第22卷 第5期 自动化学报 Vol. 22, No. 5
1996年9月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sep., 1996

研究简报

监测及预报系统变化的自回归模型参数分析法

于印章 汪凤泉 曹祖庆
(东南大学数力系 南京 210096)

关键词: 参数估计,最小二乘法,预测,时序模型.

1 前言

监测和预报控制系统运行状态的主要手段是测量和计算系统的运行参数，当被监测量是平稳随机时间序列时,可建立它的自回归 $AR(p)$ 模型,用模型参数既可判断和预报系统的运行状态. 现有的时序预报模型如柯尔莫哥洛夫预测法和维纳预测法[1]、平稳线性最小方差预报[2]、时序的信息预报[3]等成立的前题是系统的运行状态保持不变. 在需由系统运行状态变化程度预报系统故障的场合,系统处于由正常向故障的过渡过程,显然用以上模型将导致错误的预报. 有许多系统在这个渐变过程中, $AR(p)$ 模型参数虽然是时变量,但是往往表现出某种变化趋势,该趋势随故障的种类不同而不同，掌握了这种趋势就可预报故障. 本文给出一种根据这种变化趋势预报故障的方法.

2 系统的监测模型

设系统观测序列 $\{x(i)\}(i=1,\cdots,n)$ 的 $AR(p)$ 模型为

$$x(t)=\sum_{i=1}^{p} a_i x(t-i)+\varepsilon(t), \tag{1}$$

式中 $\{\varepsilon(t)\}$ 是方差为 σ_p^2 的零均值平稳白噪声过程. 用最小二乘法可得参数 a_i,σ_p^2 的矩估计 $\hat{a}_i,\hat{\sigma}^2$[4].

系统运行正常时, $AR(p)$ 模型参数不变,但因随机干扰对系统的影响和测量误差的存在,模型参数的估计值有一定的离散性. 如果系统运行条件不变,随机干扰很小且不足以改变系统的状态,每次采样时不存在测量的系统误差，则参数的各个分量 $\hat{a}_i$ 将近似服从参数为 $(\bar{a}_i,\sigma_i^2)$ 的正态分布 $\mathrm{N}(\bar{a}_i,\sigma_i^2)$ ($\bar{a}_i$ 为真值, σ_i^2 为方差)

$$p(\hat{a}_i)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_i}\,\mathrm{e}^{-(\hat{a}_i-\bar{a}_i)/2\sigma_i^2}. \tag{2}$$

本文于1994年11月14日收到

设 $\hat{a}_i(j)$ $(j=1,\cdots,n)$ 是 a_i 的定期估计值，检验系统的状态，只需检验假设 $\sigma_i^2(t)=\sigma_i^2$ 是否成立。由 χ^2 分布[5]

$$\chi^2=\left[\sum_{j=1}^{n}(\hat{a}_i(j)-\bar{a}_i)^2\right]\Big/\sigma_i^2\sim\chi^2(n), \tag{3}$$

对给定的显著性水平 α，使

$$p\{\chi^2(\alpha/2)\leqslant\chi^2\leqslant\chi^2(1-\alpha/2)\}=1-\alpha, \tag{4}$$

$$p\{\chi^2\leqslant\chi^2(\alpha/2)\}=p\{\chi^2\geqslant\chi^2(1-\alpha/2)\}=\alpha/2, \tag{5}$$

拒绝域为

$$[\chi^2<\chi^2(\alpha/2)]\cup[\chi^2>\chi^2(1-\alpha/2)]. \tag{6}$$

若假设被拒绝，可判定系统的状态已发生了变化。实际监测时，时序中可能含有少量异常数据或斑点，对明显异常数据可直接剔除，即使在某次采样中混入异常数据而误判系统状态已发生变化，只要在以后的监测中系统正常，可认为出现了误判。

3　系统状态变化时的预报模型

一般在系统状态变化过程中，模型参数估计值 $\hat{a}_i(t)$ 是包含确定性的线性、指数或周期性变化趋势的平稳时间序列。设 $\hat{a}_i(t)$ 具有线性变化趋势

$$\hat{a}_i(t)=\beta_i^0+\beta_i^1t+y(t), \tag{7}$$

式中 $y(t)$ 是零均值平稳随机序列，可用 $AR(p)$ 模型拟合

$$y(t)=\sum_{i=1}^{p}b_i(t-i)+\varepsilon(t). \tag{8}$$

由最小二乘法得 β_0,β_1 的估计 $\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1$，即

$$\begin{cases}\beta_i^0=\bar{a}_i-(n+1)\hat{\beta}_1/2,\\ \beta_i^1=2\left[\sum\limits_{j=1}^{n}(\hat{a}_i(j)-\bar{a}_i)(2j-n-1)\right]\Big/\left[\sum\limits_{j=1}^{n}(2j-n-1)^2\right].\end{cases} \tag{9}$$

式中 $\bar{a}_i=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\hat{a}_i(j)$。由估计值 $\hat{\beta}_i^0,\hat{\beta}_i^1$ 用(7)式计算时序 $\{y_i(t)\}$，并计算 $AR(p)$ 模型(8)式的参数，由参数得预测模型

$$\hat{y}(t+1)=\sum_{i=1}^{p}b_iy(t-i+1). \tag{10}$$

由(7)，(9)，(10)式得已变化系统的 $AR(p)$ 模型(1)参数 a_i 的预测公式

$$a_i(t+1)=\beta_i^0+\beta_i^1(t+1)+\sum_{j=1}^{p}b_j\,[\hat{a}_i(t-j+1)-\beta_i^0-\beta_i^1(t-j+1)]. \tag{11}$$

观测值 $x(t+1)$ 的预测递推模型为

$$\hat{x}(t+1)=\sum_{i=1}^{p}a_i(t-i+1). \tag{12}$$

由(11)式得变化系统的预测递推模型

$$\hat{\chi}(t+1)=\sum_{i=1}^{p}\left\{\beta_i^0+\beta_i^1(t+1)+\sum_{j=1}^{Q}b_j[\hat{a}_i(t-j+1)-\beta_i^0\right.$$

$$-\beta_i^1(t+j+1)]\Big\}\cdot x(t-i+1). \tag{13}$$

预报系统的变化可采用两种方法：1）检验观测序列的预测值(13)是否超限；2）绘制系统模型参数 a_i 的变化曲线。

系统状态变化时，模型(1)中的方差 σ_p^2 也随着改变，根据 σ_p^2 的变化趋势也可分析预报系统状态的变化程度，其预报方法与上述方法相同。

4 实例分析

文献[6]给出了对 VDF 车床进行颤振识别的实验结果，现用本文提出的模型进行分析。该试验每隔 3.6 秒建立尾架顶尖处振动加速度值的 $AR(p)$ 模型（1）。八次采样计算的 $\hat{a}_1$ 值见图 1。由图知前四次的 $\hat{a}_1$ 值变化平坦，说明没有发生颤振，以后 $\hat{a}_1$ 急剧增大，表明颤振即将发生，由(7)式计算出 $\hat{a}_1$ 的线性变化趋势模型为

$$\hat{a}_1(t)=0.1+0.072(t-3)+y(t). \tag{14}$$

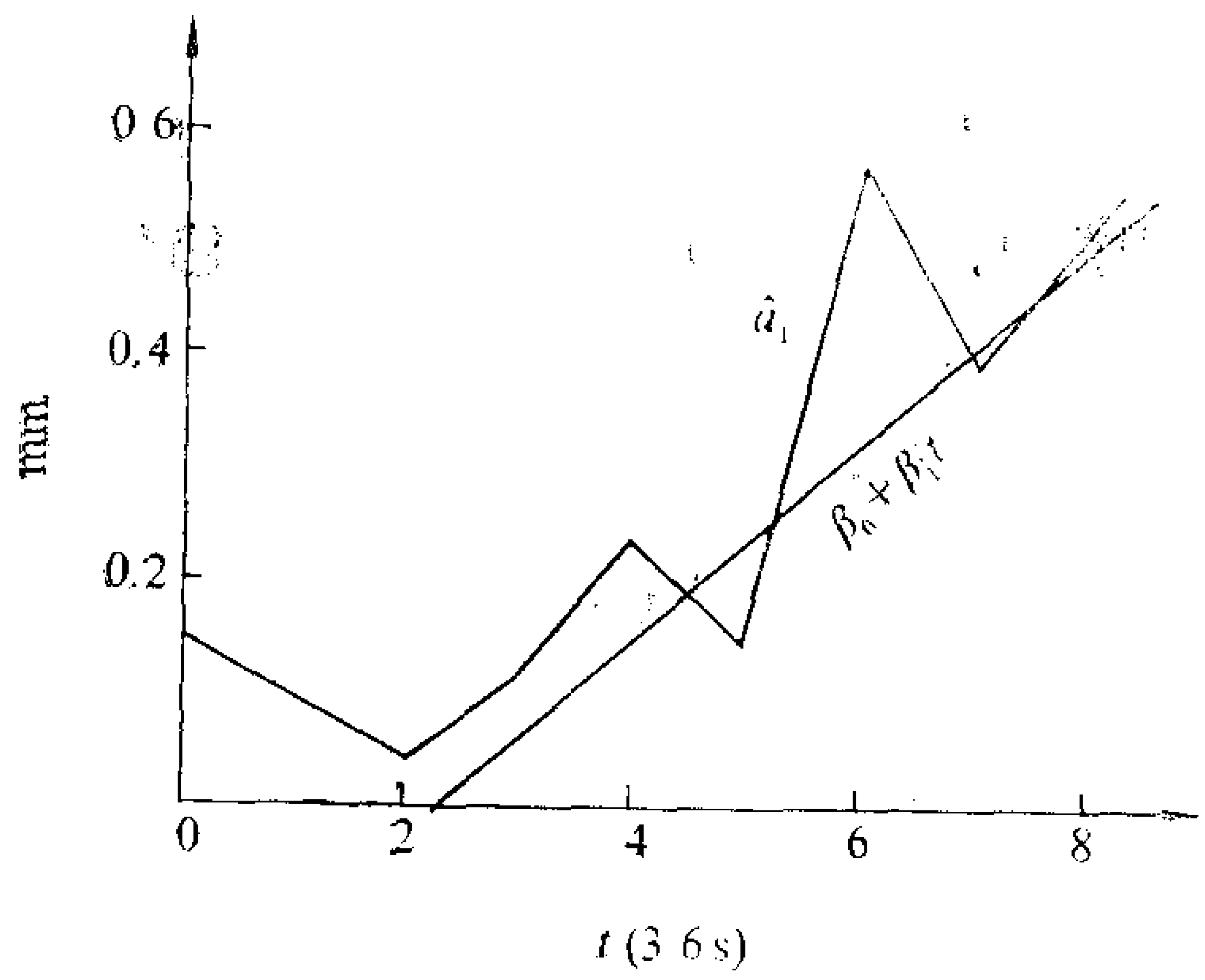

图 1 $\hat{a}_1$ 的估计值及预测值

参 考 文 献

[1] 张有为. 预测的数学方法. 北京：国防工业出版社，1991，14—32.
[2] 安鸿态等. 时间序列的分析与应用. 北京：科学出版社，1983，173—177.
[3] 杨位钦，顾岚. 时间序列分析与动态数据建模. 北京：北京工业学院出版社，1986，272—279.
[4] 陈兆国. 时间序列及其谱分析. 北京：科学出版社，1988，139—141.
[5] 唐鸿龄，张元林，陈浩球. 应用概率. 南京：南京工学院出版社，1988，147—151.
[6] 杨叔子，吴雅. 机械故障诊断的时序方法. 西安：西安交通大学出版社，1989，93—94.

AUTOREGRESSIVE MODEL PARAMETERS ANALYSIS METHOD FOR MONITORING AND PREDICTING THE CHANGING OF CONTROL SYSTEM

YU YINZHANG WANG FENGQUAN CAO ZUQING
(*Dept. of Methematics and Mechanica, Southeast Univ., Nanjing* 210096)

Key words: Parameter estimation, LS algorithms, prediction, time series mode.