第22卷 第6期 自动化学报 Vol. 22, No. 6
1996年11月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 1996

短文

一个有效的多边形裁剪算法[1)]

鲍虎军 彭群生
(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室 杭州 310027)

摘 要

通过对相交多边形交点的完备分类，给出了一个可靠的任意多边形裁剪算法. 结果表明，该算法非常稳定可靠，且能处理各种奇异情况.

关键词: 多边形，多边形裁剪，代数曲线.

1 引言

多边形裁剪算法是图形学最基本的算法之一. 迄今，已有许多有效的裁剪算法，如 Cyrus-Bech 算法[1]、Sutherland-Hodgman 算法[2]和 Liang-Barsky 算法[3]. 尽管这些算法非常有效，但它们仅适合于凸裁剪窗口，这使得其应用受到了极大的限制. 为此，Weiler 和 Atherton[4] 提出了一个适合于任意多边形窗口的裁剪算法，该算法假设参与裁剪的两多边形的交点是成对出现的，其中一个为进点，一个为出点. 但进、出点判别的不可靠性往往导致该算法的失败. 为克服 Weiler-Atherton 算法的缺陷，本文通过对多边形交点的完备分类，可靠地决定裁剪结果.

2 交点分类

根据代数曲线的定侧性质，平面上的任一直线 L 将平面空间 R^2 划分为两个独立的半空间 $S^+(L)$ 和 $S^-(L)$，则线段 l（其端点为 Q_1, Q_2）相对于直线 L 的关系可分为以下四类：

$$\text{No-Intersection}(L) = \{l \mid l \subset S^+(L) \text{ 或 } l \subset S^-(L) \text{ 或 } l \subset L\};$$
$$\text{Cross-Intersection}(L) = \{l \mid Q_1, Q_2 \text{ 分别属于 } S^+(L) \text{ 和 } S^-(L)\};$$
$$\text{On-Side1}(L) = \{l \mid l \subset S^+(L),\ Q_1 \text{ 或 } Q_2 \text{ 位于 } L \text{ 上}\};$$
$$\text{On-Side2}(L) = \{l \mid l \subset S^-(L),\ Q_1 \text{ 或 } Q_2 \text{ 位于 } L \text{ 上}\}.$$

1) 本项研究得到国家自然科学基金的资助.
本文于1994年3月25日收到

为了讨论线段 l 与多边形 P(其顶点为 $P_1,P_2,\cdots,P_n$) 的交点分类,假设 L 为线段 l 所在的直线,则多边形 P 的边 P_iP_{i+1} 与直线 L 的交点 I 可分为以下三类:

$$\text{Cross} = \{I \mid P_iP_{i+1} \in \text{Cross-Intersection}(L)\};$$
$$\text{On1} = \{I \mid I = P_i\ (\text{或}\ P_{i+1}),\ P_iP_{i+1} \in \text{On-Side1}(L)\};$$
$$\text{On2} = \{I \mid I = P_i\ (\text{或}\ P_{i+1}), P_iP_{i+1} \in \text{On-Side2}(L)\}.$$

应该指出的是,这里没有考虑 $P_iP_{i+1} \subset L$ 这一情形。由于它可由 $P_{i-1}P_i$ 和 $P_{i+1}P_{i+2}$ 与 L 的关系得到,因而,无需对它进行分类。当然,多边形与直线 L 交于其顶点 P_i 时,交点 P_i 的分类可能出现二义性。为此,作如下规定:

1) 若 $P_{i-1}P_i$,P_iP_{i+1} 同属于 $S^+(L)$ 或 $S^-(L)$,则将 P_i 看作不是直线 L 与多边形 P 的交;

2) 若 $P_{i-1}P_i$,P_iP_{i+1} 分别位于直线 L 的两侧,则将 P_i 归为 Cross 类。

这样,即可得到线段与多边形交点的完备分类。

3 任意多边形窗口的裁剪算法

根据上一节的交点分类,可方便地求得线段 Q_jQ_{j+1} 位于多边形 P 的内部或外部。多边形 Q (其顶点为 Q_1, $Q_2,\cdots,Q_m$) 关于窗口多边形 P 的裁剪过程可分解为 Q 或 P 的每条边关于多边形 P 或 Q 的裁剪。

在下面的讨论中,定义多边形任一边所在直线 L 的内法向为垂直于 L 且指向该多边形内部的平面向量,而直线 L 的内法向所指的半空间则定义为 $S^-(L)$。与 Weiler-Atherton算法不同,线段被一多边形分割生成的子线段关于该多边形的状态可分为三类,即位于其内部的 $E(\text{In})$、外部的 $E(\text{Out})$ 和边界上的 $E(\text{On})$。其实,在多边形裁剪时,状态为 $E(\text{On})$ 的子线段就是引起裁剪结果二义性的原因所在。这里,通过两边界的内法向是否相同来对它作出归类。若内法向相同,则该子线段的状态归为 $E(\text{In})$ 类;否则归为 $E(\text{Out})$ 类。

假设线段 Q_jQ_{j+1} 的参数方程为 $Q(t) = Q_j + t(Q_{j+1} - Q_j)$,$t \in [0, 1]$,它与多边形 P 的交点依次为(按系数 t 的递增顺序) $I, I_2,\cdots,I_k$(k 为交点个数)。记当前子线段 $I_{j-1}I_j$ 的状态为 S,子线段 I_jI_{j+1} 的状为 S',则 S' 可由 S 和 I_j 的类别唯一确定,其确定的方式可总结为表 1。这样,若 $I_{j-1}I_j$ 的状态为 S, I_j 的类别为 C,则表 1 中的行、列元素即为 I_jI_{j+1} 的状态 S'。由此,即可方便地确定出 Q_jQ_{j+1} 上各子线段关于多边形 P 的

表 1 线段关于多边形的状态确定方法

状态 S / 交点 I_j 类别 / 状态 S'	$E(\text{Out})$	$E(\text{In})$
Cross	$E(\text{In})$	$E(\text{Out})$
On1	$E(\text{In})$	$E(\text{Out})$
On2	$E(\text{Out})$	$E(\text{In})$

状态.

根据上述结论,即可设计出下面的裁剪算法. 在本算法中,将参与裁剪的多边形 P,Q 均采用环形表来定义,它们的顶点按顺时针方向排列. 首先求出 P 与 Q 之间的所有交点,然后按各自参数顺序插入两环形顶点表中,并在两环形表的同一交点之间建立双向指针. 多边形 P 或 Q 环形表中的交点类别分别由产生交点的 Q 或 P 关于 P 或 Q 的相应边来分类. 先从被裁剪多边形 Q 的环形表中取一状态为 E(In) 的线段, 从该线段的起始点出发,按顺时针跟踪被裁剪多边形表, 直至发现下一线段状态为 E(Out) 为止. 然后根据当前线段的终点（它必为一交点）所设的指针转到窗口多边形 P 的顶点表中的相应位置,进行类似跟踪至下一个出口交点,再转到 Q 的环形表继续跟踪. 若跟踪回到起始点,则得到了一个完整的结果多边形,并再从当前终点出发,继续上述过程, 直至跟踪完环形表中的所有顶点为止. 这样, 即可得到裁剪结果多边形的顶点表. 对位于裁剪窗口多边形外侧的多边形亦可用同样方式来构造,这时跟踪两多边形表中状态为 E(Out) 的那些子线段即可.

4　执行结果和结论

本算法已在浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室的 SUN SPARC-I 工作站上实现, 图 1(b) 和图 1(d) 是用本方法生成的裁剪结果多边形,其中图 1(a)、图 1(c) 是两个参与裁剪的多边形. 由图可以看出,本算法能处理各种奇异情况.

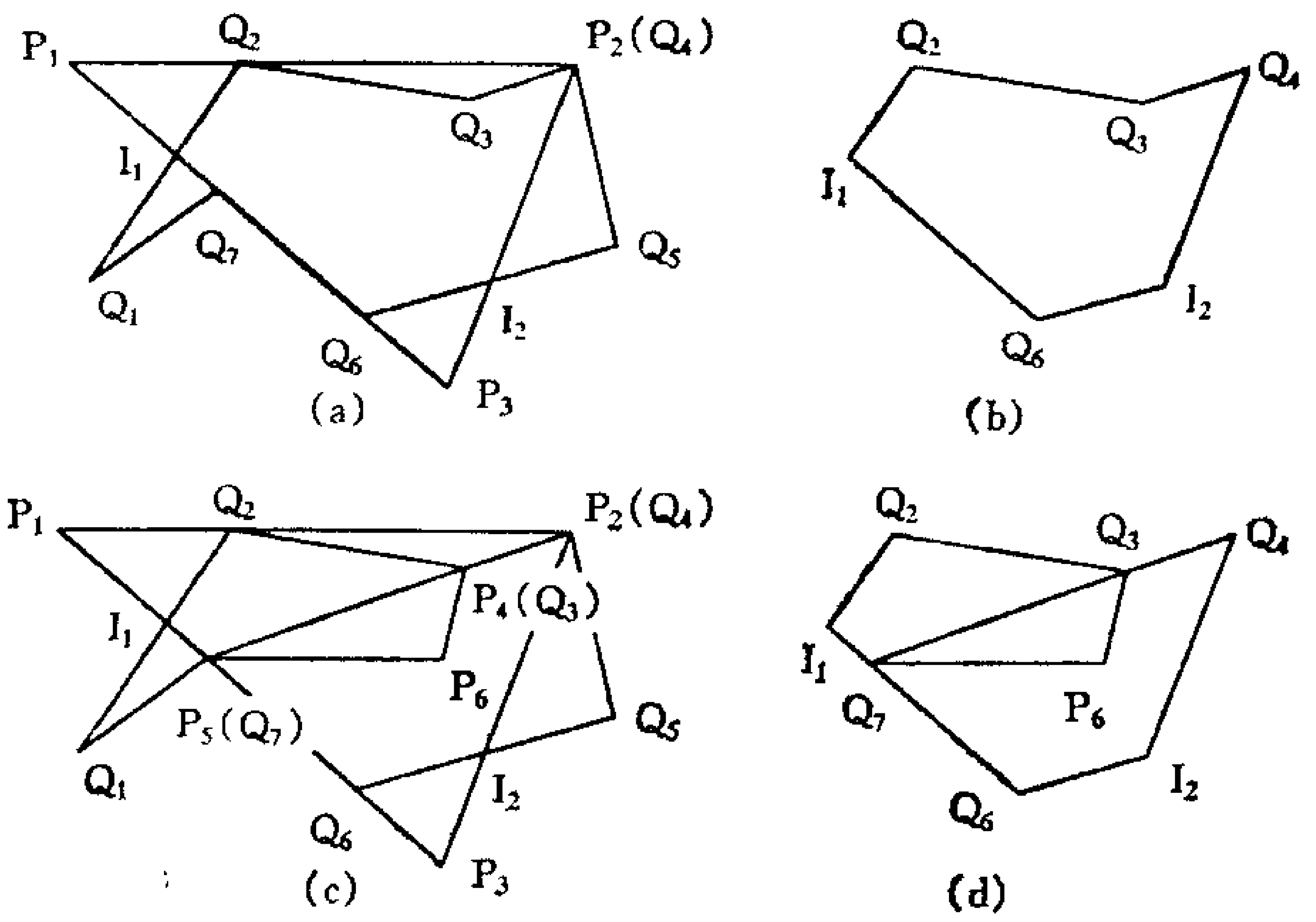

图 1　裁剪结果图例

根据对直线与多边形的交点进行完备分类的方法, 给出了一种可靠的任意多边形裁剪算法. 实算结果表明,该算法能处理复杂的多边形,且非常稳定可靠.

参　考　文　献

[1] Cyrus M, Beck J. Generalized two-and three-dimensional clipping. *Computer Graphics*, 1978, 3: 23—28.

[2] Sutherland I E, Hodgman G W. Reentrant polygon clipping. *CACM*, 1974, 17: 32—42.

[3] Liang Y D, Barsky B. A New concept and method for line clipping. *CACM*, 1983, **26**: 868—877.

[4] Weiler K, Atherton P. Hidden surface removal using polygon area sorting. *Computer Graphics*, 1977, **11**: 214—222.

AN EFFICIENT POLYGON CLIPPING ALGORITHM

BAO HUJUN PENG QUNSHENG

(*State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University Hangzhou* 310027)

ABSTRACT

An effiecient algorithm for classfying intersection points between two line segments was first presented by using the property of algebraic curve. Based on this algorithm, we proposed a robust polygon clipping algorithm, which can deal with various ambiguous cases. Experiments show that the algorithm is very stable and reliable.

Key words: Polygon, clipping, algebraic curve.

1995 年为本刊审稿者名单

万百五	马颂德	马小亮	于景元	于年才	王诗宓	王 珏	王朝珠
王恩平	王 龙	王治宝	王正中	王 联	王先甲	王 伟	王浣尘
王梅生	王先来	王正志	王众讬	王 磊	王秀峰	王桂增	王占林
毛绪瑾	毛剑琴	方崇智	方棣堂	邓自立	邓志东	井元伟	白 硕
龙肖虎	史忠植	史定华	叶庆凯	叶银忠	叶正明	石纯一	石青云
卢桂章	卢立磊	边肇祺	冯纯伯	冯德兴	冯昭枢	田玉平	申铁龙
司徒荣	安森健	孙增圻	孙优贤	孙德锋	孙凤媛	许可康	伍清河
刘永清	刘晓平	刘少民	刘中仁	刘宗富	朱先民	朱学峰	朱广田
朱宗林	朱雪龙	吉英存	阮荣跃	任 章	陈振宇	陈宗基	陈世福
陈来九	陈伯时	陈锦江	陈由迪	陈彭年	陈文德	陈新海	陈浩勋
陈祖浩	李介谷	李清泉	李 波	李友善	李静如	李光泉	李耀通
李嗣福	李人厚	李国杰	李训经	李 勇	李 伟	李 慷	杨自厚
杨福生	杨成悟	吴智铭	吴 麒	吴立德	吴宏鑫	吴秋峰	吴健中
吴启迪	吴沧浦	吴哲辉	邵世煌	邵 诚	余达太	何善堉	汪寿阳
汪应洛	邹 云	沈曾平	忻 欣	张洪钺	张纪峰	张友良	张友民
张福恩	张 铃	张绪定	张长水	张天序	张嗣瀛	张承福	张 钹
张恭清	张贤达	张立明	张 霖	张化光	张维存	张兆璞	张松懋

(下转第 722 页)