

基于给定的相角裕度和幅值裕度的 PID 参数自整定新方法¹⁾

柴天佑 张贵军

(东北大学自动化研究中心 沈阳 110006)

摘要 给出一种新的基于给定相角裕度和幅值裕度的 PID 参数自整定方法 SPAM 法. 该方法可独立整定 PID 调节器所有参数. 仿真结果表明 SPAM 法明显优于其它整定方法.

关键词 自适应控制, 描述函数, PID 控制, SPAM 法, 继电控制.

1 引言

大量工业调节器均具有 PID 结构. 现在已经有很多 PID 参数整定方法. Ziegler-Nichols 法^[1](简称 Z-N 法)应用最广泛, 但为测量临界增益和临界周期, Z-N 法需要使系统接近临界状态运行, 这很易产生增幅振荡, 并使系统毁坏. 文献[2]提出在闭环回路中加入理想继电特性产生继电振荡来测量临界增益和临界周期的方法避开 Z-N 法的缺点. 文献[3]提出 Z-N 法的改进算法 RZN 法. RZN 法不适于整定不稳定对象.

文献[4—6]以期望系统具有给定相角裕度为目的, 提出两种 PID 参数整定方法. 由于缺乏整定条件, 这些方法不得不引入一个线性经验关系式, 以致控制效果不令人满意.

基于给定相角裕度的整定方法不能保证整定后系统具有给定幅值裕度. 利用幅值裕度和相角裕度整定 PID 参数能使系统具有良好的控制性能和鲁棒性能. 文献[7]提出一个利用幅值裕度和相角裕度整定 PID 参数的整定方法. 该方法不适于整定不稳定对象.

本文提出一个基于给定相角裕度和幅值裕度的 PID 参数自整定新方法 SPAM 法. 该方法利用较少的对象信息, 可独立整定 PID 调节器所有参数. 仿真实验表明, SPAM 法在性能上明显优于其它整定方法.

2 SPAM 法整定原理

SPAM 法系统方框图如图1所示. 滞环继电特性的负倒描述函数为

$$-\frac{1}{N(A)} = -\frac{\pi}{4d} \sqrt{A^2 - \epsilon^2} - j \frac{\pi\epsilon}{4d}, \quad (1)$$

$-1/N(A)$ 是平行于负实轴的一条直线. 在 SPAM 法中, 滞环继电特性经过具有给定相角

1) 本文研究得到国家自然科学基金会优秀人才专项基金资助.

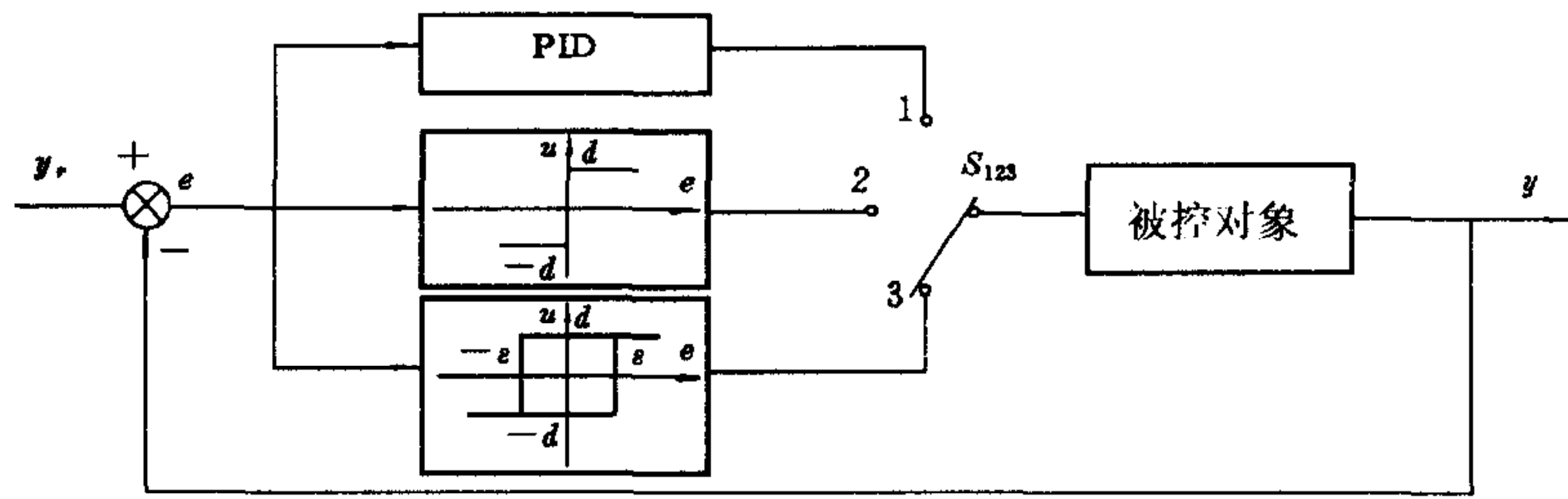


图1 SPAM 法系统方框图

裕,通过选择不同的 ϵ 值和 d 值,可选择给定虚部的被控对象 Nyquist 曲线上点 Q . 通过期望的 PID 调节器参数 K_P, T_I 和 T_D 的值,将 Q 点移至具有给定相角裕度 ϕ_m 的点 P . 这里,点 Q 与点 P 的虚部相同. 由系统开环频率特性和图2(a)所示几何关系,可确定 T_I 和 T_D 之间的一个关系式和 K_P . 由于缺乏整定条件,多数整定方法^[4-6]不得不采用下述 T_I 和 T_D 之间线性经验关系式以求得 T_I 和 T_D :

$$T_I = \xi \cdot T_D, \tag{2}$$

通常 ξ 取1.5—4. 在 SPAM 法中,由于引入幅值裕度 K_g , 补足了整定条件,从而可独立整定 PID 调节器参数.

为保证闭环系统具有给定的幅值裕度,系统 Nyquist 曲线上穿越频率 ω_g ($\phi(\omega_g) = -180^\circ$) 处幅值必为 $1/K_g$. 在工程上,一般要求具有期望稳定裕度的系统在剪切频率 ω_c (幅值为1)处斜率为 -20 dB/十倍频. 定义在 ω_g 处斜率也为 -20 dB/十倍频,可得到 ω_g, ω_c 和 K_g 之间的一个关系式,进而可求得 ω_g . 通常, ω_g 大于被控对象的穿越频率 ω'_g . 如图2(b)所示,被控对象 Nyquist 曲线上具有频率 ω_g 的点 S 不能通过实验获得,然而,在 SPAM 法中,利用 PID 调节器作用,点 S 将被移至负实轴上具有幅值 $1/K_g$ 的点 M . 由系统开环频率特性和图2(b)所示几何关系,通过引入一无量纲数 β ($\beta = \tan\phi$) 可确定 T_I 和 T_D 之间的另一关系式. 这样可独立计算出 T_I 和 T_D . 这就是 SPAM 法整定原理.

3 SPAM 法整定公式

图1中的开关 S_{123} 切向1点时,系统开环传递函数为

$$G_K(s) = K_P \cdot (1 + ST_D + \frac{1}{ST_I}) \cdot G(s), \tag{3}$$

开环频率特性为

$$G_K(j\omega) = K_P \cdot G(j\omega) + jK_P G(j\omega) (\omega T_D - \frac{1}{\omega T_I}). \tag{4}$$

3.1 滞环继电器特性与被控对象 Nyquist 曲线的交点在单位圆外

如图2(a)所示,对 Nyquist 曲线与负实轴有交点的被控对象 $G_1(s)$ 和 $G_3(s)$, 设 P 点坐标为 $P(-\cos\phi_m, -j \sin\phi_m)$, 由(1)式可得

$$\epsilon = \frac{4d}{\pi} \cdot \sin\phi_m, \tag{5}$$

图1中开关 S_{123} 切向3点时,系统在自整定状态下按继电器控制方式运行. 振荡角频率为 ω_c ,

振荡幅值为 A . 如图2(a)所示, 设 Q 点坐标为 $Q(-\chi_0, -j \sin\phi_m)$, 其中, χ_0 是振荡点 Q 的实部, 可由下式得到:

$$\chi_0 = \frac{\pi}{4d} \cdot \sqrt{A^2 - \varepsilon^2}. \quad (6)$$

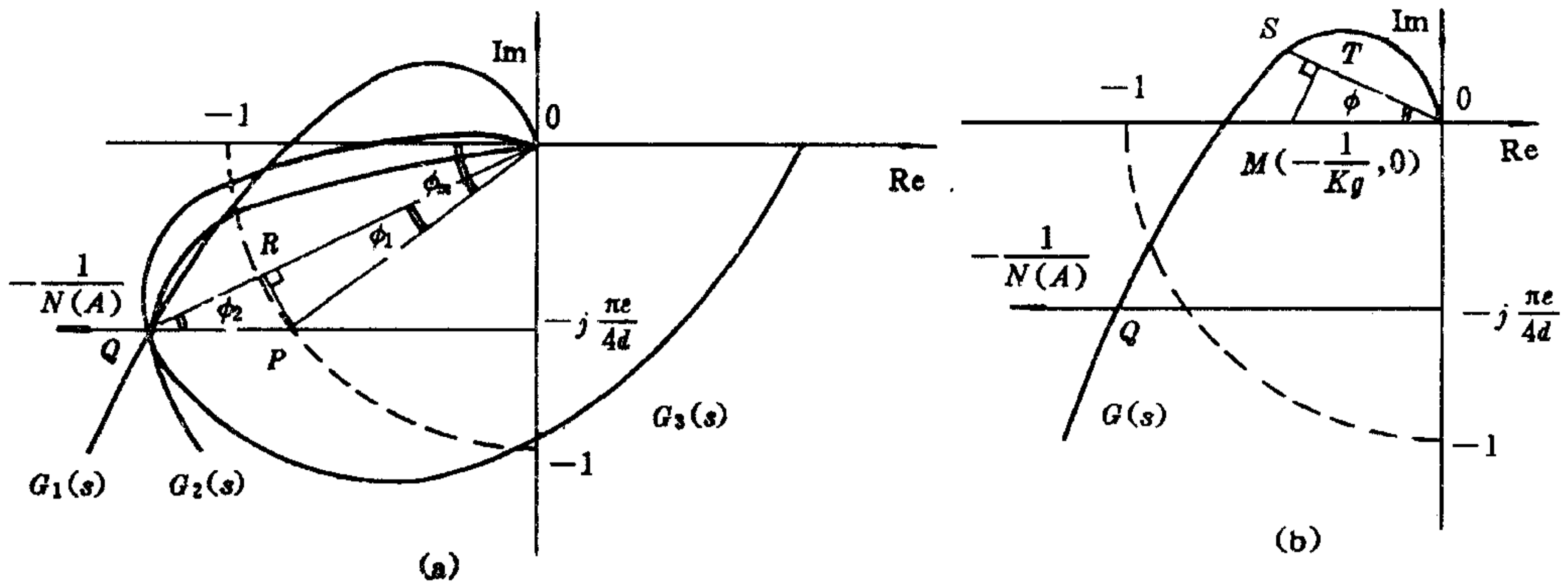


图2 点 Q 在单位圆外时的自整定公式推导关系图

由图2(a)所示几何关系和式(4)可得 T_I 和 T_D 之间的第一个关系式

$$\tan \phi_1 = \omega_c \cdot T_D - \frac{1}{\omega_c \cdot T_I} = \alpha. \quad (7)$$

图2(a)中的幅值 $|OR|$ 是比例系数 K_P 作用于被控对象 $G_1(s), G_3(s)$ 在点 Q 的幅值 $|G(j\omega_c)|$ 所得, 因而可得到比例系数 K_P

$$K_P = \frac{|OR|}{|OQ|} = \frac{|OP| \cdot \cos\phi_1}{|G(j\omega_c)|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2} \cdot \sqrt{\chi_0^2 + \sin^2\phi_m}}. \quad (8)$$

式(8)整定出的 K_P 对被控对象 $G_1(s)$ 适合, 而对 Nyquist 曲线起始点在正实轴上的被控对象 $G_3(s)$ 则太大, 这是因为 $G_3(s)$ 的 Nyquist 曲线与负实轴的交点离原点太近. 对被控对象 $G_3(s)$, 比例系数 K_P 被校正为

$$K_{P1} = \alpha_1 \cdot K_P, \quad (9)$$

其中 α_1 等于 0.5. 式(8)中的无量纲数 α 实际上仅由相角裕度 ϕ_m 和被控对象固有特性决定. 如图2(a)所示, 在 $\triangle OPQ$ 中, 由正弦定理可得

$$\frac{\sin\phi_2}{|OP|} = \frac{\sin\phi_1}{|QP|}, \quad (10)$$

从而可得到

$$\frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2}} = \frac{\sin\phi_m}{\sqrt{\chi_0^2 + \sin^2\phi_m}} \cdot (\chi_0 - \cos\phi_m). \quad (11)$$

上式中, 若给定了相角裕度 ϕ_m , 且由式(6)计算出振荡点 Q 的实部 χ_0 , 无量纲数 α 就被唯一确定下来.

在工程上, 为保证系统稳定, 要求在 ω_c 和 ω_g 之间的 Bode 图斜率为 -20 dB/十倍频^[8], 所以近似可有

$$\frac{L_{K_g}}{\log\omega_g - \log\omega_c} = 20, \quad (12)$$

其中 K_g 为给定的幅值裕度,于是可得到

$$\omega_g = K_g \cdot \omega_c. \quad (13)$$

根据第2节分析,由图2(b)所示几何关系和式(4),可得 T_I 和 T_D 之间的第二个关系式,令

$$\tan \phi = \omega_g \cdot T_D - \frac{1}{\omega_g \cdot T_I} = \beta, \quad (14)$$

由式(7),(14),可独立解出 T_I 和 T_D

$$T_I = \frac{K_g^2 - 1}{K_g \cdot \omega_c \cdot (\beta - \alpha \cdot K_g)}, \quad T_D = \frac{\beta \cdot K_g - \alpha}{\omega_c (K_g^2 - 1)}. \quad (15), (16)$$

从式(15),(16)可看出,无量纲数 β 应满足

$$\beta > \alpha \cdot K_g. \quad (17)$$

此种情况下, β 在区间 $(\alpha \cdot K_g + 1.0, \alpha \cdot K_g + 1.2)$ 上取值时,控制效果理想。

这样,滞环继电特性与被控对象 Nyquist 曲线的交点在单位圆外时,由式(8),(15),(16)就可独立整定出 PID 调节器参数。

3.2 滞环继电特性与被控对象 Nyquist 曲线的交点在单位圆内

此种情况下,公式推导关系图与图2类似,存在下述区别: 1)点 Q 在单位圆内. 2)由于 $K_P > 1$,点 R 在滞环继电特性下方的单位圆内,点 T 不为被控对象 Nyquist 曲线包围. 这样,对 Nyquist 曲线与负实轴有交点的被控对象 $G_1(s)$ 和 $G_3(s)$,设 P 点坐标为 $P(-\cos\phi_m, j \sin\phi_m)$, Q 点坐标 $Q(-\chi_0, -j \sin\phi_m)$,当给定了相角裕度和知道了振荡幅值后, χ_0 的值由式(6)决定. 如图1所示,开关 S_{123} 切向3点时,系统在自整定状态下按继电控制方式运行. 振荡角频率为 ω_c ,振荡幅值为 A . 根据2节中分析,由公式推导关系图和(4)式可得到

$$\tan\phi_1 = -\omega_c \cdot T_D + \frac{1}{\omega_c \cdot T_I} = \alpha, \quad (18)$$

其中,无量纲数 α 仍由相角裕度 ϕ_m 和由式(6)计算出的 χ_0 决定

$$\frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2}} = \frac{\sin\phi_m}{\sqrt{\chi_0^2 + \sin^2\phi_m}} \cdot (\cos\phi_m - \chi_0), \quad (19)$$

与3.1节分析类似,比例系数 K_P 仍由式(8)决定,式(8)整定出的 K_P 对被控对象 $G_1(s)$ 适合,而对 Nyquist 曲线起始点在正实轴上的被控对象 $G_3(s)$ 则太大. 这时,比例系数 K_P 仍利用式(9)校正.

相同于3.1节分析,也可得到 ω_g, ω_c 和 K_g 之间的关系式(13)和 T_I 与 T_D 之间的关系式(14). 由式(18),(14),可解出 T_I 和 T_D

$$T_I = \frac{K_g^2 - 1}{K_g \cdot \omega_c \cdot (\beta + \alpha \cdot K_g)}, \quad T_D = \frac{\beta \cdot K_g + \alpha}{\omega_c \cdot (K_g^2 - 1)}. \quad (20), (21)$$

可看出式(14)决定的无量纲数 β 仅需非负即可. 但实际上,为获得一理想控制效果,无量纲数 β 不能任意选取. 在 SPAM 法中,无量纲数 β 这样选取:图1中的开关 S_{123} 切向2点时,系统按理想继电控制方式运行,振荡角频率为 ω'_g . 引入一无量纲数 n 选择 β

$$n = \frac{\omega_g - \omega'_g}{\omega'_g}. \quad (22)$$

此种情况下, β 在区间 $(n - 0.4, n + 0.4)$ 上取值时,控制效果理想.

这样,滞环继电特性与被控对象 Nyquist 曲线的交点在单位圆内时,由式(8),(20),(21)就可整定出 PID 调节器参数.

如图2所示,对 Nyquist 曲线与负实轴无交点的被控对象 $G_2(s)$,固有幅值裕度为 ∞ ,不要求闭环系统具有给定的幅值裕度,这时,选定积分时间常数和微分时间常数之间的线性经验关系式(2).在两种不同情况下,将式(2)分别和式(7)(18)联合求解,就可获得 PID 调节器参数.

4 性能比较

下面将对 SPAM 法和 Z-N 法、RZN 法、PM 法以及文献[7]方法进行性能比较.选取 $T_s=0.2\text{ s}$, $\phi_m=30^\circ$, $L_{K_g}=10\text{ dB}$.根据文献[7],当 $\phi_m=30^\circ$ 时,取 $K_g=1.5$.

例1. 考虑最小相位被控对象

$$G(s) = \frac{e^{-2s}}{1+s}$$

仿真曲线如图3(a)所示.根据文献[7],对一阶被控对象,将采用 PI 调节器,因而无法与其它方法进行比较.根据文献[6],可以利用 PM 法整定参数,但所获仿真曲线是一强烈减衰振荡曲线,因而图3(a)未给出 PM 法仿真曲线.下面给出应用不同自整定方法获得的 PID 参数.SPAM 法: $\beta=1.0$, $K_P=0.6518$, $T_I=2.0774$, $T_D=0.4529$.Z-N 法: $K_P=0.863$, $T_I=2.8$, $T_D=0.7$.RZN 法: $K_P=0.863$, $T_I=1.79$, $T_D=0.7$, $\beta=0.81$.PM 法: $K_P=1.308$, $T_I=1.977$, $T_D=0.494$.

例2. 考虑非最小相位被控对象

$$G(s) = \frac{1-0.8s}{(s+1)^3}$$

仿真曲线如图3(b)所示.根据文献[6],可以利用 PM 法整定参数,但所获仿真曲线发散,因而图3(b)未给出 PM 法仿真曲线.下面给出应用不同自整定方法获得的 PID 参数.SPAM 法: $\beta=1.3$, $K_P=0.6492$, $T_I=2.425$, $T_D=0.793$.Z-N 法: $K_P=1.262$, $T_I=3.2$, $T_D=0.8$.RZN 法: $K_P=1.262$, $T_I=2.941$, $T_D=0.8$, $\beta=0.903$.PM 法: $K_P=1.302$, $T_I=2.718$, $T_D=0.680$.文献[7]: $K_P=1.432$, $T_I=2.106$, $T_D=0.526$.

从图3所示仿真结果可看出,SPAM 法仿真曲线在性能上优于 Z-N 法、RZN 法、PM 法和文献[7]的方法.

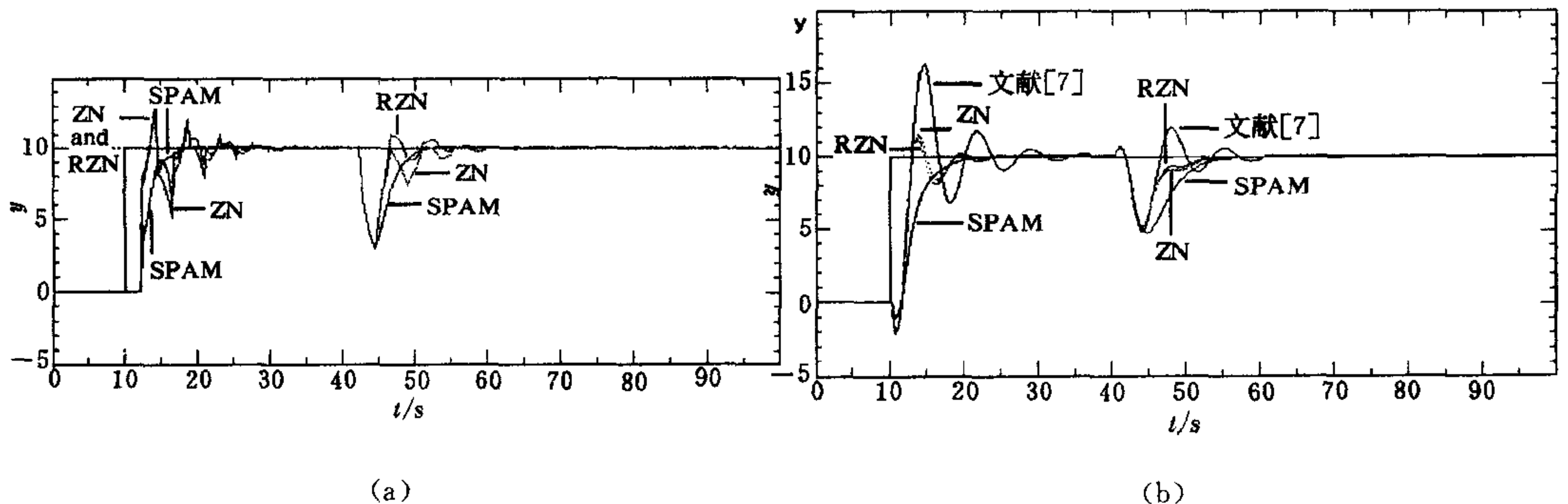


图3 仿真曲线

参 考 文 献

- [1] Ziegler J G, Nichols N B. Optimum settings for automatic controllers. *Trans. American Society of Mechanical Engineers*. 1943, **65**:433—444.
- [2] Astrom K J. Ziegler-Nichols Auto-tuners. *Report LUDF2(TFRT-3067)*. Dept. of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1982, **1**:25.
- [3] Hang C C, Astrom K J, Ho W K. Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula. *Proc. of IEE, Part-D*. 1991, **138**(2):111—118.
- [4] Astrom K J, Haggund T. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. *Automatica*. 1984, **20**(5):645—651.
- [5] Haggund T, Astrom K J. Industrial adaptive controllers based on frequency response techniques. *Automatica*. 1991, **27**(4):599—609.
- [6] 陈福祥, 杨芝雄. PID 调节器自整定的 PM 法及其公式推导. *自动化学报*. 1993, **19**(6):737—740.
- [7] Ho W K, Hang C C, Cao L S. Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications. In: Proceedings 12-th IFAC world congress. Sydney, Australia, 1993, **5**:267—270.
- [8] 杨自厚. 自动控制原理(修订版). 北京:冶金工业出版社, 1990, 160—211.

A NEW SELF-TUNING OF PID REGULATORS BASED ON PHASE AND AMPLITUDE MARGIN SPECIFICATIONS

CHAI TIANYOU ZHANG GUIJUN

(Research Center of Automation, Northeastern University, Shenyang 110006)

Abstract In this paper, based on specified phase and amplitude margins (SPAM), a new method for tuning of PID regulators is proposed, by which all parameters of PID regulators are tuned independently. Simulation results show that SPAM method has remarkably better performance than other existing methods.

Key words Adaptive control, describing function, PID control, SPAM method, relay control.

柴天佑 简历见本刊第17卷第2期.

张贵军 1971年8月生, 1993年本科毕业于哈尔滨工业大学, 同年考入东北大学自控系攻读硕士学位, 现在攻读博士学位. 研究方向: 自适应控制理论与应用.