短 文

随机多变量系统的结构与参数不变量辨识[1)]

胡德文 温熙森 王正志
(国防科学技术大学自动控制系 长沙 410073)

摘 要 引入多变量系统 Markov 参数矩阵相关分析下的最优输入设计向量,得到 Markov 参数矩阵估计. 在此基础上,推导出有色噪声干扰下多变量线性系统 Kronecker 结构不变量与参数不变量的递推辨识算法.

关键词 多变量系统,结构不变量,系统辨识,参数估计.

1 引 言

多变量系统的结构辨识一直是辨识理论界关心并致力解决的问题, Guidorzi[1]提出利用输入输出数据直接确定多输入多输出(MIMO)系统的结构不变量. 在这方面,文[2—6]采用不同方法进行了研究. 本文将研究有色噪声干扰下多变量系统 Kronecker 结构不变量与参数不变量的辨识问题. 充分利用全部 Markov 参数矩阵估计值作为二次数据,以提高结构辨识抗噪能力和参数估计精度. 同时,推导出依结构递推算法,以减少计算量.

2 Markov 参数矩阵的辨识

考虑线性离散多输入多输出(MIMO)系统

$$\boldsymbol{y}(t)=G(z)\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{v}(t), \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{y}(t)\in R^p$, $\boldsymbol{u}(t)\in R^q$ 分别为系统的输出和输入; $\{\boldsymbol{v}(t)\}$ 为平稳的零均值观测噪声向量, $\boldsymbol{v}(t)\in R^p$.

在文[6]的假设下,(1)式描述的系统可采用下面的模型描述

$$\boldsymbol{y}(t)=\sum_{\tau=1}^{N_s}G(\tau)\boldsymbol{u}(t-\tau)+\boldsymbol{v}(t), \tag{2}$$

其中 $G(\tau)$, $\tau=1,\cdots,N_s$ 是系统的 Markov 参数, N_s 为系统的调整时间. 引入如下相关函

1)得到国家自然科学基金和湖南省基金的资助.
收稿日期 1993-09-10

数

$$R_{yu}(\tau)=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{u}^T(t-\tau),\quad R_{uu}(\tau)=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\boldsymbol{u}(t)\boldsymbol{u}^T(t-\tau). \tag{3),(4}$$

文[6]证明了采用相关分析法,若输入向量满足

$$\frac{1}{N_s}\sum_{t=1}^{N_s}\boldsymbol{u}(t-i)\boldsymbol{u}^T(t-j)=\begin{cases}\mathrm{diag}(P_1,\cdots,P_q), & i=j=1-N_s,\\ 0, & i\neq j,\quad i,j=1-N_s.\end{cases} \tag{5}$$

则系统 Markov 矩阵的各个元素组成的向量,达到了一定意义下的最高辨识精度. 这时的 Markov 参数矩阵的估计值由下式给出

$$\hat{G}(\tau)=R_{yu}(\tau)\cdot\mathrm{diag}(P_1^{-1},\cdots,P_q^{-1}). \tag{6}$$

文[6]还具体给出了如何设计输入向量$\{\boldsymbol{u}(t)\}$,使得(5)式严格成立. 同时,还利用关于单变量情形的结果,给出了 $\hat{G}(\tau)$的渐近估计特性,如无偏性、均方收敛性、强一致性等. 下面的结构辨识都是以全部的 $\hat{G}(\tau)$ $(\tau=1-N_s)$作为二次数据进行的.

3 多变量系统的结构辨识

状态空间描述一个系统的方式不是唯一的. 在系统能观测的情况下,可用 Lueuberger 规范型描述. 根据 Guidorzi 的工作[1],此时系统可完全等价地用 p 个多输入单输出子系统的差分方程来表示,在不考虑噪声($\boldsymbol{v}(t)\equiv 0,\forall\ t$)时,即

$$y_i(t+v_i)=\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{v_{ij}}\alpha_{ijk}y_j(t+k-1)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{v_j}\beta_{\Delta_{ik}j}u_j(t+k-1),i=1-p. \tag{7}$$

其中 $y_i(i=1-p)$和 $u_j(j=1-q)$分别为系统输出、输入向量 $\boldsymbol{y}$ 和 $\boldsymbol{u}$ 的第 i 和第 j 个分量;v_{ij}为系统的可观型结构不变量,$v_{ij}=v_i$;$\Delta_{ik}=v_1+v_2+\cdots+v_{i-1}+k$,称 v_i 为系统的 Kronecker 不变量,它们刻划了线性多变量系统结构的本质;元素 α_{ijk}称为系统的参数不变量.

在(7)式中,当 $1\leq\tau\leq N_s-v_i$ 时,可证明有

$$g_{im}(\tau+v_i)=\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{v_{ij}}\alpha_{ijk}g_{im}(\tau+k-1),i=1-p,m=1-q, \tag{8}$$

其中 $g_{im}(\tau)$ 为 Markov 参数矩阵 $G(\tau)$的第 i 行 m 列元素. 由于(8)式只含 α_{ijk}元素,可简化结构辨识.

构造新的数据向量

$$\boldsymbol{\varphi}_i(\tau)[g_{il}(\tau),\cdots,g_{i1}(\tau+L),\ g_{i2}(\tau),\cdots,g_{i2}(\tau+L),\cdots,g_{iq}(\tau),\cdots,g_{iq}(\tau+L)]^T, \tag{9}$$

其中 $L=N_s-\max\limits_i(v_i)$,而$\max\limits_i(v_i)$是根据先验知识估计的各个 v_i 值的最大值,要求有 $N_s\geq 2\max\limits_i(v_i)$.

按如下顺序与规则将 $\boldsymbol{\varphi}_i(\tau)$排列起来

$$\boldsymbol{\varphi}_1(1),\cdots,\boldsymbol{\varphi}_p(1);\boldsymbol{\varphi}_1(2),\cdots,\boldsymbol{\varphi}_p(2);\boldsymbol{\varphi}_1(3),\cdots,\boldsymbol{\varphi}_p(3);\cdots. \tag{10}$$

如果新增排列的向量与前面向量线性相关,则不加入上述排列. 设目前已选入 l 个向量,按此秩序构成矩阵 Φ_l,相对应的第 i 个输入分量的参数不变量 α_{ijk}构成 l 维向量 θ_i^l.

现在进行第 $l+1$ 步选择. 试选向量 $\boldsymbol{\varphi}_m(\delta_m^l+1)$,组成新的选择矩阵

$$\boldsymbol{\Phi}_{l+1}=[\boldsymbol{\Phi}_l \quad \boldsymbol{\varphi}_m(\delta_m^l+1)],\tag{11}$$

其中 $\delta_i^l(i=1-p)$为计数指针,表示在 $\boldsymbol{\Phi}_l$ 中形如 $\boldsymbol{\varphi}_i(\cdot)$的向量个数.

当(8)式有方程误差时,采用最小二乘法得到 $\boldsymbol{\theta}_m^l$ 的估计值

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_m^l=\boldsymbol{\Omega}_l\boldsymbol{\Phi}_l^T\boldsymbol{\varphi}_m(\delta_m^l+1),\ \boldsymbol{\Omega}_l=(\boldsymbol{\Phi}_l^T\boldsymbol{\Phi}_l)^{-1}.\tag{12),(13}$$

则由于前 l 步选择中,$\boldsymbol{\Phi}_l$ 各列互不相关,$\boldsymbol{\Phi}_l^T\boldsymbol{\Phi}_l$ 是非奇异的,$\boldsymbol{\Omega}_l$ 存在.

尝试 $\boldsymbol{\Omega}_l$ 是否能增加维数. 由(11)和(13)式,有

$$\boldsymbol{\Omega}_{l+1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega}_l^{-1} & \boldsymbol{\Phi}_l^T\boldsymbol{\varphi}_m(\delta_m^l+1)\\ \boldsymbol{\varphi}_m^T(\delta_m^l+1)\boldsymbol{\Phi}_l & \boldsymbol{\varphi}_m^T(\delta_m^l+1)\boldsymbol{\varphi}_m(\delta_m^l+1)\end{bmatrix}^{-1}.\tag{14}$$

定义行列式的比值作为判据

$$J_m(\delta_m^l)=\frac{\det\boldsymbol{\Omega}_l}{\det\boldsymbol{\Omega}_{l+1}},\tag{15}$$

则利用分块矩阵行列式公式,等价地有

$$J_m(\delta_m^l)=\boldsymbol{\varphi}_m^T(\delta_m^l+1)[\boldsymbol{\varphi}_m(\delta_m^l+1)-\boldsymbol{\Phi}_l\hat{\boldsymbol{\theta}}_m^l].\tag{16}$$

同时,利用分块矩阵求逆公式,有

$$\boldsymbol{\Omega}_{l+1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega}_l & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}+J_m^{-1}(\delta_m^l)\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\theta}}_m^l\\ -1\end{bmatrix}[\hat{\boldsymbol{\theta}}_m^l\ -1].\tag{17}$$

试选的 $\boldsymbol{\varphi}_m(\delta_m^l+1)$能否入选(10)式中,要看它与前面选得所有向量是否线性相关,也就是要看 $\boldsymbol{\Omega}_{l+1}$是否满秩?等价地要看 $\boldsymbol{\Omega}_{l+1}$是否奇异?即 $\det\boldsymbol{\Omega}_{l+1}^{-1}=0$ 是否成立?由于 $\det\boldsymbol{\Omega}_l^{-1}\neq0$,故可由(15)式判断 $J_m(\delta_m^l)=0$ 是否成立.

在辨识中(9)式的各元素用 $\hat{g}_{ij}(\cdot)$代替,此时(8)式总有方程误差. 由(12)式得到 $\boldsymbol{\theta}_m^l$ 的最小二乘估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_m^l$,可以推知,(16)式计算出的 $J_m(\delta_m^l)$实际上就是估计残差平方和. 此时判断 $J_m(\delta_m^l)\to0$ 或显著减小是完全合理的. 与行列式比值判据完全等价.

现在可进行判别. 如果 $J_m(\delta_m^l)\to0$ 或与前面的 $J_m(\cdot)$值相比 $J_m(\delta_m^l)$显著减小,则根据 Kronecker 不变量的性质,可确定 $v_m=\delta_m^l$,与 m 相应的参数不变量也由(12)式确定下来. 这时,在(10)式的选择中,形如 $\boldsymbol{\varphi}_m(\cdot)$的向量不再选入(否则仍有 $J_m(\cdot)\to0$ 出现). δ_m^l 的计数被固定下来.

如果 $J_m(\delta_m^l)\to0$ 的显著性不成立,则第 $l+1$ 步的选择成立,执行(16)和(17)式运算. l 计数增 1,δ_m^l 计数增 1.

依秩序选择新的 m 值,凡是遇到 δ_m^l 已被固定的 m 值即跳过. 计算(12)式,判断(16)式,考虑是否执行(17)式. 如此循环,直至有 p 个 δ_m^l 值被固定下来为止. 这时,多变量系统的全部结构与参数不变量被确定出来.

最后计算(证明略)β 参数估计值

$$\hat{\beta}_{\Delta_{ik}m}=\hat{g}_{im}(v_i-k+1)-\sum_{j=1}^{p}\sum_{n=1}^{v_{ij}}\hat{\alpha}_{ijn}\hat{g}_{jm}(n-k),\tag{18}$$

其中 $k=1-v_i$, $i=1-p$, $m=1-q$, $\Delta_{ik}=v_1+\cdots+v_{i-1}+k$.

4 仿真结果

考虑如下系统[1,5]

$$\begin{bmatrix} z^{-1}+0.25z^{-2}-0.5z^{-3} & -0.02z^{-3} \\ -0.2z^{-3} & 1-0.4z^{-1}+0.02z^{-3} \end{bmatrix} \boldsymbol{y}(t) = \begin{bmatrix} 0.02z^{-2}+z^{-3} \\ -0.2z^{-3} \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(t), \tag{19}$$

采用长度为 1023，功率为 1 的 A-最优输入[6]在 AST-386 计算机上用 C 语言进行仿真.

1）无噪声干扰时，由本文算法得到

$J_2(0)=0.093582$，　$J_2(2)=0.070152$，　$J_1(1)=1.335807$，

$J_2(1)=0.091158$，　$J_2(3)=0.000000$，　$J_1(2)=0.000000$.

由程序判断出 $v_1=2, v_2=3$；参数不变量估计值为

$\hat{\alpha}_{111}=0.500000$，　$\hat{\alpha}_{112}=-0.250000$，

$\hat{\alpha}_{121}=0.020000$，　$\hat{\alpha}_{122}=0.000002$，

$\hat{\alpha}_{211}=-0.020001$，　$\hat{\alpha}_{212}=0.000001$，

$\hat{\alpha}_{221}=0.200000$，　$\hat{\alpha}_{222}=0.000000$，　$\hat{\alpha}_{223}=0.400000$.

2）在输入向量 $\boldsymbol{y}(t)$ 上叠加有色噪声干扰

$$\boldsymbol{v}(t) = \varepsilon(t) - 0.5\varepsilon(t-1), \tag{20}$$

其中 $\varepsilon(t)-N(0,\mathrm{diag}(0.25,0.25))$.

这时，由显著性判断仍得到 $v_1=2, v_2=3$；参数不变量估计值为

$\hat{\alpha}_{111}=0.484170$，　$\hat{\alpha}_{122}=-0.254957$，

$\hat{\alpha}_{121}=0.061712$，　$\hat{\alpha}_{122}=-0.018487$，

$\hat{\alpha}_{211}=0.043676$，　$\hat{\alpha}_{212}=0.030954$，

$\hat{\alpha}_{221}=0.208587$，　$\hat{\alpha}_{222}=0.025213$，　$\hat{\alpha}_{223}=0.414969$.

5 结　　论

首先采用最优输入设计向量，由(6)式得到多变量系统的 Markov 参数矩阵. 以此全部作为二次数据(9)式，构造出一套结构与参数不变量的依结构递推公式(12)，(16)，(17)及与之配套的结构判据(16)，前后仅需 5 个公式. 通过包括算例在内的大量仿真表明，该方法(是针对有色噪声情形的)不仅计算上简单明了，而且具有非常高的结构检测能力和参数估计精度. 可以证明，Kronecker 不变量选择正确的情况下，参数不变量的估计值强一致收敛于真值.

参 考 文 献

[1] Guidorzi R. Canonical structure in the identification of multivariable systems. *Automatica*, 1975, **11**:361－374.

[2] Tse E, Weinert HL. Structure determination and parameter estimation for multivariable stochastic linear systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1975, **20**:603－613.

[3] Suen L C, Liu R. Determination of the structure of multivariable stochastic linear systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1978, **23**:458－463.

[4] El-Sherief H, Shinha N K. Determination of the structure of a canonical model for the identification of linear multivariable systems. Proc. of the 5th IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation, 569—576.
[5] 王秀峰，卢桂章．多变量线性系统的递推辨识算法．自动化学报，1981，7(4):569—576.
[6] Hu Dewen. Optimal input design for identifying the Markov parameters of MIMO systems. *Preprints of the 11th IFAC World Congress*, 1990, **3**:192—197.

IDENTIFICATION OF STRUCTURE AND PARAMETER INVARIANTS FOR MULTIVARIABLE STOCHASTIC LINEAR SYSTEMS

HU DEWEN WEN XISHENG WANG ZHENGZHI
(Dept. of Automatic Control, National University of Defence Technology, Changsha 410073)

Abstract Firstly, this paper introduces the optimal input vector for identifying Markov parameter matrices of multivariable linear systems with correlation analysis method. Based on all of the estimated Markov parameters, then, a recursive algorithm is derived for identifying the Kronecker invariants and parameter invariants of multivariable linear systems in the presence of colored noises.

Key words Multivariable systems, structure invariants, system identification, parameter estimation.

(上接 318 页)

CC on Systems Engineering and Management	**Manfred Deistler**	**A**
TC on Large Scale Systems	P. D. Roberts	UK
TC on Man/Machine Systems	H. G. Stassen	NL
TC on Computer Aided Control Systems Design	J. O. Gray	UK
TC on Business and Management Techniques	S. Mittnik	D
TC on Computation in Economic, Financial & Engineering Economic Systems	B. Rustem	UK
TC on Supplemental Ways for Improving International Stability	P. Kopacek	A
CC on Global and Educational Issues of Automation	**Lena Martensson**	**S**
TC on Control Education	K. H. Fasol	D
TC on Social Impact of Automation	D. Brandt	D
TC on Aspects of Developing Countries and Culture for Automation	A. T. Dinibutun	TR
CC on Industrial Applications	**Thomas McAvoy**	**USA**
TC on Chemical Process Control	C. G. Georgakis	USA
TC on Mining, Mineral and Metal Processing	S. L. Jamsa-Jounela	SF
TC on Power Plants and Power Systems	H. W. Weber	D
TC on Control of Biotechnological Processes	S. Shioya	J
TC on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes	R. J. Patton	UK
CC on Transportation and Vehicles	**Mogens Blanke**	**DK**
TC on Aerospace	E. Gottzein	D
TC on Automative Control	U. Kiencke	D
TC on Marine Systems	G. N. Roberts	UK
TC on Air Traffic Control Automation	S. C. Mohleji	USA
TC on Transportation Systems	J. P. Perrin	F
TC on Intelligent Autonomous Vehicles	M. Salichs	E
CC on Computer Control	**Juan de la Puente**	**E**
TC on Distributed Computer Control Systems	I. Mac Leod	RSA
TC on Real Time Software Engineering	W. Halang	D
TC on Artificial Intelligence in Real Time Control	R. Vingerhoeds	NL
TC on Algorithms and Architectures for Real Time Control	W H. Kwon	RK
TC on Safety of Computer Control Systems	G Suski	USA