin{array}{c|c} \frac{-sE + A}{C} & \begin{array}{c} B \\ D \end{array} \end{array} \right], \quad E \neq I.$$

若  $E = I$ , 上式记号中  $-sE + A$  简记为  $A$ 。

## 2 预备知识

**引理 1<sup>[6]</sup>**. 存在酉矩阵  $S$  和  $T$ , 使得有

$$S \left[ \begin{array}{cc} -sI + A & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{array} \right] T = \left[ \begin{array}{ccc} -sE_f + A_f & 0 & 0 \\ * & -sE_{11} + A_{11} & A_{12} \\ * & A_{21} & A_{22} \end{array} \right], \quad (2)$$

其中正规矩阵束  $\left[ \begin{array}{cc} -sE_{11} + A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{array} \right]$  包含  $P_{12}(s)$  所有的无穷远零点因子, 且  $|E_{11}| \neq 0$ ; 若相应于(2)式可将  $S$  和  $T$  划分为

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & 0 \\ S_{31} & S_{32} \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

则  $T_{23} \in R^{p \times p}$  非奇异,  $S_{32}^T \in R^{m \times m}$  列满秩。

记  $P_{12}(s)$  和  $P_{21}(s)$  的系统矩阵分别为

$$P_{12}(s) := \left[ \begin{array}{cc} -sI + A & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{array} \right], \quad P_{21}(s) := \left[ \begin{array}{cc} -sI + A & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{array} \right]. \quad (4)$$

考虑如下的广义特征值问题

$$\text{Im} \left\{ \left[ \begin{array}{cc} P_{120} & 0 \\ * & I_p \end{array} \right] \right\} = \nu\{P_{12}(s), \infty\}, \quad \text{Im} \left\{ \left[ \begin{array}{cc} P_{210} & 0 \\ * & I_q \end{array} \right] \right\} = \nu\{P_{21}^T(s), \infty\}, \quad (5)$$

$$\text{Im} \left\{ \left[ \begin{array}{c} P_{12} \\ \Phi_{12} \\ U_{12} \end{array} \right] \right\} = \nu\{W_{12}(s), C_-\}, \quad \text{Im} \left\{ \left[ \begin{array}{c} P_{21} \\ \Phi_{21} \\ U_{21} \end{array} \right] \right\} = \nu\{W_{21}(s), C_-\}, \quad (6)$$



其中

$$W_{12}(s) := \begin{bmatrix} -sI + A & B_1 B_1^T & B_2 \\ -C_1^T C_1 & -sI - A^T & -C_1^T D_{12} \\ D_{12}^T C_1 & B_2^T & D_{12}^T D_{12} \end{bmatrix},$$

$$W_{21}(s) := \begin{bmatrix} -sI + A^T & C_1^T C_1 & C_2^T \\ -B_1 B_1^T & -sI - A & -B_1 D_{21}^T \\ D_{21} B_1^T & C_2 & D_{21} D_{21}^T \end{bmatrix}.$$

由引理 1 知,  $P_{120} = T_{12}$ . 引理 1 是借助文 [7] 关于求解一般奇导矩阵的 Kronecker 标准形的算法 4.1 而获得的, 对具有(4)式形式的  $P_{12}(s)$ , 通过进一步计算直接可得如下引理.

**引理 2.** 式(3)中的矩阵  $T$  满足

$$T_{21} = 0, T_{22} = 0, T_{23} = I_m. \quad (7)$$

由文[3]和[4]有下面引理.

**引理 3.** 设广义对象(1)中  $P_{12}(s)$  和  $P_{21}(s)$  在有限虚轴上无零点, 则非标准  $H^\infty$  控制问题可解当且仅当  $[P_{12} \ P_{120}]$  和  $[P_{21} \ P_{210}]$  非奇异, 且

$$X := [\Phi_{12} \ 0] [P_{12} \ P_{120}]^{-1} \geq 0, Y := [\Phi_{21} \ 0] [P_{21} \ P_{210}]^{-1} \geq 0,$$

以及  $\rho(XY) < 1$ . 在这种情况下, 控制器  $K(s)$  为

$$K(s) = \text{HM}(\Pi(s); Q(s)) := (\Pi_{11}Q + \Pi_{12})(\Pi_{21}Q + \Pi_{22})^{-1}. \quad (8)$$

其中  $Q(s)$  稳定且  $\|Q(s)\|_\infty < 1$ , 使  $K(s)$  为正则;

$$\Pi(s) = \begin{bmatrix} \Pi_{11}(s) & \Pi_{12}(s) \\ \Pi_{21}(s) & \Pi_{22}(s) \end{bmatrix} := \left[ \begin{array}{cc|cc} -sI + A_n & B_{n2} & 0 & Z\hat{B}_1 \\ \hat{C}_1 & D_{12} & -I_m & 0 \\ \hline 0 & I_m & 0 & 0 \\ C_{n2} & 0 & 0 & D_{21} \end{array} \right], \quad (9)$$

$$A_n := A + B_1 B_1^T X + ZY\hat{C}_1^T \hat{C}_1, B_{n2} := B_2 + ZY\hat{C}_1^T D_{12},$$

$$C_{n2} := C_2 + D_{21} B_1^T X, \hat{C}_1 := [-D_{12} U_{12} \ C_1 P_{120}] [P_{12} \ P_{120}]^{-1},$$

$$\hat{B}_1 := ([-D_{21}^T U_{21} \ B_1^T P_{210}] [P_{21} \ P_{210}]^{-1})^T, Z := (I - YX)^{-1}.$$

由引理 3 知, 当  $D_{12}$  和  $D_{21}$  有一个奇异时, 对于一般的  $Q(s)$  来说,  $K(s)$  通常亦是非真的. 文[3]和[4]利用几何控制理论构造出一中心解为  $n$  阶的正则控制器族, 但未研究降阶控制器问题.

### 3 降阶 $H^\infty$ 控制器

首先分析  $P_{12}(s)$  的无穷远零点的特征空间与  $W_{12}(s)$  的稳定特征空间之间的关系.

$$\mathfrak{L}P := [P_{12} \ T_{12}] = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}^{-1}, A_r := L_1(A - \hat{B}_2(\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12})^{-1} \hat{D}_{12}^T C_1) P_{12},$$

$$R_r := L_1(B_1 B_1^T - \hat{B}_2(\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12})^{-1} \hat{B}_2^T) L_1^T, Q_r := P_{12}^T (I - \hat{D}_{12}(\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12})^{-1} \hat{D}_{12}^T) P_{12}.$$

**定理 1.** 若  $[P_{12} \ P_{120}]$  是非奇异的, 则  $X_r = P_{12}^T \Phi_{12}$  是 Riccati 方程

$$X_r A_r + A_r^T X_r + X_r R_r X_r + Q_r = 0 \quad (10)$$

的稳定解。

证明. 通过计算可得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A & B_1 B_1^T & \hat{B}_2 \\ -C_1^T C_1 & -A^T & -C_1^T \hat{D}_{12} \\ \hat{D}_{12}^T C_1 & \hat{B}_2^T & \hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{12} & P_{120} \\ \Phi_{12} & 0 \\ -A_{22} U_{12} & A_{21} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P_{12} & P_{120} \\ \Phi_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{12} & 0 \\ -E_{11}^{-1} A_{12} U_{12} & E_{11}^{-1} A_{11} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\hat{D}_{12} := -S_{32}^T$ ,  $\hat{B}_2 := -S_{31}^T$ , 而  $A_{12}$  是对应于  $W_{12}(s)$  稳定特征空间的矩阵. 由于  $[P_{12} \ P_{120}]$  和  $\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12}$  均非奇异, 由(11)式知,  $X = [\Phi_{12} \ 0][P_{12} \ P_{120}]^{-1}$  是如下 Riccati 方程

$$\begin{aligned} & (A - \hat{B}_2(\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12})^{-1} \hat{D}_{12}^T C_1)^T X + X(A - \hat{B}_2(\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12})^{-1} \hat{D}_{12}^T C_1) \\ & + X(B_1 B_1^T - \hat{B}_2(\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12})^{-1} \hat{B}_2^T) X + C_1^T (I - \hat{D}_{12}(\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12})^{-1} \hat{D}_{12}^T) C_1 = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

的解. 由  $P^T X P = \text{diag}\{X_r, 0\}$  知,  $X_r$  是 Riccati 方程(10)的解, 且由于  $A_{12}$  是稳定的, 故  $A_r + R_r X_r$  是稳定的, 即  $X_r$  是稳定解. 证毕.

由于  $T_{12}$  的列数为  $n_\infty$ , 故 Riccati 方程(10)的阶次为  $n - n_\infty$ . 在标准  $H^\infty$  控制问题中, Riccati 方程的阶次和中心控制器的阶次均为  $n$ ; 对非标准  $H^\infty$  控制问题, 是否存在阶次为  $n - n_\infty$  的降阶控制器? 下面将讨论这一问题.

首先对(9)式作等价变换并利用引理 1, (9)式可化简为

$$\Pi(s) = \left[ \begin{array}{ccc|cc} -sI + A_{12} & 0 & 0 & L_1 Z R & L_1 Z \hat{B}_1 \\ 0 & -sE_{11} + A_{11} & A_{12} & E_{11} L_2 Z R & E_{11} L_2 Z \hat{B}_1 \\ 0 & A_{21} & A_{22} & \hat{D}_{12}^{-1} & 0 \\ \hline U_{12} & 0 & I_m & 0 & 0 \\ C_2 P_{12} + D_{21} B_1^T \Phi_{12} & C_2 T_{12} & 0 & 0 & D_{21} \end{array} \right], \quad (13)$$

其中  $R := Y \hat{C}_1 + Z^{-1} \hat{B}_2 \hat{D}_{12}^{-1}$ . 记

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_{11} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_{11} L_1 Z R & E_{11} L_2 Z \hat{B}_1 \\ \hat{D}_{12}^{-1} & 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

直接计算(13)式并利用上述记号, 得如下定理.

**定理 2.** 非标准  $H^\infty$  控制器可表示为

$$K(s) = HM(\Pi_g(s); Q(s)), \quad (16)$$

其中  $Q(s) \in BH_{m \times r}^\infty$ , 使  $K(s)$  为正则,

$$\Pi_g(s) = \left[ \begin{array}{ccc|cc} A_{12} & & & L_1 Z R & L_1 Z \hat{B}_1 \\ \hline U_{12} & & & D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ C_2 P_{12} + D_{21} B_1^T \Phi_{12} & & & D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{array} \right],$$

$$\begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sN_2 \\ C_2T_{12} \end{bmatrix} (sN_1 - I)^{-1} [M_{11}M_{12}] + \begin{bmatrix} -M_{21} & -M_{22} \\ 0 & D_{21} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

**引理 4.** 设  $P_{12}(s)$  的无穷远零点的最高阶次为  $k$ , 则有

(i)  $N_1^{k+1} = 0, N_2N_1^k = 0,$

(ii)  $T_{12}N_1^k = 0, B_2N_2N_1^{k-1} = T_{12}N_1^{k-1}.$

证明. 由于

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 \\ N_2 & 0 \end{bmatrix}$$

的  $k+1$  次幂为零, (i) 成立. 由 (2) 式可得  $AT_{12}N_1 + B_2N_2 = T_{12}$ , 利用 (i) 直接可推得 (ii). 证毕.

由引理 4 简化 (17) 式, 并连同 (16) 式可知, 如果存在  $Q(s) \in BH_m^\infty \times r$  和  $n_\infty \times r$  的正则 (Proper) 矩阵  $U(s)$  满足

$$M_{11}Q(s) + M_{12} = N_1^k U(s), \quad (18)$$

则  $K(s) = \text{HM}(\Pi_r(s); Q(s))$ , 其中

$$\Pi_r(s) = \left[ \begin{array}{c|cc} \Lambda_{12} & L_1ZR & L_1Z\hat{B}_1 \\ \hline U_{12} & -M_{21} & -M_{22} \\ C_2P_{12} + D_{21}B_1^T\Phi_{12} & 0 & D_{21} \end{array} \right]. \quad (19)$$

由于满足 (18) 式的  $Q(s)$  与广义对象 (1) 的关系不太明显, 选取  $Q(s)$  可分解为  $Q(s) = D_{12}Q_1(s)$ , 此时 (18) 式变为

$$N_1L_2Z[(B_2 + YC_1^TD_{12})Q_1(s) + \hat{B}_1] = N_1^k U(s). \quad (20)$$

**定理 3.** 设  $D_{21}$  是非奇异的. 若存在  $Q_1(s)$  和  $U(s)$  满足 (20) 式, 且  $D_{12}Q_1(s) \in BH_m^\infty \times r$ , 则降阶  $H^\infty$  控制器为

$$K(s) = \text{HM}(\Pi_r(s); D_{12}Q_1(s)). \quad (21)$$

由于  $\Lambda_{12}$  是  $(n - n_\infty) \times (n - n_\infty)$  矩阵, 所以 (21) 式表示的控制中心解  $n - n_\infty$  比标准  $H^\infty$  控制问题的中心解  $n$  要小, 所降阶的阶次等于  $P_{12}(s)$  的无穷远点特征空间的维数  $n_\infty$ . 为了更好地理解定理 3, 考虑  $U(s) = 0$  的情况, 可得如下推论.

**推论 1.** 设  $D_{21}$  是非奇异的. 若  $Q_1(s)$  满足

$$(B_2 + YC_1^TD_{12})Q_1(s) + \hat{B}_1 = 0, \quad (22)$$

且  $D_{12}Q_1(s) \in BH_m^\infty \times r$ , 则  $H^\infty$  控制问题具有 (21) 式所表示的降阶控制器.

作为例子, 下面利用定理 3 和推论 1 来分析  $P_{12}(s)$  的无穷远零点均为一阶的非标准  $H^\infty$  控制问题.

**定理 4.** 设  $D_{21}$  非奇异且  $P_{12}(s)$  的无穷远零点均为一阶, 取

$$Q(s) = D_{12}Q_1(s) \in BH_m^\infty \times r,$$

则  $H^\infty$  控制问题具有 (21) 式所表示的降阶控制器.

证明. 由于  $k = 1$ , 只要取  $Q_1(s)$  满足

$$D_{12}Q_1(s) \in BH_m^\infty \times r, U(s) = L_2Z[(B_2 + YC_1^TD_{12})Q_1(s) + \hat{B}_1],$$

(20) 式就成立, 故定理 4 成立. 证毕.

定理 4 所给出的参量化的控制器是所有控制器中的一族, 下面的定理 5 将给出另一



族参量化的控制器。

**定理 5.** 在定理 4 中, 若选择  $Q(s)$  满足  $Q(s) = Q_1(s)/(s+a)$ ,  $a > 0$ , 其中  $Q_1(s)$  是正则的, 即  $Q(s)$  是  $BH_{m \times r}^\infty$  中严格真函数阵, 则降阶  $H^\infty$  控制器为

$$K(s) = \text{HM}(\Pi_r(s); Q(s)). \quad (23)$$

证明. 由 (15) 式得  $M_{12} = N_1 E_{11} L_2 Z \hat{B}_1$ , 故  $N_1 M_{12} = 0$ . 又由于

$$\Pi_{11}(s) = U_{12}(sI - \Lambda_{12})^{-1} L_1 Z R - s N_2 M_{11} - M_{21},$$

$\Pi_{12}(\infty) = -M_{22}$ ,  $\Pi_{21}(\infty) = -C_2 T_{12} M_{11}$  及  $\Pi_{22}(\infty) = D_{21}$ , 定理 5 成立. 证毕.

与文 [2] 和 [5] 的结果相比, 上述结论进一步揭示了非标准  $H^\infty$  控制系统的结构. 通过上述分析, 要构造出非标准  $H^\infty$  控制问题所有正则且降阶的控制器是较困难的, 但可以通过设计不同的降阶  $H^\infty$  控制器族来分析上述问题.

## 4 结论

本文研究了具有无穷远零点的非标准  $H^\infty$  控制问题的降阶控制器及其参量化问题. 通过分析用描述形式所给出的  $H^\infty$  控制器族, 揭示了无穷远零点所对应的特征空间对  $H^\infty$  控制器结构的影响. 当广义对象满足一定条件时, 这里给出了通过选取自由参量函数来构造正则且降阶  $H^\infty$  控制器的方法, 设计出两个降阶的  $H^\infty$  控制器族.

## 参 考 文 献

- [1] Glover K, Dolye J C. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfying an  $H^\infty$ -norm bound and relations to risk sensitivity. *Systems & Control Letters*, 1988, 11: 167—172.
- [2] Copeland B R, Safonov M G. A generalized eigenproblem solution for singular  $H^2$  and  $H^\infty$  problems. *Advances in Robust Control Systems Techniques & Applications*, New York: Academic Press, 1992.
- [3] Kimura H, Xin X. Chain-scattering approach to non-standard  $H^\infty$  control problems. *Proceedings of International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, Regensburg, 1993.
- [4] Xin X, Kimura H.  $(J, J')$ —lossless factorization for descriptor systems. *Linear Algebra and Its Applications*, 1994, 206: 1289—1318.
- [5] Kimura H, Lu Y, Kawatani R J. On the structure of  $H^\infty$  control systems and related extensions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36: 653—667.
- [6] Copeland B R, Safonov M G. Zero cancelling compensation for singular control problems and their application to the inner-outer factorization problem. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1992, 2: 139—164.
- [7] Dooren P V. The Computation of kronecker's canonical form of a singular pencil. *Linear Algebra and Applications*, 1979, 27: 103—140.



## REDUCED-ORDER CONTROLLERS OF NON-STANDARD $H^\infty$ CONTROL PROBLEMS

XIN XIN FENG CHUNBO

(Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210018)

### ABSTRACT

The reduced-order controllers for non-standard  $H^\infty$  control problems with general infinite zeros are studied in this paper. By analyzing the relation between the structure of eigenspace corresponding to the infinite zeros and the family of  $H^\infty$  controllers given in descriptor form, this paper proposes a method to choose appropriate free functions in the family of controller for constructing the controllers whose orders are less than the Mcmillan degree of the generalized plant when the plant satisfies certain constraints. The parameterization of the reduced-order controllers is also discussed, and two families of the reduced-order controllers are given.

**Key words:**  $H^\infty$  control, reduced-order controller, generalized eigenvalue problem, chain scattering representation, Riccati equation.



**忻 欣** 1965年生, 1987年获中国科技大学自动控制专业学士学位。1991—1993年作为联合培养博士生在日本大阪大学进行博士论文研究工作, 1993年获东南大学博士学位, 现为副教授。1993—1995年在东南大学从事博士后研究工作。目前主要研究方向是  $H^\infty$  控制理论及应用、鲁棒控制及非线性控制。

**冯纯伯** 简介及照片见本刊第20卷第4期。1995年11月当选为中国科学院院士。