第 23 卷 第 4 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 23, No. 4
1997 年 7 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Jul, 1997

短 文

点发序列问题的控制策略1)

邢科义　李俊民　许祥秦
(西安电子科技大学应用数学系　西安　710071)
胡保生
(西安交通大学系统工程研究所　西安　710049)

摘　要　在离散事件系统的 Petri 网模型下，讨论是否存在控制策略使得仅有希望的序列使能，而又保持事件的并发性的问题. 证明了存在这种策略的必要充分条件是给定的目标序列集是可控的. 在目标序列集不可控而所考虑的序列集都是 Petri 网点发序列集时，提出了综合给定序列集的极大可控子序列集生成器的方法.

关键词　点发序列问题，Petri 网，控制策略.

1　引　言

在离散事件系统控制理论中，Ramadge 和 Wonham[1]在自动机语言下研究了各种控制问题，讨论了监督控制，即使闭环系统沿目标语言演化的动态控制器的存在性，给出了监控器的综合方法. 但事件的并发性是不能用自动机语言来描述的，从而被排除在他们研究的情形之外.

Petri 网(P-网)是模拟分析并发事件系统的有力工具，它能清楚地描述事件的相关性和独立性，以及事件的并发性. Ichikawa 和 Ushio[2,3]仅在一些特殊情况下讨论了基于 P-网的控制问题. 本文在一般的 P-网中讨论点发序列问题，在系统行为和希望行为都是 P-网序列集时，给出了问题的控制策略存在的必要充分条件，以及综合方法. 提出了接受极大可控子序列集的受控系统的构造方法.

2　Petri 网点发序列集，控制策略

本文讨论 P-网 $N=(P,T,I,O,m_0)$[4]中几个变迁可以同时点发数次的情形，即在标识 m 下点发的变迁全体是一个变迁袋. 用 T^∞ 表示 T 上的所有变迁袋的集合. $b\in T^\infty$ 称为在 m 下是状态使能的，如果对所有 $p\in P$，有 $\sum_{t\in b}\#(p,t)\leqslant m(p)$，其中 $\#(u,v)=$

1)　国家自然科学基金和西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室基金资助项目.

收稿日期　1994-04-08

$\begin{cases}1, (u,v)\in I\subseteq \bigcup O,\\ 0,(u,v)\notin I\bigcup O.\end{cases}$ 在 m 下,状态使能的变迁袋 b 的点发使系统由 m 变为状态 m', $m'(p)=m(p)+\sum_{t\in b}\#(t,p)-\sum_{t\in b}\#(p,t)$,记作 $m[b>m'$. 用 $R(N,m_0)$ 记 N 的可由 m_0 到达的标识之集. T^{∞^*} 表示所有变迁袋序列之集. 记号 $m[b>m'$ 自然地可扩展到 T^{∞^*} 上. 从 m_0 可依次点发的变迁袋序列之集就是 N 生成的点发序列集 $L(N)=\{\sigma\in T^{\infty^*}\mid m_0[\sigma>$ 有定义$\}$.

变迁集可分为可控变迁集 T_c 和不可控变迁集 T_u,$T=T_c\bigcup T_u$. 本文考虑形式为 $V:R(N,m_0)\rightarrow 2^{T_c^\infty}$ 的控制策略. V 把 m 映射为可控变迁袋的集合 $V(m)\subseteq T_c^\infty$. 变迁袋 b 称为在标识 m 和策略 V 下控制使能,如果当 $b=b_u\bigcup b_c$, $b_u\in T_u^\infty$,$b_c\in T_c^\infty$ 时,$b_c\in V(m)$. 在闭环系统 V/N 中,只有状态和控制同时使能的变迁袋可以点发. 记号 $m[\sigma, V>m'$ 表示 $m[\sigma>m'$ 在 V/N 中的扩展. 在闭环系统中, V 可以看作是从 T^{∞^*} 到 $2^{T_c^\infty}$ 的映射, 即当 $m_0[\sigma,V>m$ 时, $V(\sigma)=V(m)$,否则 $V(\sigma)$ 无定义. V/N 生成的点发序列集为 $L(V/N)=\{\sigma\in T^{\infty^*}\mid m_0[\sigma,V>$ 有定义$\}$.

P-网的一条不可控路是 P-网图中的一条有向路,其上所有变迁都是不可控的. 若一条路除端节点外是不可控的,则称其为内部不可控路.

3 点发序列问题及其控制策略

本文所考虑的系统行为 L 和目标行为 K 都是 P-网点发序列集,即有 P-网 N_L 和 N_K, 使得 $L=L(N_L)$,$K=L(N_K)$.

定义 1. 设控制系统的模型为 P-网 $N=(P,T,I,O,m_0)$, 希望行为是序列集 $K\subseteq L(N)$, 点发序列问题就是综合控制策略 V,使得闭环结构 V/N 具有行为 K,即 $K(V/N)=\overline{K}$(K 的前缀闭包). 进一步地称 N 可控制到 K.

定义 2. 设 $K\subseteq L(N)$,称 K 关于 $L(N)$ 可控,如果对任意的 $\sigma\in K$ 及 $b_c\in T_c^\infty$,若 $\sigma b_c\in K$,则对任意的 $b_u\in T_u^\infty$,有 $\sigma(b_c\bigcup b_u)\bigcap L(N)\subseteq\overline{K}$.

定理 1. 给定受控 P-网 N, 设 $K\subseteq L(N)$ 是 P-网点发序列集, 则 N 可控制到 K 的充分必要条件是 K 关于 $L(N)$ 是可控的.

证明. 必要性. 设存在策略 V, 使得 $L(V/N)=K$. 设 $\sigma\in K$,$b_c\in T_c^\infty$,$\sigma b_c\in K$, $m_0[\sigma, V>m$,于是 $\sigma b_c\in L(V/N)$,$b_c\in V(m)$ 且在 m 下 b_c 状态使能. 设 $b_u\in T_u^\infty$,若 $\sigma(b_c\bigcup b_u)\in L(N)$, 则 $b_u\bigcup b_c$ 是在 m 下状态使能,从而 $\sigma(b_u\bigcup b_c)\in L(V/N)=K$. 故 K 关于 $L(N)$ 是可控的.

充分性. 定义策略 V 在 $\sigma\in K$ 时,$V(\sigma)=\{b_c\in T_c^\infty\mid\sigma b_c\in K\}$,否则 $V(\sigma)$ 无定义. 首先证明 $K\subseteq L(V/N)$. 由于空列既在 K 中又在 $L(V/N)$ 中,故只需证对每个 $\sigma\in K\bigcap L(V/N)$,若 $\sigma b\in K$,则 $\sigma b\in L(V/N)$ 即可. 设 $\sigma\in K\bigcap L(V/N)$,$\sigma b\in K$, $m_0[\sigma,V>m$,$b=b_c\bigcup b_u$, 则 $\sigma b_c\in K$,故 $b_c\in V(\sigma)=V(m)$ 是控制使能的,又 $\sigma b\in K\subseteq L(N)$. 于是 $\sigma b\in L(V/N)$.

再证 $L(V/N)\subseteq K$. 设 $\sigma\in L(V/N)\bigcap K$,$b=b_u\bigcup b_c$,$b_c\in T_c^\infty$,$b_u\in T_u^\infty$ $\sigma b\in L(V/N)$,则 $b_c\in V(\sigma)$,由 V 的定义, $\sigma b_c\in K$. 又 $\sigma b\in L(V/N)\subseteq L(N)$ 及 K 关于 $L(N)$ 可控,则 $\sigma b=\sigma$

$(b_u \cup b_c) \in K$. 于是 $K = L(V/N)$.

定义 P-网 $N_K = (P_K, T, I_K, O_K, m_{K0})$ 和 $N_L = (P_L, T, I_L, O_L, m_{L0})$ 的同步合成网 $N_K * N_L = (P_K \cup P_L, T, I_K \cup I_L, O_K \cup O_L, m_0)$. 其中当 $p \in P_K$ 时, $m_0(p) = m_{K0}(p)$, 当 $p \in P_L$ 时, $m_0(p) = m_{L0}(p)$. 若 $L(N_K) \subseteq L(N_L)$, 则 $L(N) = L(N_K)$. 故以后设 $N = N_K$ 且 N_L 是 N_K 的子网. 于是 N 的标识 m 可写成 $m = (m_L, m_{K/L})$, m_L 是 N_L 的标识, $m_{K/L}$ 是 m 在 $P \setminus P_L$ 上的限制.

当 K 关于 L 不可控时, 希望在 K 中找一个极大子序列集 K_1, 使得 K_1 关于 $L(N_L)$ 可控. 若 $K_1, K_2 \subseteq K$ 都是关于 L 可控, 则 $K_1 \cup K_2$ 也可控, 故极大可控子序列集唯一存在, 记作 $\mathrm{Sup}C(K)$. 我们希望综合 N 的一个控制策略 V, 使得 $L(V/N) = \mathrm{Sup}C(K)$.

考虑条件: 对 $p \in P/P_L$ 及标识 $m \in R(N, m_0)$,

$$(FC):\quad m(p) < \max_{(RC)} \sum_{t \in p^{\cdot}(N) \cap T_u} \min\{p_i(t) \mid p_i \in {}^{\cdot}t(N_L)\}.$$

其中

$$(RC):\begin{cases} \displaystyle\sum_{t \in p_i^{\cdot}(N) \cap T_u \cap p^{\cdot}(N)} p_i(t) \leqslant m(p_i), \qquad p_i \in {}^{\cdot}(p^{\cdot}(N))(N_L), \\ p_i(t) \geqslant 0 \text{ 是整数}. \end{cases}$$

记号 $A^{\cdot}(N)$ 和 ${}^{\cdot}A(N)$ 分别表示 P-网 N 中 $A \subseteq P \cup T$ 的所有输入元素与输出元素之集.

若有 $p \in P \setminus P_L$ 及 $m \in R(N, m_0)$ 使得 (FC) 成立, 则 K 是不可控的. 因此对每个 $p \in P \setminus P_L$, 要禁止使 (FC) 成立的标识 m.

设 $T_c = \{t_1, \cdots, t_n\}$, 定义 $b_c \in T_c^{\infty}$ 的特征向量为 $\Psi(b_c) = (a_1, \cdots, a_n)$, 其中 a_i 是 b_c 中包含的 t_i 的个数.

令 $f_p(m, \Psi(b_c)) = \max\limits_{m' \in R_0(N, m, b_c)} \{\max\limits_{(RC')} (\sum\limits_{t \in p^{\cdot}(N) \cap T_u} \min\{p_i(t) \mid p_i \in {}^{\cdot}t(N_L)\} - m'(p)\}$. 这里, 把 (RC) 中的 m 用 m' 代替, 则得 (RC'), $R_0(N, m, b_c) = \{m' \mid m[b_1\sigma > m', b_1 \subseteq b_c, \sigma \in T_u^{\infty}\}$.

若有 $p \in P \setminus P_L$ 及 m 使得 $f_p(m, \Psi(b_c)) > 0$, 则有 $m' = (m'_L, m'_{K/L}) \in R_0(N, m, b_c)$, 使得 (FC) 成立. 故设 $f_p(m_0, \Psi(\phi)) \leqslant 0$ 对所有 $p \in P \setminus P_L$ 成立.

令 $m(T_c) = \{b_c \in T_c^{\infty} \mid m[b_c > \text{有定义}\}$

$B(m) = \{b_c \in m(T_c) \mid \forall\ b'_c \subseteq b_c, b_u \in T_u^{\infty}$,

若 $m_L[b'_c \cup b_u >$ 有定义, 则 $m[b'_c \cup b_u >$ 有定义$\}$

定义控制策略 $\overline{V}(m) = \{b_c \in B(m) \mid \forall\ p \in P \setminus P_L, f_p(m, \Psi(b_c)) \leqslant 0\}$.

定理 2. 设 K 和 L 分别是 P-网 N 和 N_L 的点发序列集, $K \subseteq L$, N_L 是 N 的子网, 控制策略 $\overline{V}$ 如上定义, 则 $L(\overline{V}/N)$ 是关于 L 可控的, 而且 $\mathrm{Sup}C(K) = L(\overline{V}/N)$.

证明. 设 $\sigma \in L(\overline{V}/N) \cap L$, $m_0[\sigma > m = (m_L, m_{K/L})$, $b = b_u \cup b_c$, $b_u \in T_u^{\infty}$, $b_c \in T_c^{\infty}$, 若 $\sigma b_c \in L(\overline{V}/N)$, $\sigma b \in L(N_L)$, 则 b_c 在 $\overline{V}(m)$ 下控制使能, $b_c \in B(m)$, 故对 $b'_u \in T_u^{\infty}$, 若 $b_c \cup b'_u$ 在 m_L 下状态使能, 则在 m 下也状态使能, $\sigma b \in L(\overline{V}/N)$. 即 $L(\overline{V}/N)$ 关于 L 是可控的.

设 $\sigma \in L(N)$, $\sigma \notin L(\overline{V}/N)$, $\sigma = b_1 b_2 \cdots$, 则存在 $l \in Z$, 使得 $\sigma' = b_1 \cdots b_l \in L(\overline{V}/N)$, 而 σ'

$b_{l+1} \notin L(\overline{V}/N)$,设 $m_0[\sigma'>m$, $b_{l+1}=b_c \cup b_u, b_c \in T_c^{\infty}$, $b_u \in T_u^{\infty}$,则 $b_c \notin \overline{V}(m)$. 于是必有(1) $b_c \notin B(m)$或(2)存在 $p \in P \backslash P_L$,使得 $f_p(m, \Psi(b_c))>0$, 之一成立.

若(1)成立,则存在 $b'_c \subseteq b_c$ 及 $b_u \in T_u^{\infty}$,使得 $b'_c \cup b_u$ 在 m_L 下而不在 m 下状态使能,于是 $\sigma'(b'_c \cup b_u) \in L(N_L)$,而 $\sigma'(b'_c \cup b_u) \notin K$. 又 $b'_c \subseteq b_c \in m(T_c)$, $\sigma' b'_c \in K$, 故 σ 不可能在任何关于 L 可控的子序列集中.

若(2)成立,则存在 $p \in P \backslash P_L$, $b'_c \subseteq b_c$ 和 $\delta \leqslant T_u^{\infty *}$,使得 $m[b'_c \delta>m'$, $m'(p)<\max\limits_{(RC')}\{\sum\limits_{t \in p^{\cdot}(N) \cap T_u} \min\{p_i(t) \mid p_i \in {}^{\cdot}t(N_L)\}\}$. 设 $l_t=\min\{p_i(t) \mid p_i \in {}^{\cdot}t(N_L)\}$, $t \in p^{\cdot}(N) \cap T_u$,使得以上不等式成立,令 $\bar{b}=\{t^{l_t} \mid t \in p^{\cdot}(N)\}$, 则 $\bar{b}$ 在 m'_L 下状态使能,但在 m' 下不是状态使能. 故 $\sigma' b'_c \delta \bar{b} \in L \backslash K$. 又 $\delta \bar{b} \in T_u^{\infty *}$, $\sigma' b'_c \in K$, 则 $\sigma' b'_c$ 和 $\sigma' b_c$ 都不在 K 的关于 L 可控的子序列集中.

总上所述, $L(\overline{V}/N)$是极大的而且$(\overline{V}/N)=\mathrm{Sup}C(K)$.

由定理 2 可知,综合 $\overline{V}$ 及 $\mathrm{Sup}C(K)$的关键是确定 $f_p(m, \Psi(b_c))$.

对 $p \in P \backslash P_L$, 定义 $P^{\cdot}(N)$的控制子网为 $N_p^C=(P_p, T_p, I_p, O_p)$,其中 P_p 是由 P 的所有的到 $p^{\cdot}(N)$有不可控路的位置组成, $T_p={}^{\cdot}P_p(N)$, $I_p=I \cap (P_p \times T_p)$, $O_p=O \cap (T_p \cap P_p)$.

设 $b'_c \subseteq b_c$, 令 $g_p(m, \Psi(b'_c))=\max\{\max\limits_{(RC')} \sum\limits_{t \in p^{\cdot}(N) \cap T_u} \min\{p_i(t) \mid p_i \in {}^{\cdot}t(N_L)\}-m'(p) \mid m[b'_c>m''$, $m' \in R_0(N, m'', \phi)\}$,则 $f_p(m, \Psi(b_c))=\max\limits_{b'_c \subseteq b_c}\{g_p(m, \Psi(b'_c))\}$,所以以下只要给出 $g_p(m, \lambda)$即可, 其中 $\lambda=(\lambda_{t_1}, \lambda_{t_2}, \cdots, \lambda_{t_n}) \in Z^n$.

因$\max\limits_{(RC')} \sum\limits_{t \in p^{\cdot}(N) \cap T_u} \min\{p_i(t) \mid p_i \in {}^{\cdot}t(N_L)\}-m'(p)$仅是 m' 的函数,故记作 $X_{p0}(m')$. 设从 m 到 m' 的过程中,t 点发 λ_t 次. 令 $l(p_i)=m(p_i)+\sum\limits_{t \in {}^{\cdot}p_i(N)} \lambda_t$, 则 $m'(p_i)=l(p_i)-\sum\limits_{t \in p_i^{\cdot}(N)} \lambda_t$. 为简单设$\{t \in T_n \mid {}^{\cdot}t(N)=\phi\}=\phi$.

情形 I. N_p^c 中没有不可控圈. 此时 $g_p(m, \lambda)$的综合过程如下:

算法 A. 令 $X_{p0}=X_{p0}(m')$,其中 $m'(p_i)=l(p_i)-\sum\limits_{t \in p_i^{\cdot}(N)} \lambda_t$.

$\overline{T}_0=\{t \in p^{\cdot}(N) \mid$从 t 到 $p^{\cdot}(N)$没有长度大于 1 的不可控路$\}$.

$S_0=\Phi$, $T_0=p^{\cdot}(N) \backslash \overline{T}_0$, $P_0={}^{\cdot}((p^{\cdot}(N)) \cap T_u)(N)$,

对 $i=0,1,\cdots$,重复以下三步,直到算法结束.

(a) 以 $\lambda_t=\min\{p(t) \mid p \in {}^{\cdot}t(N)\}$, $t \in \overline{T}_i \cap T_u$, 代入 X_{pi}得 $X'_{p(i+1)}$,

令 $S_{i+1}^1=S_i \cup \{(p_i, t) \in I \mid t \in \overline{T}_i \cap T_u\}$, $P_{i+1}^1=P_i \cup {}^{\cdot}(\overline{T}_i \cap T_u)(N)$,

$\overline{P}_{i+1}=\{p_i \in P_{i+1}^1 \mid$从 $p_i^{\cdot}(N)$到 $\overline{T}_0 \cap T_u$ 的所有不可控路的弧全在 S_{i+1}^1中$\}$,

$P_{i+1}=P_{i+1}^1-\overline{P}_{i+1}$.

(b) 在以下条件下取 $X_{p(i+1)}^1$的极大值,并记极大值为 $X_{p(i+1)}^2$.

$$\sum_{t \in p_i^{\cdot}(N) \cap T_u} p_i(t) \leqslant l(p_i)-\sum_{t \in p_i^{\cdot}(N) \cap T_c} \lambda_t, p_i \in \overline{P}_{i+1}, p_i(t) \geqslant 0 \text{ 是整数.}$$

(c) 以 $l(p_i)=m(p_i)+\sum_{t\in {}^{\cdot}p_i(N)}\lambda_t, p_i\in\overline{P}_{i+1}$，代入 $X^2_{p(i+1)}$ 得 $X_{p(i+1)}$，

令 $S_{i+1}=S^1_{i+1}\cup\{(t,p_i)\in O\mid p_i\in\overline{P}_{i+1}\}, T^1_{i+1}=T_i\cup{}^{\cdot}\overline{P}_{i+1}(N)$，

$\overline{T}_{i+1}=\{t\in T^1_{i+1}\mid$ 从 t 到 $\overline{T}_0\cap T_u$ 的所有内部不可控路的弧全在 S_{i+1} 中$\}$，

$T_{i+1}=T^1_{i+1}-\overline{T}_{i+1}$.

如果 $T^1_{i+1}=\Phi$，则令 $g_p(m,\lambda)=X_{p(i+1)}$，算法结束.

因 N^c_p 没有不可控圈，则在有限步内算法结束.

情形Ⅱ. N^c_p 中有不可控圈. 此时在每个不可控圈上取一变迁，用 D 记这些变迁之集. 如有必要，用 $pt'p't$ 代替弧 (p,t) 或用 $tp't'p$ 代替 (t,p)，使得 $D\cap p_0^{\cdot}(N)=\Phi$，视增加的变迁 t' 为不可控的，而 D 中的变迁为可控的. 此时可利用算法 A，但在(a)中，要用 $\max_{\lambda_t}\{X^1_{p(i+1)}\}$ 代替 $X^1_{p(i+1)}$，其中，$0\leqslant\lambda_t\leqslant\min\{p(t)\mid p\in{}^{\cdot}t(N)\}, t\in\overline{T}_i\cap D$. 当 X_{pi} 是 m 和 λ_t，$t\in T_c$，的函数时，算法结束.

4 结论

本文讨论了点发序列问题的控制策略存在的必要充分条件. 提出了综合这类策略的一个新方法. 给出了能生成给定 P-网点发序列集的极大可控子序列集的受控系统的构造方法. 本文所采用的方法避开了生成和分析状态空间，仅以 P-网的结构为基础，这是对文[3]的状态空间法的很大改进，并解决了其未能解决的问题.

参 考 文 献

[1] Ramadge P J, Wonham W M. Supervisory control of a class of discrete event processes. *SIAM J. Control and Optimization*, 1987, **25**(1):206－230.

[2] Ichikawa A, et al.. Reachability and control of discrete event systems represented by conflict-free Petri nets. Proc. Int. Symp. Circuits Syst., Kyoto, Japan 1985, **2**:487－490.

[3] Ushio T. On controllability of controlled Petri nets. *Control-theory and advanced technology*, 1989, **5**(3):265－275.

[4] *Peterson J L. Petri net theory and the modeling of systems. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall*, 1981.

THE CONTROL STRATEGY FOR THE FIRING SEQUENCE PROBLEM

XING KEYI　LI JUNMIN　XU XIANGQIN
(*Department of Applied Mathematics, XIDIAN University, Xi'an* 710071)
HU BAOSHENG
(*Systems Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049)

Abstract In this paper we use Petri nets to model a discrete event system, and discuss whether or not there exists a control strategy by which only the specified target firing sequences can be enabled. It is proved that a necessary and sufficient condition for the existence of such strategy is that the set of the specified target firing sequences are controllable. For the case where the firing sequence sets involved are Petri net firing sequence sets we present a method for synthesizing a control strategy by which the closed loop system can generate the supremal controllable subset of a given firing sequence set.

Key words Firing sequence problem, Petri net, control strategy.