



# 线性滞后互联大系统的分散智能镇定

张 剑

(广州解放军通信学院交换教研室 广州 510502)

刘永清

沈建京

(华南理工大学自动化系 广州 510641)

**摘 要** 讨论了线性滞后互联大系统的分散镇定问题,给出了分散镇定控制器设计的思想和方法,而后将人工神经网络技术引入该研究领域,给出了一般线性定常系统闭环极点配置的智能方法,同时实现了线性滞后互联大系统分散镇定控制器的智能设计.最后给出了一数值仿真例了,进而验证了该设计方法的可行性及有效性.

**关键词** 大系统,时滞,稳定性,分散镇定,神经网络.

## 1 分散镇定的理论方法

考虑由  $m$  个相互关联的子系统组成的具有输入分散形式的滞后大系统

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + \sum_{j \neq i, j=1}^m A_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m G_{ij} x_j(t - \tau_j), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$

其中  $x_i \in R^{n_i}$ ,  $u_i \in R^{r_i}$  分别为子系统的状态向量和控制向量;  $A_i, B_i, A_{ij}, G_{ij}$  是适当维数的常量矩阵;  $\tau_j \geq 0$  为标量滞后;  $\sum_{i=1}^m n_i = n$ ;  $\sum_{i=1}^m r_i = r$ ; 假设  $(A_i, B_i)$ ,  $(i = 1, 2, \dots, m)$  是完全可控的,并希望能用一个多级控制

$$u_i(t) = u_i^l(t) + u_i^g(t) + u_i^d(t) \quad (2)$$

使闭环大系统渐近稳定. 其中  $u_i^l(t)$ ,  $u_i^g(t)$  和  $u_i^d(t)$  分别为第  $i$  子系统的局部控制律,全局控制律和全局滞后控制律. 它们的具体形式为

$$u_i^l(t) = K_i x_i(t), u_i^g(t) = \sum_{j \neq i, j=1}^m K_{ij} x_j(t), u_i^d(t) = \sum_{j=1}^m H_{ij} x_j(t - \tau_j), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

这里  $K_i, K_{ij}$  和  $H_{ij}$  分别为适当维数的待定矩阵. 下面将分二级给出滞后大系统(1)的分散镇定方法.

**第一级.** 设计  $u_i^l(t)$ , 使得每个无滞后孤立子系统  $\dot{x}_i(t) = (A_i + B_i K_i) x_i(t)$  是指数稳定的. 因  $(A_i, B_i)$  是完全可控的, 从而存在增益矩阵  $K_i$ , 使得  $(A_i + B_i K_i)$  的极点可配置到希望的位置. 假设希望的极点为

$$-\sigma_1 \pm j\omega_1, -\sigma_2 \pm j\omega_2, \dots, -\sigma_k \pm j\omega_k, -\sigma_{2k+1}, \dots, -\sigma_{n_i-2k}.$$

其中  $\sigma_r \geq 0, r=1, 2, \dots, n_i-2k, i=1, 2, \dots, m$ . 取  $\alpha_i = \min\{\sigma_r\}$ , 则每个无滞后孤立子系统都具有衰减度为  $\alpha_i$  指数稳定的.

取  $\sigma_r \neq \sigma_s, r, s=1, 2, \dots, n_i, r \neq s$ , 由模态变换法可令  $z_i(t) = M_i^{-1}x_i(t), i=1, 2, \dots, m$ , 其中  $M_i$  是矩阵  $(A_i + B_iK_i)$  的模态矩阵, 由此可得  $\dot{z}_i(t) = M_i^{-1}(A_i + B_iK_i)M_i z_i(t) = \Lambda_i z_i(t), i=1, 2, \dots, m$ , 这里  $\Lambda_i = M_i^{-1}(A_i + B_iK_i)M_i$ , 即

$$\Lambda_i = \text{Block-diag} \left[ \begin{bmatrix} -\sigma_1 & \omega_1 \\ -\omega_1 & -\sigma_1 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} -\sigma_k & \omega_k \\ -\omega_k & -\sigma_k \end{bmatrix}, -\sigma_{2k+1}, \dots, -\sigma_{n_i-2k} \right]$$

是一块对角矩阵. 设计  $u_i^l(t)$  的关键是求  $K_i$ , 在下节给出其智能设计方法.

**第二级.** 设计  $u_i^e(t)$  和  $u_i^d(t)$ , 使得闭环大系统是无条件渐近稳定的. 由上可得

$$\dot{z}_i(t) = \Lambda_i z_i(t) + \sum_{j \neq i, j=1}^m (\hat{A}_{ij} + \hat{B}_i \hat{K}_{ij}) z_j(t) + \sum_{j=1}^m (\hat{G}_{ij} + \hat{B}_i \hat{H}_{ij}) z_j(t - \tau_j). \quad (4)$$

这里,  $\Lambda_i = M_i^{-1}(A_i + B_iK_i)M_i, \hat{B}_i = M_i^{-1}B_iM_i, \hat{A}_{ij} = M_i^{-1}A_{ij}M_j, \hat{G}_{ij} = M_i^{-1}G_{ij}M_j, \hat{K}_{ij} = M_i^{-1}K_{ij}M_j, \hat{H}_{ij} = M_i^{-1}H_{ij}M_j$ . 利用微分常数变易法, 并借助于 Coppel 不等式<sup>[1]</sup>以及比较定理<sup>[2]</sup>, 我们可定义矩阵  $P$  和  $Q$ , 其中  $p_{ii} = -\alpha_i, p_{ij} = \|\hat{A}_{ij} + \hat{B}_i \hat{K}_{ij}\|_2 (i \neq j), q_{ij} = \|\hat{G}_{ij} + \hat{B}_i \hat{H}_{ij}\|_2, i, j=1, 2, \dots, m$ , 且可证明, 如果矩阵  $[-(P+Q)]$  是  $M$ -矩阵, 则闭环滞后大系统(4)是渐近稳定的.

根据  $M$ -矩阵的定义及性质<sup>[3]</sup>, 为获得滞后大系统(4)的渐近稳定性, 必须设计  $\hat{K}_{ij} (i \neq j)$  和  $\hat{H}_{ij} (i, j=1, 2, \dots, m)$ , 使得范数  $\|\hat{A}_{ij} + \hat{B}_i \hat{K}_{ij}\|_2$  和  $\|\hat{G}_{ij} + \hat{B}_i \hat{H}_{ij}\|_2$  尽可能小. 为此, 将在下节用神经网络方法解决这一问题, 从而完成对  $u_i^e(t)$  和  $u_i^d(t)$  的智能设计.

## 2 分散镇定控制器的智能设计

### 2.1 $u_i^l(t)$ 的智能设计及模态矩阵 $M_i$ 的求解

由  $M_i^{-1}(A_i + B_iK_i)M_i = \Lambda_i$  可得  $A_i = M_i \Lambda_i M_i^{-1} - B_i K_i$ , 由此, 可建立一神经网络模型(图1). 该神经网络是一多隐层前馈神经网络, 诸神经元都是简单的感知器, 当网络输入为  $I$  (单位矩阵) 时, 其输出为矩阵  $Y$ , 且有  $Y = W_1 \Lambda W_2 - BK$ , 这里  $W_1, \Lambda, W_2 \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times r}, K \in R^{r \times n}$ .

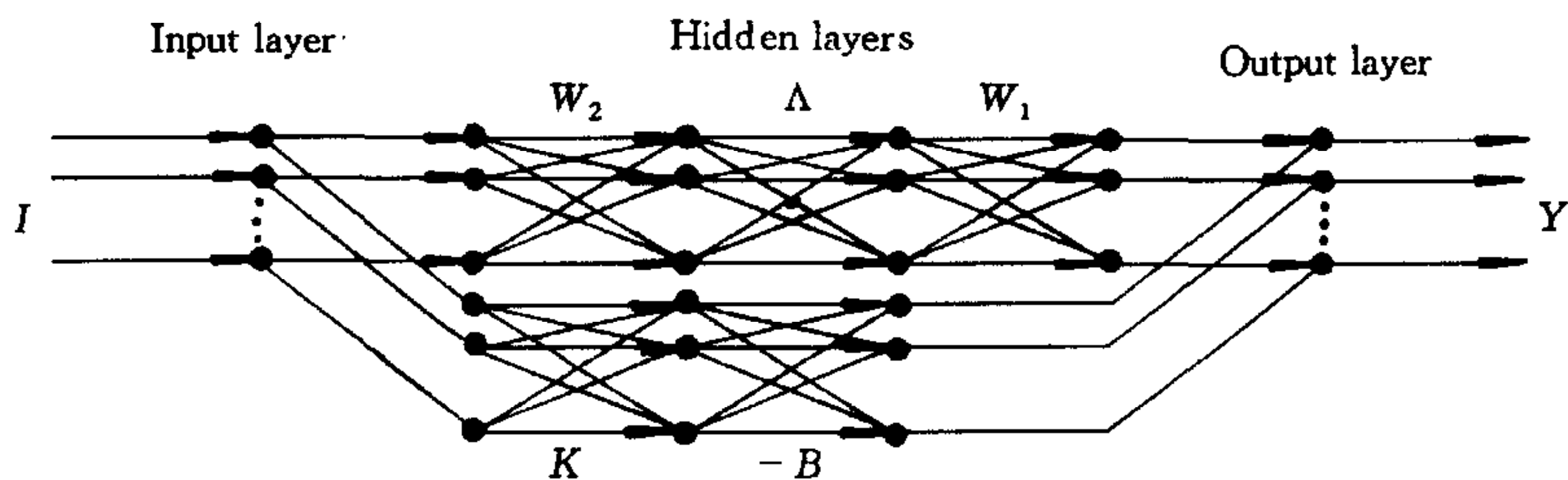


图1 神经网络模型1

网络训练的目的在于使网络输出  $Y$  收敛于矩阵  $A \in R^{n \times n}$  (理想输出); 权重矩阵  $W_1$  和  $W_2$  分别收敛于矩阵  $M$  和  $M^{-1}$ , 并保证  $W_1 * W_2 = I$ . 为此, 我们建立该网络的能量函数为

$$E = E_1 + E_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (y_{ij} - a_{ij})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[ \sum_{h=1}^n w_{ih}^{(1)} w_{hj}^{(2)} - \delta_{ij} \right]^2.$$

这里  $y_{ij} = \sum_{h_1=1}^n w_{ih_1}^{(1)} \sum_{h_2=1}^n \Lambda_{h_1 h_2} w_{h_2 j}^{(2)} - \sum_{h_3=1}^r b_{ih_3} k_{h_3 j}$ ,  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$  从而得到网络的训练算法为

$$k_{pq}(l+1) = k_{pq}(l) - \alpha_k \cdot \left( - \sum_{i=1}^n (y_{iq} - a_{iq}) b_{ip} \right), \quad (5a)$$

$$w_{pq}^{(1)}(l+1) = w_{pq}^{(1)}(l) - \alpha_1 \cdot \left( \sum_{j=1}^n (y_{pj} - a_{pj}) \sum_{h=1}^n \Lambda_{qh} w_{hj}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \left[ \sum_{h=1}^n w_{ph}^{(1)} w_{hj}^{(2)} - \delta_{pj} \right] w_{qj}^{(2)} \right), \quad (5b)$$

$$w_{pq}^{(2)}(l+1) = w_{pq}^{(2)}(l) - \alpha_2 \cdot \left( \sum_{i=1}^n (y_{iq} - a_{iq}) \sum_{h=1}^n w_{ih}^{(1)} \Lambda_{hp} + \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{h=1}^n w_{ih}^{(1)} w_{hq}^{(2)} - \delta_{iq} \right] w_{ip}^{(1)} \right). \quad (5c)$$

这里,  $l$  是迭代次数,  $0 < \alpha_k, \alpha_1, \alpha_2 \leq 1$  为学习因子. 文献[4]中定理3.7已证明, 通过适当地选择和调整  $\alpha_k, \alpha_1, \alpha_2$ , 经网络训练后, 可使  $E$  满足:  $|E| \leq \epsilon$  (误差限), 从而得到矩阵  $K$  和  $M = W_1$ ,  $M^{-1} = W_2$ . 这里,  $\epsilon$  的大小可视实际工程设计精度而定.

## 2.2 $u_i^e(t)$ 和 $u_i^d(t)$ 的智能设计

设  $\|A\|_2$  表示矩阵  $A$  的谱范数,  $\| \| a \| \|_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^2$ , 是矩阵  $A$  的另一范数, 则有  $\|A\|_2 \leq \| \| A \| \|_2^{[5]}$ . 为使  $\|\hat{A}_{ij} + \hat{B}_i \hat{K}_{ij}\|_2$  和  $\|\hat{G}_{ij} + \hat{B}_i \hat{H}_{ij}\|_2$  尽可能小, 只需尽可能减小其对应的范数  $\| \cdot \|_2$ . 为此, 我们可利用一般的具有单隐层的神经网络模型解决这一问题. 其中, 矩阵  $F$  和  $B$  是输入层到隐层与隐层到输出层的权. 当该神经网络输入为单位矩阵时, 其对应的网络输出为  $Y = BF$ , 这里,  $Y \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times r}$ ,  $F \in R^{r \times n}$ . 网络训练的目的在于调整矩阵  $F$  中的各矩阵元素, 使得范数  $\| \| Y + D \| \|_2$  尽可能小. 其中, 矩阵  $D \in R^{n \times n}$  和  $B \in R^{n \times r}$  是已知矩阵. 为此, 我们给出其网络能量函数为  $E = \frac{1}{2} \| \| Y + D \| \|_2^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (y_{ij} + d_{ij})^2$ ,  $y_{ij} = \sum_{h=1}^r b_{ih} f_{hj}$ . 则有,  $\frac{\partial E}{\partial f_{pq}} = \sum_{i=1}^n (y_{iq} + d_{iq}) b_{ip}$ , 从而得到网络训练算法

$$f_{pq}(l+1) = f_{pq}(l) - \alpha_f \frac{\partial E}{\partial f_{pq}}(l). \quad (6)$$

这里,  $l$  为迭代次数,  $0 \leq \alpha_f \leq 1$  为网络学习因子. 令  $F$  分别为  $\hat{K}_{ij}$ , ( $i \neq j$ ) 和  $\hat{H}_{ij}$ , 同时, 矩阵  $D$  为相应的矩阵  $\hat{A}_{ij}$  ( $i \neq j$ ) 和  $\hat{G}_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, m$ ), 在不同的处理器上, 通过不断地调整  $\alpha_f$ , 可使  $|E_{ij}| \leq \epsilon$ , 从而可同时并行地完成网络训练, 并得到矩阵  $\hat{K}_{ij}$  和  $\hat{H}_{ij}$ . 由(4)式可得  $K_{ij} = M_i \hat{K}_{ij} M_j^{-1}$  和  $H_{ij} = M_i \hat{H}_{ij} M_j^{-1}$ , 从而完成  $u_i^e(t)$  和  $u_i^d(t)$  的智能设计.

## 2.3 分散镇定控制器的智能设计算法

总结2.1和2.2节, 给出分散镇定控制器的智能设计算法如下:

**步骤1.** 已知  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 给定每个孤立子系统的希望极点, 构造矩阵  $\Lambda_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 利用(5)式, 并行完成各子系统的神经网络(图1)训练, 同时得到矩阵  $K_i$ ,  $M_i = W_1$  和  $M_i^{-1} = W_2$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), 进而完成  $u_i^e(t)$  的智能设计.

**步骤2.** 由  $M_i$  和  $M_i^{-1}$ , 计算并得到  $\hat{A}_{ij}$ ,  $\hat{G}_{ij}$  和  $\hat{B}_i$ .

**步骤3.** 令  $D$  分别为  $\hat{A}_{ij}$ , ( $i \neq j$ ) 和  $\hat{G}_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, m$ ), 根据(6)式, 同时并行完成网

络的训练,分别得到矩阵  $\hat{K}_{ij}(i \neq j)$  和  $\hat{H}_{ij}$ .

**步骤4.** 由  $M_i$  和  $M_i^{-1}$ , 计算并得到  $K_{ij} = M_i \hat{K}_{ij} M_j^{-1}$  和  $H_{ij} = M_i \hat{H}_{ij} M_j^{-1}$ , 完成  $u_i^g(t)$  和  $u_i^d(t)$  的智能设计.

**步骤5.** 构造矩阵  $P$  和  $Q$ , 分析闭环大系统(4)的稳定性, 如果大系统(4)不稳定, 则对各孤立子系统重新给定一组新的希望极点, 返回步骤1.

**步骤6.** 结束.

由分散镇定控制器的智能设计算法可知, 经有限次循环一定可实现大系统(1)的镇定.

### 3 数值仿真

考虑下列具有3个2阶子系统的滞后系统

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

设各子系统的希望极点为  $\{-5 \pm 2j\}$ ,  $\{-4 \pm 2j\}$  和  $\{-4, -5\}$ , 通过网络(图1)的训练可得到如表1所示的结果.

表1 各孤立子系统智能极点配置的结果

Subsystem	Matrix $K_i$		Matrix $M_i$		Matrix $M_i^{-1}$	
1	-4.9058	2.2657	1.5842	-.3045	.7302	.3045
	-1.6059	-4.9659	-.4932	.7141	.5186	1.5986
2	1.3645	-2.0569	-.4262	.8087	-.5592	.8077
	-2.8513	-1.6902	.9302	.5558	.9309	.4308
3	-4.6874	-3.1701	.5410	-.2196	1.4512	.1629
	-5.7514	-1.0452	1.1658	1.7970	-.9420	.4482

通过网络训练算法(6)并根据表1的结果计算, 可得矩阵  $K_{ij} = M_i \hat{K}_{ij} M_j^{-1}$  和  $H_{ij} = M_i \hat{H}_{ij} M_j^{-1}$ , 从而完成  $u_i (i=1, 2, 3)$  的智能设计. 其中

$$K = \begin{bmatrix} -4.9058 & 2.2659 & -.9911 & -.0041 & -.0001 & .0000 \\ -1.6059 & -4.9659 & .0028 & -.9908 & .0000 & .0000 \\ -.0101 & -.9908 & 1.3645 & -2.0569 & -.9917 & .0104 \\ -.9989 & .0030 & -2.8513 & -1.6902 & -.9901 & -1.9804 \\ .0001 & .0000 & .0001 & .0001 & -4.6874 & -3.1701 \\ -.9989 & .0028 & -.9883 & -.9948 & -5.7514 & -1.0452 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} -2.0180 & -1.9758 & -.9911 & -.0042 & -.9910 & -.9850 \\ -1.9879 & .0058 & -.0001 & .0000 & -.9920 & .0102 \\ .0000 & .0000 & -1.9737 & -2.9803 & .0010 & -.9953 \\ -.0102 & -.9913 & -1.9767 & -1.9898 & .0000 & .0000 \\ -1.0089 & -.9879 & .0001 & .0000 & .0020 & -1.9906 \\ -2.0180 & -1.9759 & -.9911 & -.0042 & -1.9838 & .0206 \end{bmatrix}.$$

#### 4 结束语

由于神经网络技术具有并行分布处理的能力,同时,又便于 VLSI 硬件电路实现,从而使得该智能技术非常适合处理复杂大系统的分析及设计问题.因此,将神经网络技术引入大系统问题的研究,有着广泛的实用价值.本文应用这种技术给出了滞后大系统稳定性分析与镇定的智能实现方法,数值仿真结果表明该方法是成功和有效的.

#### 参 考 文 献

- [1] Coppel W A. Stability and asymptotic behavior of differential equation. Boston: D. C. Heath, 1965.
- [2] Lakshmikantham V, Leela S. Differential and integral inequation: Theory and Applications. New York: Academic Press, 1969.
- [3] 罗家洪. 矩阵分析引论. 广州: 华南理工大学出版社, 1992.
- [4] 焦李成. 神经网络系统理论. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1992.
- [5] Horn R A, Johnson C R. Matrix analysis. Cambridge Press, 1985.

### INTELLIGENT DECENTRALIZED STABILIZATION FOR LARGE SCALE INTERCONNECTED SYSTEMS WITH TIME DELAYS

ZHANG JIAN

(Exchange Techniques Research Division, Communication College of Guangzhou, Guangzhou 510502)

LIU YONGQING SHEN JIANJING

(Department of Automation, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

**Abstract** In this paper, the problem of decentralized stabilization for linear time-invariant large scale interconnected systems with time delays is discussed. The idea and formulas of designing decentralized stabilization controllers are given. The technique of artificial neural net-

work (ANN) is firstly introduced into this research area. An intelligent method of pole assignment for linear time-invariant closed-loop systems is presented. The design of decentralized stabilization controllers for linear time-invariant large scale interconnected systems with time delays are intelligently implemented. A simulative example shows the feasibility and effectiveness of the method.

**Key words** Large scale system, time delay, stability, decentralized stabilization, neural network.

### 《计算机与信息科学》国际丛书征稿通知

美国 Kluwer Academic Publishers 出版社已经决定在美国出版一套新的国际丛书(英文):《计算机与信息科学》(Computer and Information Science),由北京航空航天大学自动控制系教授蔡开元(Kai-Yuan Cai)博士担任丛书主编.丛书将包括高层次教科书、研究专著、专业参考书、论文集、会议录、重印件集、博士论文集.涉及领域为计算机与信息科学的所有分支.

热忱欢迎广大中国作者投稿(无截稿日期).投稿人应确信其著作反映国际研究前沿领域或潮流,包含高水平的研究成果,与国际同类著作相比有独到之处;还应确信英文表达正确、流畅.

一份有效的投稿材料应包括:

- (1)著作题目,作者(编者)姓名
- (2)著作前言,其中应阐明著作选题的重要性与目的,本著作的独到之处
- (3)章节目录及各章内容简介 (4)国际同类著作目录及其优缺点评述
- (5)估计篇幅 (6)完稿日期 (7)三位(境外)审稿人名字及联系地址(含 email 地址)
- (8)作者(编者)履历,包括联系地址(最好有 email 地址),出生年月,学历,工作经历,科研(教学)经历,论著目录

投稿材料应以英文撰写(恕不接受中文投稿),以三种形式同时投寄:

- (1)email 形式(ASCII 码文本,不要格式)
- (2)软盘(ASCII 码文本,不要格式,DOS 环境)
- (3)三份打印件

鼓励作者(编者)附上一到两章初稿,必要时主编可要求作者补充部分初稿.投稿材料请寄往北京航空航天大学自动控制系蔡开元教授 邮编:100083

电话:(010)62017251-7663 传真:(010)62028356 email:kyc@cs.sebuaa.ac.cn

无论是否录用,出版社均将结果通知作者.如果投稿材料经评审通过,出版社将与作者(编者)签订出版合同.原则上出版费用由出版社承担,作者(编者)将获得一定比例的版税收入.

蔡开元简介 男,1965年出生于福建莆田,1980年考入北京航空航天大学本科,1991年在北航获博士学位并留校工作.1993年至1995年应聘在英国工作,参加欧洲共同体尤里卡计划科研项目,1995年10月破格晋升北航教授,出版专著两本(唯一作者):Introduction to Fuzzy Reliability. Kluwer Academic Publishers,1996,USA;软件可靠性工程基础,清华大学出版社,1995.另一本英文专著(唯一作者):Software Defect Modeling.将于1998年在美国出版.论著已被美国、俄罗斯、日本等13个国家和地区学者引用70多次.曾应邀担任国际杂志 Fuzzy Sets and Systems Speial Issue《Fuzzy methodology in system Failure engineering》vol83. No. 2. October. 8,1996.客座主编(Guesteditor). (以上材料由蔡开元教授提供)