



一类挠性航天器大角度快速机动的模型跟踪控制¹⁾

李 勇 吴宏鑫

(北京控制工程研究所 北京 100080)

摘 要 研究一类构形为中心刚体带挠性梁的航天器的平面大角度快速机动控制问题. 推导了系统的非线性无穷维模型, 设计了一种只利用中心刚体旋转角和角速度测量数据的模型跟踪控制方案, 基于无穷维空间的 LaSalle 不变原理, 证明了相应闭环系统的渐近稳定性, 并给出了物理实验结果验证所设计的控制算法的有效性.

关键词 挠性航天器, 大角度机动, 模型跟踪控制.

1 引言

新一代航天器一般带有挠性部件, 这类航天器姿态机动时, 其动力学模型本质上是一非线性无穷维系统. 以往的大量研究一般考虑机动角度较小或机动速率较慢的情形, 常用的方法中, 一种是用线性有穷维模型近似无穷维模型, 然后运用集中参数控制系统理论, 设计各种控制方案^[1-3]; 另一种是基于系统近似的线性无穷维模型, 设计控制方案^[4,5] (Morgül 在文[6]中建立系统模型时也忽略了部分难以分析的非线性项). 而对于大角度快速机动情形, 系统模型中的非线性项不能忽略, 从而有必要研究基于系统本质非线性无穷维模型的控制方案的设计问题.

本文研究一类构形为中心刚体带挠性梁的航天器的平面大角度快速机动控制问题, 推导了系统的非线性无穷维模型, 设计了一种模型跟踪控制方案, 证明了相应的闭环系统的渐近稳定性, 同时给出物理实验结果, 以验证所设计的控制算法的有效性.

2 动力学模型与控制目的

考虑图1所示的挠性多体航天器, 它由中心刚体 R 和固连在刚体 R 上的长度为 l 的均匀挠性梁 E 构成. 设刚体 R 的转动惯量为 J_m , 质心为 O , 其质量远大于挠性梁的质量, 刚体 R 被限定只能绕通过 O 点的垂直轴旋转运动; 挠性梁 E 在水平面内运动. 设 (O, e_1, e_2, e_3) 是以 O 为原点, 以 e_1 轴为垂直轴的惯性正交坐标系 N , e_1, e_2, e_3 为单位向量; $(O, b_1,$

1) 国家自然科学基金的资助项目.

收稿日期 1996-03-25

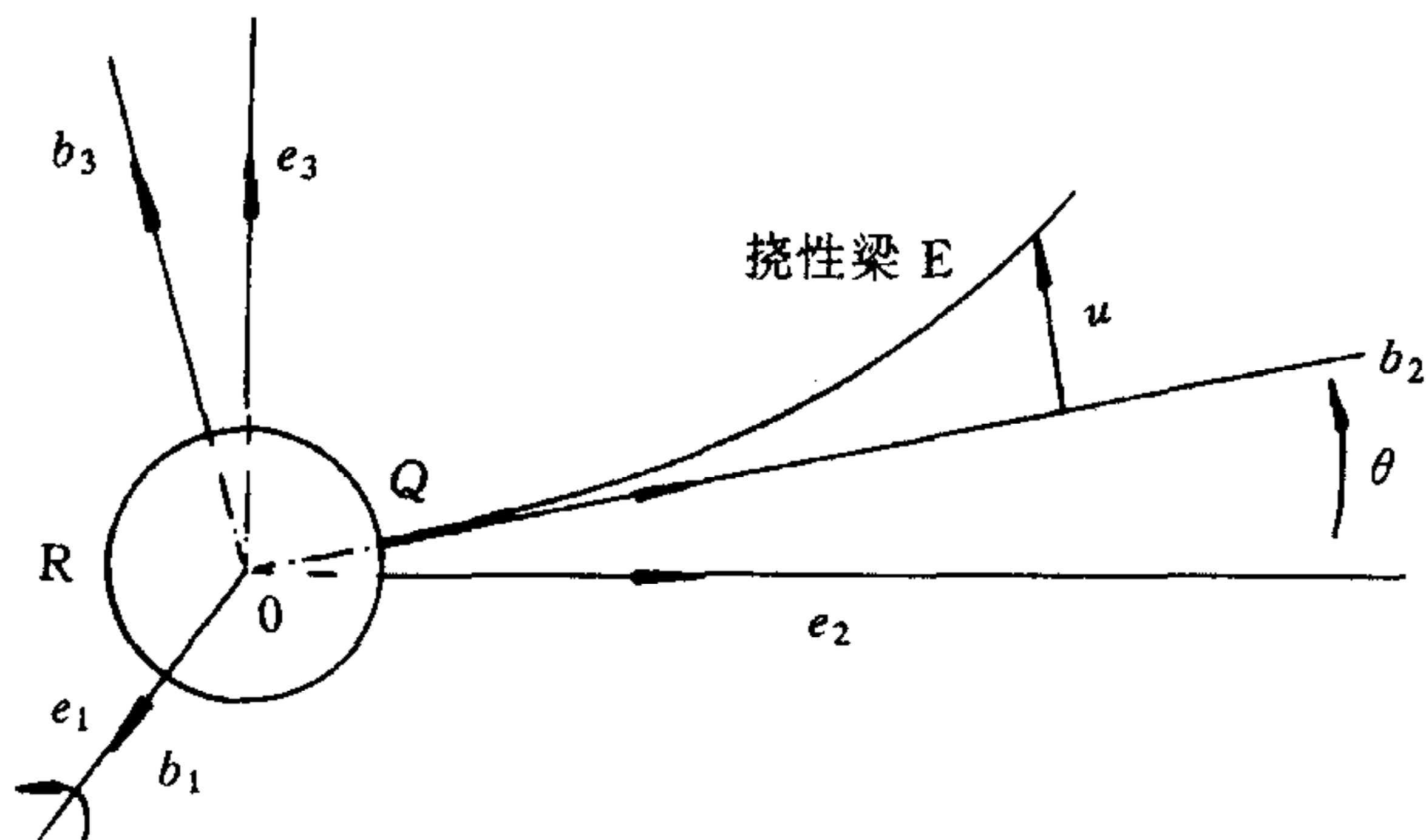


图1 挠性航天器的构形

b_2, b_3) 是以 O 为原点, b_1 轴与 e_1 轴重合的固连在刚体上的正交坐标系 B , b_1, b_2, b_3 为单位向量, b_2 轴方向与梁未变形时的方向一致.

设挠性梁的质量密度为 ρ , 抗弯刚度为 EI . $u(x, t)$ 表示挠性梁在坐标系 B 中 x 处 t 时刻沿 b_3 轴的弹性位移, $\theta(t)$ 表示刚体在 (O, e_2, e_3) 平面内绕 e_1 轴的转角. 忽略挠性梁沿 b_1 轴和 b_2 轴的弹性运动、各种阻尼效应及质心 O 到刚体与挠性体固连处 Q 的

距离, 当航天器大角度快速机动时, 根据 Hamilton 原理, 可以得到系统的运动由下面的一组非线性常微分和偏微分方程耦合的方程组来描述:

$$\begin{cases} \rho \ddot{u}(x, t) + EI u''''(x, t) - \rho \dot{\theta}^2 u(x, t) = -\rho x \ddot{\theta}(t), 0 < x < l, \\ [J_m + \rho \int_0^l u^2 dx] \ddot{\theta}(t) + 2\rho \int_0^l u \dot{u} dx \dot{\theta}(t) + \rho \int_0^l x \dot{\theta}^2 u dx - EI u''(0, t) = \tau(t), \\ u(0, t) = u'(0, t) = 0, \\ u''(l, t) = u'''(l, t) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\tau(t)$ 是作用在刚体上的控制力矩, 点和撇分别表示相对时间和空间变量的导数.

挠性航天器大角度快速机动的控制目的是: 考虑由 (1) 描述的系统, 对于给定的大角度 $\theta_m \in (-\pi, \pi]$, 由初始状态 $u(x, 0) = \dot{u}(x, 0) = \theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0$ 出发, 设计 $\tau(t)$, 使中心刚体姿态快速机动到 θ_m , 同时抑制弹性振动并最终消除它, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta_m, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{u}(x, t) = 0, \forall x \in [0, l]. \quad (2)$$

3 模型跟踪控制

将构形为刚体 R 的刚性航天器机动模型 $J_m \ddot{\theta}_r(t) = \tau_r(t)$ 作为参考模型, 其中 $\tau_r(t)$ 可根据机动任务的要求和执行机构的物理特性来选取, 使得 $\theta_r(t), \dot{\theta}_r(t), \tau_r(t)$ 一致有界, 且对选定的正常数 t_f , 当 $t \geq t_f$ 时, $\theta_r(t) \equiv \theta_m, \tau_r(t) \equiv 0, \dot{\theta}_r(t) \equiv 0$.

利用对刚体旋转角及其速度的测量数据, 设计模型跟踪控制

$$\tau(t) = \tau_r(t) - k_1 [\dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_r(t)] - k_2 [\theta(t) - \theta_r(t)]. \quad (3)$$

式中 $k_1 > 0, k_2 > 0$.

下面在抽象空间中讨论在模型跟踪控制 (3) 作用下的闭环系统的稳定性问题. 为此引入函数空间

$$\mathcal{H}_0 = \{(u, \dot{u}) \mid u \in H_0^2, \dot{u} \in L^2\}, \mathcal{H} = \mathcal{H}_0 \times R^2.$$

其中函数空间 L^2 和 H_0^k 分别定义为

$$L^2 = \{f: [0, l] \rightarrow R \mid \int_0^l f^2 dx < \infty\},$$

$$H_0^k = \{f \in L^2 \mid f, f', \dots, f^{(k)} \in L^2, f(0) = f'(0) = 0\}, k > 0.$$

定义 $\theta_e(t) = \theta(t) - \theta_m$, 则由式(1)和式(3)组成的闭环系统可写为抽象空间 \mathcal{H} 中的非线性发展方程

$$\dot{z} + Az + F_1(z) + F_2(z) = 0, z(0) \in \mathcal{H}. \quad (4)$$

式中 $z = (u, \dot{u}, \theta_e, \dot{\theta}_e)^\top$, 线性算子 $A: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ 和非线性算子 $F_1(\cdot): \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}, F_2(\cdot): \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ 分别定义为

$$Az = \left(-\dot{u}, \frac{EI}{\rho} u'''' - \frac{x}{J_m} [k_1 \dot{\theta}_e + k_2 \theta_e - EIu''(0, \cdot)], -\dot{\theta}_e, \frac{1}{J_m} [k_1 \dot{\theta}_e + k_2 \theta_e - EIu''(0, \cdot)]\right)^\top, \\ F_1(z) = (0, -xf(z), 0, f(z))^\top, F_2(z) = (0, -\theta_e^2 u, 0, 0)^\top.$$

其中

$$f(z) = \frac{2\rho \int_0^l u \dot{u} dx \theta_e + \rho \int_0^l x \theta_e^2 u dx - [\tau_r + k_1 \dot{\theta}_r + k_2 (\theta_r - \theta_m)]}{J_m + \rho \int_0^l u^2 dx} \\ - \frac{\rho \int_0^l u^2 dx [k_1 \dot{\theta}_e + k_2 \theta_e - EJ_u''(0, \cdot)]}{J_m [J_m + \rho \int_0^l u^2 dx]}.$$

算子 A 的定义域为 $D(A) = \{(u, \dot{u})^\top \mid u \in H_0^4, \dot{u} \in H_0^2, u''(l) = u'''(l) = 0\} \times \mathbb{R}^2$.

在 \mathcal{H} 中赋予内积

$$\langle (u, \dot{u}, \theta_e, \dot{\theta}_e)^\top, (u^*, \dot{u}^*, \theta_e^*, \dot{\theta}_e^*)^\top \rangle_{\mathcal{H}} = \frac{1}{2} \int_0^l [EIu''u^{*''} + \rho(\dot{u} + x\theta_e)(\dot{u}^* + x\theta_e^*)] dx \\ + \frac{1}{2} (k_2 \theta_e \theta_e^* + J_m \dot{\theta}_e \dot{\theta}_e^*),$$

则 \mathcal{H} 成为一个 Hilbert 空间^[6]. 定义 \mathcal{H} 中相应的范数 $\|z\|_{\mathcal{H}} = \sqrt{\langle z, z \rangle_{\mathcal{H}}}, z \in \mathcal{H}$.

定义能量函数

$$E(t) = \frac{1}{2} \int_0^l [EI(u'')^2 + \rho(\dot{u} + x\theta)^2] dx \\ + \frac{1}{2} \rho \theta^2 \int_0^l u^2 dx + \frac{1}{2} (J_m \dot{\theta}^2 + k_2 \theta^2) \geq \|z\|_{\mathcal{H}}^2.$$

引理1. 能量函数 $E(t)$ 沿着方程(4)的古典解是有界的, 且当 $t \geq t_f$ 时, 是关于 t 的非增函数.

引理2. 定义 \mathcal{H} 的子空间 $S := \{z(t) \in \mathcal{H} \mid \dot{E}(t) \equiv 0, t \geq t_f\}$, 则位于 S 中的方程(4)的古典解必满足 $z(t) \equiv 0, t \geq t_f$.

引理3. 算子 $-A: D(A) \rightarrow \mathcal{H}$ 生成 \mathcal{H} 中的一个收缩 C_0 半群.

利用算子半群理论^[7]和无穷维空间的 LaSalle 不变原理^[8], 可证得下面的定理.

定理1. 对于 $z(0) = (0, 0, -\theta_m, 0)^\top$, 系统(4)在 \mathcal{H} 上有唯一古典解 $z(t)$, 它满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|z(t)\|_{\mathcal{H}}^2 = 0$.

定理1说明, 在模型跟踪控制(3)作用下, 姿态机动的目的(2)得以实现.

4 物理仿真实验

我们在单轴气浮台挠性卫星物理仿真实验装置上(见图2)进行物理仿真实验. 该系统

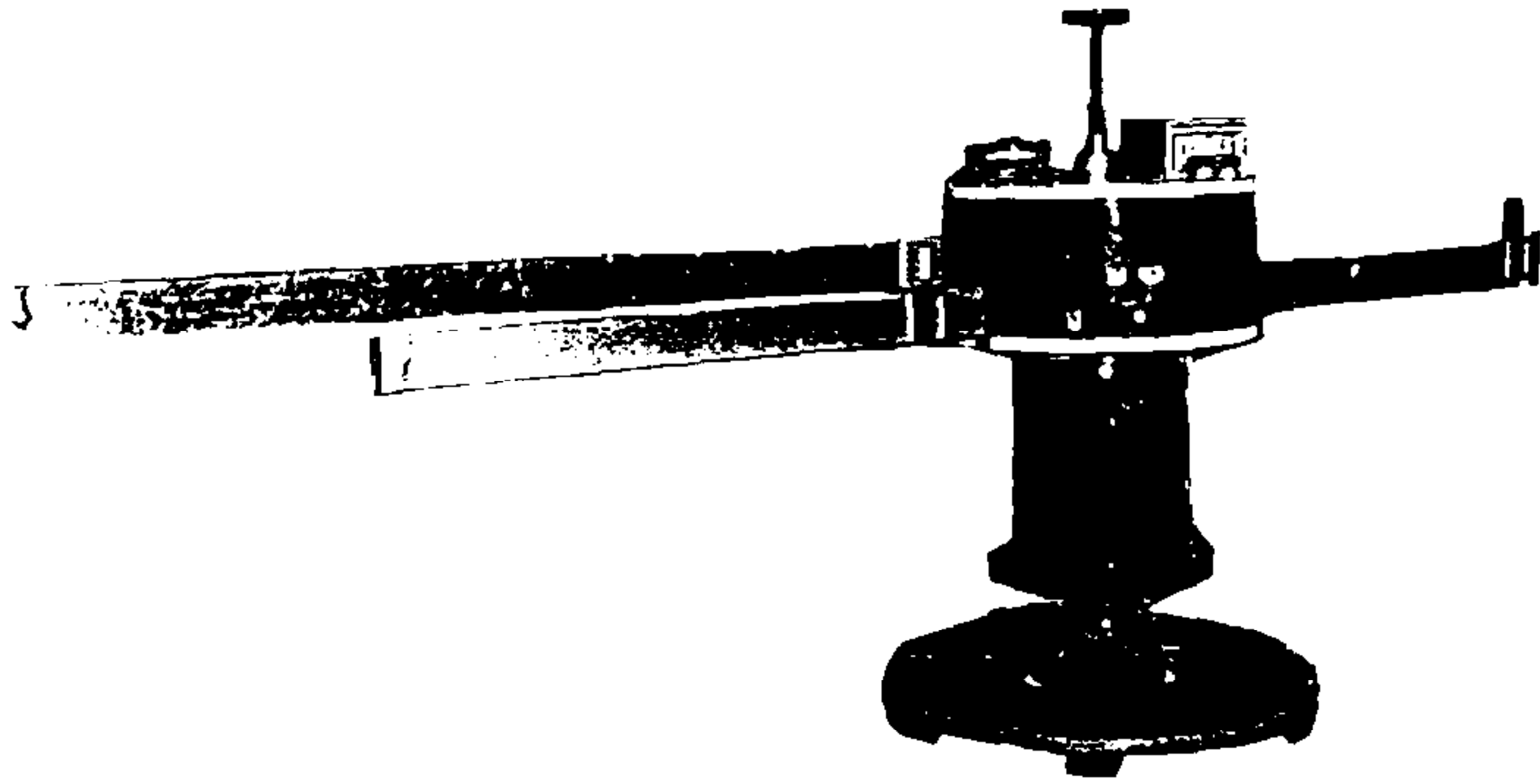
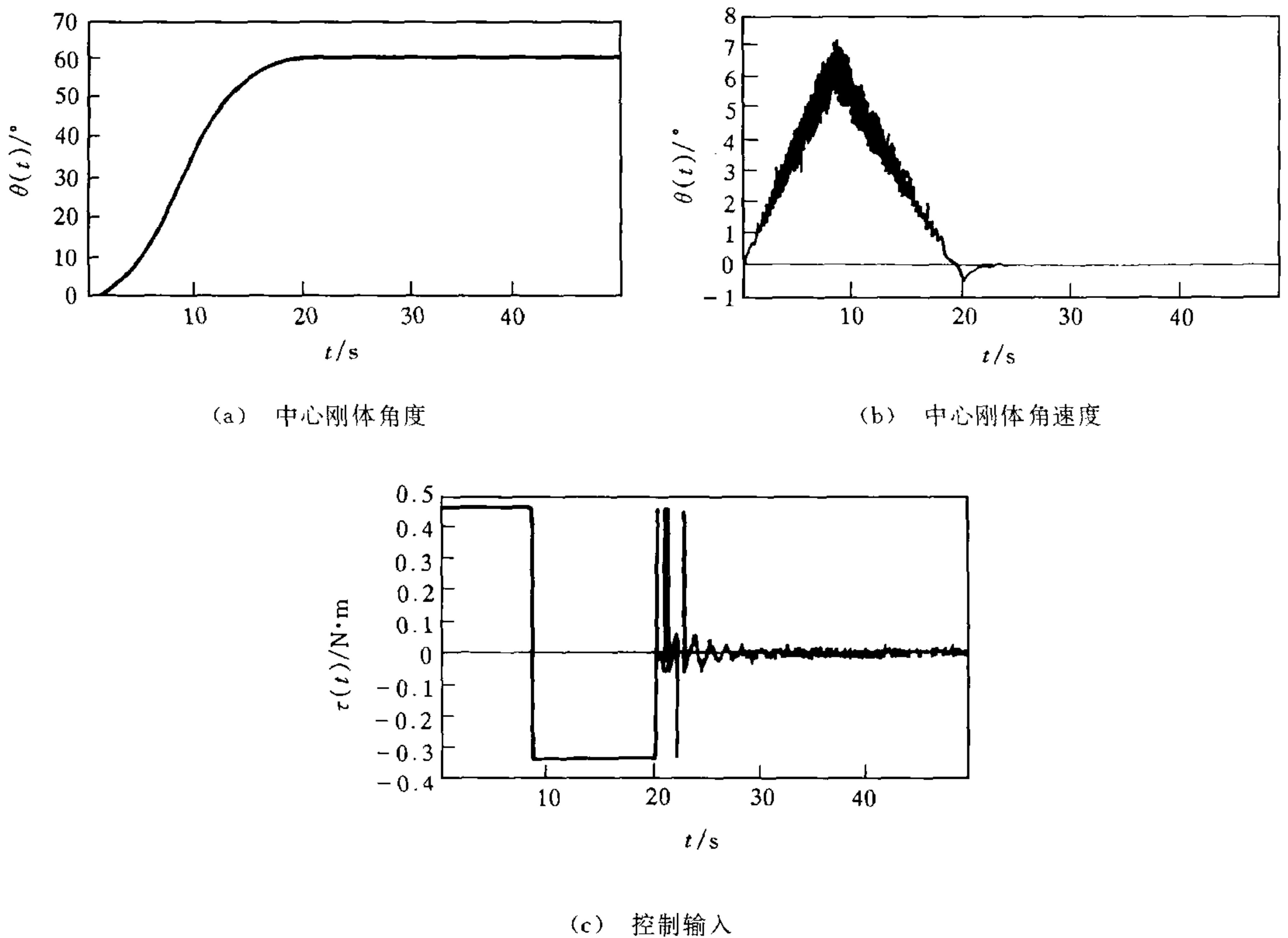


图2 单轴气浮合挠性卫星物理仿真实验装置

的执行机构采用“飞轮-喷气”组合方式,飞轮输出的最大力矩为 $0.07\text{N}\cdot\text{m}$;喷气输出常值力矩,正向和反向分别为 $T_p=0.47\text{N}\cdot\text{m}$ 和 $T_n=0.34\text{N}\cdot\text{m}$.为了适应这一条件,我们将控制算法(3)适当修正后,进行机动角度 θ_m 为 60° 的实验,其中参数 $k_1=1.4, k_2=0.3$,实验结果由图3给出.从中可见,所设计的模型跟踪控制算法使姿态大角度快速机动的控制目的得以实现.

图3 机动角度 60° 的物理仿真实验结果

参 考 文 献

- [1] Bar-Kana I, Kaufman H. Simple adaptive control of large flexible space structures. *IEEE Trans. aerospace and electronic systems*, 1993, **29**(4): 1137—1149.
- [2] Bortsema J, Curtain R F, Schumacher J M. Robust control of flexible systems; a case study. *Automatica*, 1988, **24**: 177—186.
- [3] 高为炳, 程勉, 曾文陵. 柔性空间飞行器的变结构控制. *航天学报*, 1988, **5**: 274—280.
- [4] Fujii H, Ishijima S. Mission function control for slew maneuver of a flexible space structure. *J. of Guidance, Control, and dynamics*, 1989, **12**: 858—865.
- [5] Li Z, Bainum P M. Momentum exchange; feedback control of flexible spacecraft maneuvers and vibration. *J. of Guidance, Control, and dynamics*, 1992, **15**: 1354—1360.
- [6] Morgül Ö. Orientation and stabilizaition of a flexible beam attached to a rigid body; planer motion. *IEEE trans. AC*, 1991, **36**(8): 953—962.
- [7] Pazy A. *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*. New York: Springer-Verlag, 1983.
- [8] Saperstone S. *Semidynamic Systems in Infinite Dimensional Spaces*. New York: Springer-Verlag, 1981.

MODEL FOLLOWING CONTROL FOR LARGE ANGLE RAPID MANEUVERING OF A FLEXIBLE SPACECRAFT

LI YONG WU HONGXIN

(Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100080)

Abstract This paper is concerned with the control for planar, large angle rapid slew maneuvering of a flexible spacecraft, consisting of a rigid central body and a flexible beam. A nonlinear infinite dimensional model of the system is derived. By using the measurements of the attitude angle of the rigid central body and its velocity only, a kind of model following control law is presented. Based upon the LaSalle's invariance principle in infinite dimensional spaces, it is shown that implementation of the control algorithm results in asymptotic stability of the closed-loop system. Some experimental results are presented, showing the effectness of the designed control algorithm.

Key words Flexible spacecraft, large angle rapid maneuvering, model following control.