短 文

一类 DEDS 状态反馈控制器综合的新方法

赵正义 宋文忠
（东南大学自动化所 南京 210096）

摘 要

对具有无穷状态空间的并发离散事件动态系统提出了一种基于 Petri 网图示的矩阵代数综合方法. 该方法借助于对 Petri 网的结构分解可以用于结构无竞争 Petri 网描述的一类离散事件动态系统状态反馈控制器的离线综合.

关键词: 离散事件动态系统, Petri 网,状态反馈.

1 引言

给定一个受控离散事件系统，设其状态空间为 $\{X\}$，控制集为 $\mathscr{U}$. 状态反馈 F 定义为 $F:\{X\}\to\mathscr{U}$. 给定一个状态谓词 $P_{re}\in\{0,1\}^{\{X\}}$ 和一个状态反馈 F，如果对任一 $X\in P_{re}$（此处及以下，将谓词 P_{re} 与一个使 P_{re} 成真的集合等同），$\delta(X, F(X))\subseteq P_{re}$，则 P_{re} 被说成是 F——不变的,其中 $\delta(X,F(X))$ 表示离散事件系统在 F 作用下的状态转移函数. 给定一个谓词如果存在一个状态反馈 F 使 P_{re} 是 F——不变的，则称 P_{re} 是控制不变的. 对于任意一个谓词 P_{re}，用 $P_{re}\uparrow$ 表示 P_{re} 的最大控制不变子谓词: $P_{re}\uparrow\triangleq\mathrm{Sup}\{P'_{re}\mid P'_{re}\subseteq P_{re}$ 且 P'_{re} 是控制不变的$\}$.

对一个给定的谓词 P_{re}, 如何综合出一个最大宽容的状态反馈 F，使得 $P_{re}\uparrow$ 是 F——不变的,文献 [1—7] 对这个问题进行了研究. 本文基于 Petri 网的 DEDS 矩阵代数模型[7,8]，通过对 DEDS 的结构分解提出一个适用于由结构无竞争 Petri 网描述的 DEDS 状态反馈控制器离线综合的矩阵代数方法.

考虑一个受控离散事件动态系统,该系统可以用与文[4,5]基本相同的受控 Petri 网来描述,即 $G=(\Sigma_{u\cup c},C,B)$. 这里 $\Sigma_{u\cup c}$ 为容量无穷的普通 Petri 网, 即 $\Sigma_{u\cup c}=(P,T,E,W,M_0)$. 但 T 可分为不相交的 T_u 和 T_c 两个子集; C 是一个有限的控制库所集, $|C|=|T_c|$（符号 $|*|$ 表示集合$*$的基数), $B=\{(c_i,t_i)\mid c_i\in C,t_i\in T_c,0\leqslant i\leqslant|c|\}$, B 上的权均为 1. 控制集定义为 $\mathscr{U}=\{0,1,2,\cdots\}^C$. 当一个控制 $u\in\mathscr{U}$,使 $u(c_i)\neq 0$ 时,则说 c_i 含有控制托肯，该控制托肯除了可因 $t_i\in T_c$ 的发生而被取走以外,还可被另一个新的控制 $u'\in\mathscr{U}$ 重新指定.

本文于 1994 年 11 月 28 日收到

用 Σ_u 来表示 Petri 网 $\Sigma_{u\cup c}$ 在删除 T_c 及与其关联的弧后所剩下的不受控子网. 为了能实现控制要求,假定 $\forall t\in T_u$, $t^{\cdot}\neq\phi$, $\Sigma_{u\cup c}$ 和 Σ_u 的代数模型[7,8]分别为 $A_{\Sigma_{u\cup c}}=\left\{\begin{bmatrix}A_{T_cP}\\A_{T_uP}\end{bmatrix},\ [A_{PT_c},A_{PT_u}],\ X_0\right\}$ 和 $A_{\Sigma_u}=\{A_{T_uP},A_{PT_u},X_0\}$. 其中 A_{QR} 表示由 R 指向 Q 的关联矩阵. 以下状态 "X" 和标识 "M" 不加区分, 由 X_0 可达的标识集用 $\{X\}$ 表示, $X(i)$ 表示向量 $\boldsymbol{x}$ 的第 i 个分量,并假定

1) $\Sigma_{u\cup c}$ 是结构无竞争的(即: $\forall p\in P,|p^{\cdot}|\leqslant 1$);

2) Σ_u 是无回路的[7];

3) 给定的谓词属于如下三种形式之一: $P_{re_1}=\bigwedge\limits_{i=1}^{k_1}(X(i)\leqslant a_i)$; $P_{re_2}=\left[\sum\limits_{j=1}^{k_2}X(i_j)\right]\leqslant b$, 其中与 i_j 对应的库所 $p_{i_j}(j=1,2,\cdots,k_2)$ 之间互不连通[7]; $P_{re_3}=P_{re_1}\wedge P_{re_2}$.

2 主要结果

定理 2.1. 对于结构无竞争且无回路的 Petri 网 Σ, 其代数模型中的 A_{TP}, A_{PT} 可分别表示为

$$A_{TP}=\begin{bmatrix}A_{T_1P_1}&&0\\&\ddots&\\0&&A_{T_NP_N}\end{bmatrix},\quad A_{PT}=\begin{bmatrix}0&&&&\\A_{P_2T_1}&0&&&0\\A_{P_3T_1}&A_{P_3T_2}&0&&\\\vdots&&\ddots&\ddots&\\A_{P_NT_1}&\cdots&\cdots&A_{P_NT_{N-1}}&0\end{bmatrix}.\qquad(2.1),(2.2)$$

对给定的结构无竞争且无回路的 Petri 网 Σ, 设其代数模型的 A_{TP}, A_{PT} 已分别表示为(2.1),(2.2)式,并设其状态向量也已相应分块,即 $\boldsymbol{x}=[X_{P_1}^{\mathrm{T}},X_{P_2}^{\mathrm{T}},\cdots,X_{P_N}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$. 定义从 $\{X\}$ 到 $\{X\}$ 的函数 $g_\Sigma(\boldsymbol{x})$ 如下:

$$g_\Sigma(\boldsymbol{x})^{X_{P1}}=X_{P_1},$$

$$g_\Sigma(\boldsymbol{x})^{X_{P_i}}=X_{P_i}+\sum_{j=1}^{i-1}A_{P_iT_j}(A_{T_jP_j}\triangle g_\Sigma(\boldsymbol{x})^{X_{P_j}}),\quad i=2,3,\cdots N.$$

其中 $g_\Sigma(X)^{X_{P_i}}$ 表示向量 $g_\Sigma(X)$ 的第 i 个分块. 运算符号"△"的定义参见文献[7,8].

定理 2.2. 给定受控 Petri 网 $G=(\Sigma_{u\cup c},C,B)$ 和状态谓词 P_{re}, 这里 $\Sigma_{u\cup c},\Sigma_u$ 和 P_{re} 分别满足上节假定 1)—3), 则 $(\forall\boldsymbol{x}\in\{X\})X\in P_{re}\uparrow$ 当且仅当 $g_{\Sigma_u}(\boldsymbol{x})\in P_{re}$.

定理 2.3. 给定受控系统 $G=(\Sigma_{u\cup c},\ C,\ B)$ 和状态谓词 P_{re}, 其中 $\Sigma_{u\cup c}$, Σ_u 和 P_{re} 分别满足上节假定 1)—3), 则状态反馈 F 能使 $P_{re}\uparrow$ 是 F——不变的. 其中 F: $F(\boldsymbol{x})\in\{\eta|\eta\leqslant A_{T_cP}\triangle X$ 且 $P_{re}[g_{\Sigma_u}(\boldsymbol{x}+A_{PT_c}\cdot\eta)]=1\}$.

3 举例

本例选用与文献[7]中的相同 FMS, 如图 1 所示,其中 $t_1,t_2,\cdots,t_{10}$ 为不受控变迁, t_{c_1},t_{c_2},t_{c_3} 为受控变迁. 假定 $P_{re}=(M(p_9)+M(p_{10})\leqslant b)$.

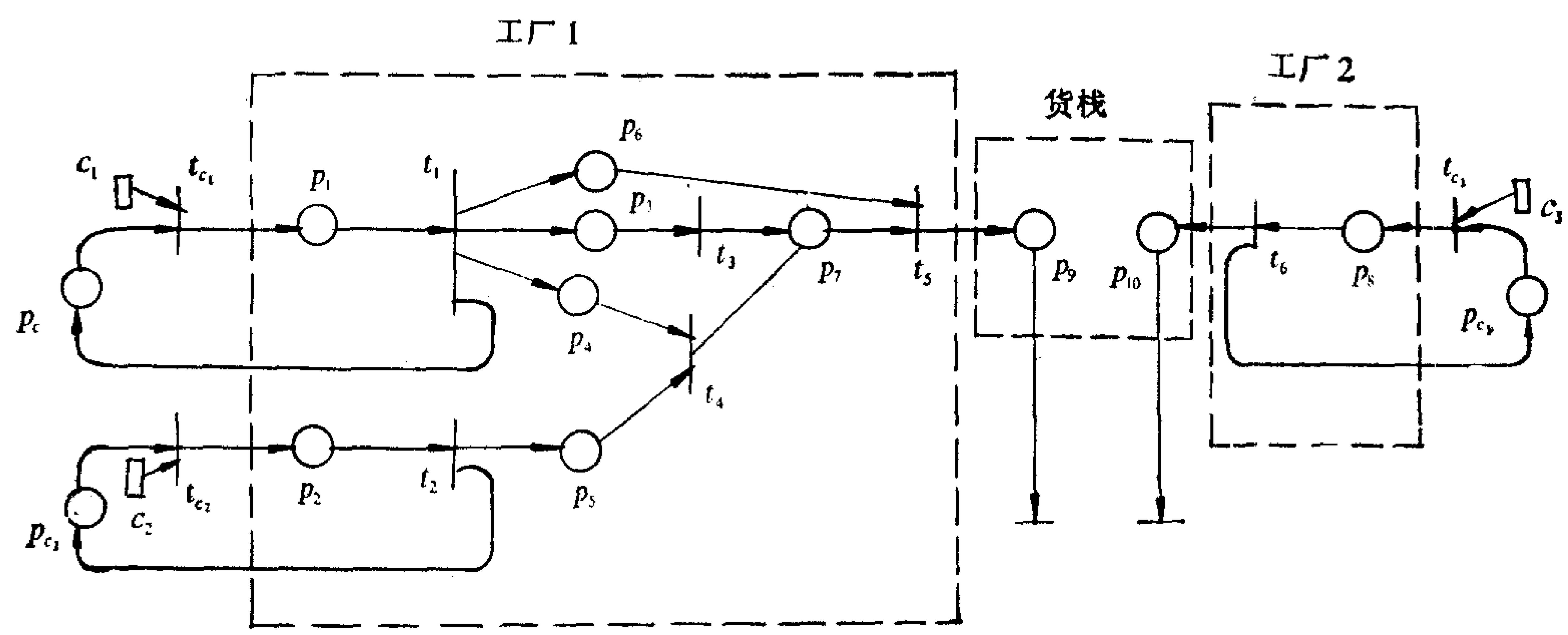

图1 FMS 的 Petri 网图示

将不受控子网的库所集和变迁集划分如下: $P_1=\{p_1,p_2\}$, $T_1=\{t_1,t_2\}$, $P_2=\{p_3,p_4,p_5\}$, $T_2=\{t_3t_4\}$, $P_3=\{p_6,p_7,p_8\}$, $T_3=\{t_5,t_6\}$, $P_4=\{p_9,p_{10}\}$, $T_c=\{t_{c_1},t_{c_2},t_{c_3}\}$, $P_c=\{p_{c_1},p_{c_2},p_{c_3}\}$. 根据网的连接关系,可得

$$A_{T_1P_1}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},\quad A_{T_2P_2}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&1\end{bmatrix},\quad A_{T_3P_3}=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},$$

$$A_{P_2T_1}=\begin{bmatrix}1&0\\1&0\\0&1\end{bmatrix},\quad A_{P_3T_1}=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\\0&0\end{bmatrix},\quad A_{P_3T_2}=\begin{bmatrix}0&0\\1&1\\0&0\end{bmatrix},$$

$$A_{P_4T_1}=[0],\quad A_{P_4T_2}=[0],\quad A_{P_4T_3}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},$$

$$A_{T_cP_c}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},\quad A^{\mathrm{T}}_{P_uT_c}=\left[\begin{array}{cc:c:ccc}1&0&&0&0&0\\0&1&O_{3\times5}&0&0&0\\0&0&&1&0&0\end{array}\right].$$

其中最后一个矩阵的下标 P_u 指的是 $P_1\cup P_2\cup P_3\cup P_4$. 把与 P_u 对应的分状态表示为 X, 与 P_c 对应的分状态表示为 X_c. 根据 $g_{\Sigma_u}(X)$ 的定义可计算出 $g_{\Sigma_u}(X)$ 的各分向量为

$$g_{\Sigma_u}(\boldsymbol{x})^{x_{P_1}}=[X(1),X(2)]^{\mathrm{T}},$$

$$g_{\Sigma_u}(\boldsymbol{x})^{x_{P_2}}=[X(1)*X(3),X(1)*X(4),X(2)*X(5)]^{\mathrm{T}},$$

$$g_{\Sigma_u}(\boldsymbol{x})^{x_{P_3}}=[X(1)*X(6),X(1)*X(1)*X(3)*X(4)*X(7)\oplus X(1)*X(2)*X(3)*X(5)*X(7),X(8)]^{\mathrm{T}},$$

$$g_{\Sigma_u}(\boldsymbol{x})^{x_{P_4}}=[X(1)*X(6)*X(9)\oplus X(1)*X(1)*X(3)*X(4)*X(7)*X(9)\oplus X(1)*X(2)*X(3)*X(5)*X(7)*X(9),X(8)*X(10)]^{\mathrm{T}}.$$

以上诸式中,符号"$*$"为通常的"加",符号"$\oplus$"为取极小. 注意到 $\boldsymbol{x}+A_{P_uT_c}\eta=[X(1)+\eta(1),X(2)+\eta(2),X(3),\cdots,X(7),X(8)+\eta(3),X(9),X(10)]^{\mathrm{T}}$, 不难得到方程 $P_{rc}[g_{\Sigma_u}(\boldsymbol{x}+A_{P_uT_c}\cdot\eta)]=1$ 的解为满足下述三个不等式之一的集合:

$$\eta(1)+\eta(3)\leqslant b-X(1)-X(6)-X(8)-X(9)-X(10)\triangleq I_1(X),$$

$$2\eta(1)+\eta(3)\leqslant b-2X(1)-X(3)-X(4)-X(7)-X(8)-X(9)-X(10)\triangleq I_2(\boldsymbol{x}),$$

$$\eta(1)+\eta(2)+\eta(3) \leqslant b - X(1) - X(2) - X(3) - X(5) - X(7) - X(8) - X(9) - X(10) \triangleq l_3(x).$$

这样便综合出了一个最大宽容的状态反馈 F, $F(x)$ 为取自下述三个集合之一的向量:

$$\{\eta \mid \eta(1)+\eta(3) = (|l_1(x)| + l_1(x))/2 \wedge 0 \leqslant \eta \leqslant X_e\},$$
$$\{\eta \mid 2\eta(1)+\eta(3) = (|l_2(x)| + l_2(x))/2 \wedge 0 \leqslant \eta \leqslant X_e\},$$
$$\{\eta \mid \eta(1)+\eta(2)+\eta(3) = (|l_3(x)| + l_3(x))/2 \wedge 0 \leqslant \eta \leqslant X_e\}.$$

参 考 文 献

[1] Ramadge P J, Wonham W M. Modular feedback logic for discrete event systems, *SIAM J. Contr. Optimiz.*, 1987, **25**(5): 1202—1218.
[2] Li Y, Wonham W M. Control of vector discrete-event systems I——the base model, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1993, **38**(8):1214—1217.
[3] Li Y, Wonham W M. Control of vector discrete-event systems II——Contreller synthesis, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1994, **39**(3): 512—531.
[4] Krogh B H. Controlled petri nets and maximally permissive feedback logic. In: Proc. 25th annual allerton Conf., University of Illinois, Urbana, 1987, 317—326.
[5] Holloway L E, Krogh B H. synthesis of feedback control logic for a class of controlled Petri Nets, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1990, **35**(5): 514—532.
[6] Kumar R Garg V and Marcus S I. Predicates and predicate trausforms for supervisory control of discrete event systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1993, **38**(2):232—247.
[7] 赵正义,宋文忠. 离散事件动态系统的代数模型及其控制器的分析计算. 控制理论与应用,1994,**11**(2): 187—191.
[8] 赵正义,宋文忠. DEDS 的代数模型. 控制理论及其应用年会论文集,北京: 海洋出版社,1993,366—370.
[9] 袁崇义、佩特里网. 南京: 东南大学出版社,1989.

A NEW SYNTHESIS METHOD FOR THE STATE FEEDBACK CONTROLLERS OF A CLASS OF DEDS

Zhao Zhengyi Song Wenzhong
(*Research Institute of Automation, Southeast Univ., Nanjing* 210096)

Abstract

For the off-line controller synthesis problem of discrete event dynamic systems (DEDS), most existing methods are under the assumption that the state-space is finite. For the concurrent DEDS with infite state-space, a Petri Net graph based matrix algebra synthesis method is proposed in this paper. By structural decomposition of Petri Nets, the new method can be used to synthesize the state feedback controllers of a class of DEDS which can be described by structurally no-competing Petri Nets.

Key words: DEDS, Petri Net, state feedback.