



# 低阶鲁棒解耦控制器设计

陈苏平 孙优贤

(浙江大学工业控制技术研究所, 工业控制技术国家重点实验室 杭州 310027)

**摘要** 提出了一种低阶鲁棒解耦控制器设计方法, 能妥善处理多变量反馈系统的耦合性和方向性. 整个设计过程分两步完成: 先将闭环系统的鲁棒性能要求转化为关于控制器参数的约束, 然后设计控制器逼近约束条件, 最终得到低阶控制器. 仿真结果表明, 基于本方法的控制器, 其鲁棒性能接近  $\mu$ -最优控制器, 而远优于内模控制器.

**关键词** 鲁棒控制, 解耦控制, 低阶控制器, 设计方法.

## 1 引言

低阶控制器只有少量的自由度, 只能解决多性能目标中的主要矛盾. 若能用分析的方法获取关于控制器必须满足的直接信息, 即控制器约束条件, 然后设计控制器去逼近约束条件, 就比较容易得到低阶控制器. 具有模型不确定性的病态 (Ill-conditioned) 多变量系统, 耦合性和方向性构成主要矛盾<sup>[1~3]</sup>. 将控制器自由度先满足解耦, 再调整增益, 就有利于得到低阶控制器.

文献[4]提出了鲁棒解耦性能的评价方法; 文献[5]又对反标架规范化控制器的鲁棒性能作了深入的探讨. 本文将在上述基础上, 解决鲁棒解耦控制器的设计问题.

## 2 控制器约束条件的构造

考虑图 1 所示解耦控制系统, 图中符号含义参见文献[4]. 令系统开环传递函数为  $L(s)$ , 则灵敏度函数和互补灵敏度函数分别为

$$S(s) = (I + L(s))^{-1}, H(s) = L(s)(I + L(s))^{-1}. \quad (1)$$

先进行鲁棒解耦, 着力解决多变量不确定系统的主要矛盾——耦合与方向性, 再以多回路控制器实现回路的整体形状调整, 同时也使多回路控制器接近  $C(s) = c(s)I_n$  形式. 通常,  $w_P(s)$  在低频段较大, 而  $w_I(s)$  在高频段较大. 低频段为了满足静态指标, 可增加积分环节; 高频段能用抑制增益的方法使系统鲁棒稳定; 在中频段, 一方面, 根据多变量频域理论的研究成果<sup>[6,7]</sup>, 如果开环传递函数的奇异值  $\sigma_i(L)$  下降过快, 相位滞后就会偏大, 从而使稳定裕度下降, 故希望  $\sigma_i(L)$  在中频段具有平缓的幅频特性; 另一方面, 当用补偿器构成

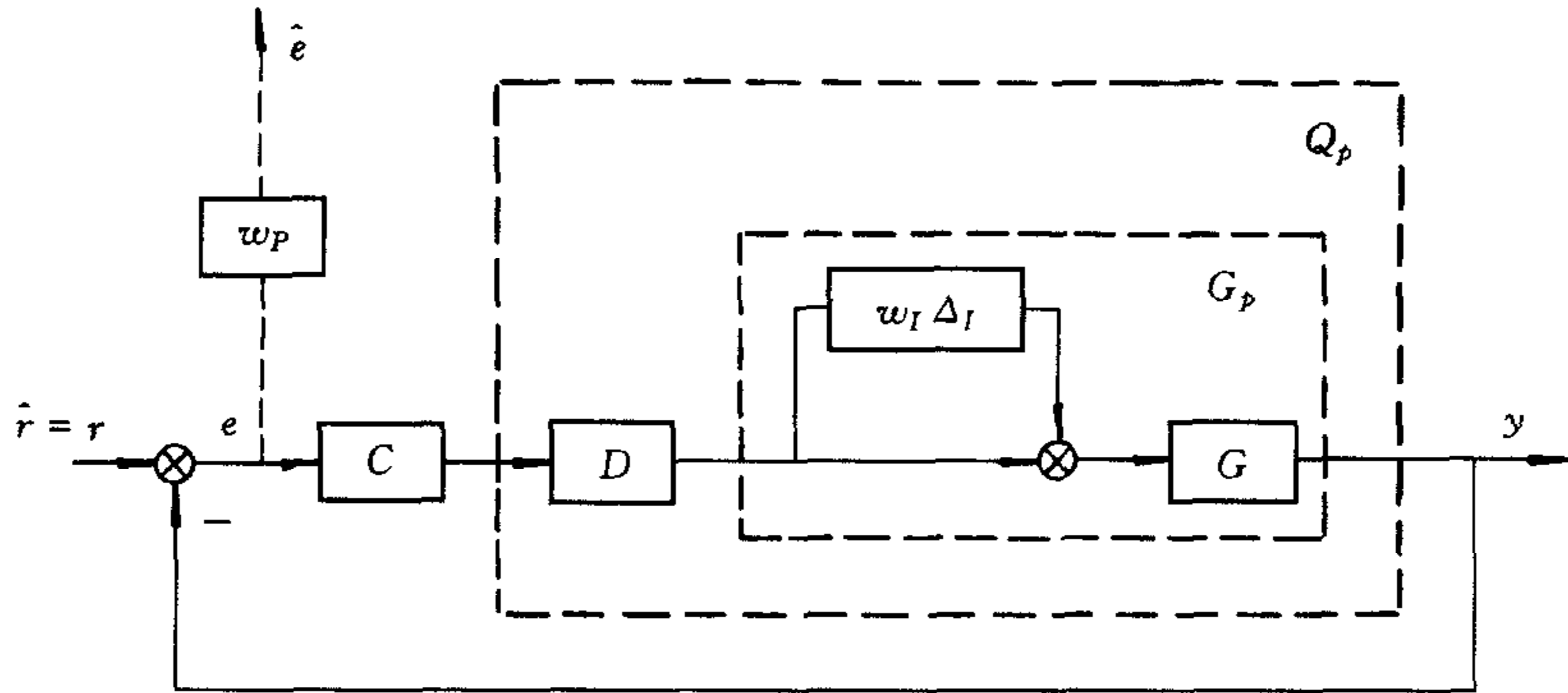


图 1 解耦控制系统

解耦控制器时,也会引入相位滞后,使得  $\sigma_i(L)$  下降. 这就启发我们产生了分段补偿的设计:多回路控制器在低频和高频起补偿作用,在中频段呈水平状;解耦控制器在中频段调整回路形状. 于是,多回路控制器  $C(s)$  和鲁棒解耦控制器  $D(s)$  的性状就与  $w_p(s)$  及  $w_I(s)$  密切相关了.

考虑一个典型系统,其部分回路的开环传递函数频带要比其余回路低得多, $l(s)$  可作奇异值分解

$$L(k, n - k) = V_1 \Sigma_1 U_1^H + V_2 \Sigma_2 U_2^H. \tag{2}$$

其中  $V_1, U_1 \in C^{n \times k}; V_2, U_2 \in C^{n \times (n-k)}$ ;  $\Sigma_1 = \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_k\}$ ;  $\Sigma_2 = \text{diag}\{\sigma_{k+1}, \dots, \sigma_n\}$ , 且  $\underline{\sigma}(\Sigma_1) \geq \bar{\sigma}(\Sigma_2)$ . 于是,可以将反馈特性分成五个频段近似描述,它们是:(1)  $\underline{\sigma}(\Sigma_2) \gg 1$ ; (2)  $\underline{\sigma}(\Sigma_1) \gg 1, \sigma_i(\Sigma_2) \approx 1$ ; (3)  $\underline{\sigma}(\Sigma_1) \gg 1 \gg \bar{\sigma}(\Sigma_2)$ ; (4)  $\sigma_i(\Sigma_1) \approx 1, \bar{\sigma}(\Sigma_2) \ll 1$ ; (5)  $\bar{\sigma}(\Sigma_1) \ll 1$ .

下面就分段讨论解耦控制器的约束条件:

1) 低频段

该频段  $H \approx I, S \approx L^{-1}$ ,  $\Sigma_1$  与  $\Sigma_2$  的相对增益对耦合并无多大影响,可以取  $\kappa(D) \approx 1, k(\cdot)$  表示状态数(Condition Number).

(2) 中频段

中频段指以上描述(2)至(4)之间的频率范围. 记  $\sigma_i(\Sigma_2) \approx 1$  的频率为  $\omega_p, \sigma_i(\Sigma_1) \approx 1$  的频率为  $\omega_l$ .  $\omega_l - \omega_p$  越小,交接频段的幅频特性越陡,稳定裕度也越小. 在保证鲁棒稳定性和鲁棒性能的前提下,显然使  $\omega_l - \omega_p$  越大越好. 因此,有理由将  $\omega_p$  取在  $|w_p(s)| = 1$  附近,而  $\omega_l$  取在  $|w_l(s)| = 1$  附近.

假设在感兴趣的频率,对象传递函数可分成高增益和低增益两个子系统,奇异值分解为

$$G(l_G, n - l_G) = W_G(s) T_G(s) Z_G(s)^H = W_{G1} T_{G1} Z_{G1}^H + W_{G2} T_{G2} Z_{G2}^H \tag{3}$$

其中  $\underline{\sigma}(T_{G1}) \gg \bar{\sigma}(T_{G2})$ , 则解耦控制器  $D(s)$  亦由高增益和低增益两部分组成,

$$D(l_D, n - l_D) = W_{D1} \Gamma_{D1} Z_{D1}^H + W_{D2} \Gamma_{D2} Z_{D2}^H, \tag{4}$$

且  $l_D = l_G$ <sup>[5]</sup>. 考虑到多回路控制器在中频段呈水平状态,因此得到下述关系:

$$\sigma_i(\Sigma_2(\omega_p)) \cong \sigma_j(\Sigma_1(\omega_l)) \cong 1, \tag{5}$$

$$\frac{\sigma_j(\Gamma_{D1}(\omega_l))}{\sigma_i(\Gamma_{D2}(\omega_p))} \cong \frac{\sigma_i(T_{G2}(\omega_p))}{\sigma_j(T_{G1}(\omega_l))}. \tag{6}$$

### 3) 高频段

高频段指描述(5)所代表的频域区间,宜取使  $\bar{c}_H$  最大的  $\Gamma_D$  配置,以便给  $\bar{H}(s)$  以最大的设计余地,这可以优化搜索得到<sup>[4]</sup>.

注意,上述各频段约束条件的最大特点是只描述了  $\sigma_j(\Gamma_{D1}(s))/\sigma_i(\Gamma_{D2}(s))$  的相对比例,而不是规定幅频特性,这样就给解耦控制器设计以很大的自由度,下节的仿真例子会清楚地展示这种特点.

## 3 设计示例

Skogestad 和 Morari 在研究病态对象的鲁棒控制时,提出一个高纯精馏塔的简化模型<sup>[8]</sup>,且具有图 1 所示的输入不确定性

$$G(s) = \frac{1}{75s + 1} \begin{pmatrix} 0.878 & -0.864 \\ 1.082 & -1.096 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$w_I(s) = 0.2 \frac{5s + 1}{0.5s + 1}, w_P(s) = 0.5 \frac{10s + 1}{10s}. \quad (8)$$

由于奇异子空间不随频率改变,且状态数恒定  $\kappa(G) \equiv 141.7$ ,故对  $G(s)$  作非标准的奇异值分解  $G = WTZ^H$ ,

$$W(s) = \begin{pmatrix} 0.6246 & 0.7809 \\ 0.7809 & -0.6246 \end{pmatrix} \quad (9a)$$

$$T(s) = \text{diag}\{T_{G1}, T_{G2}\} = \text{diag}\left\{\frac{1.972}{75s + 1}, \frac{0.01391}{75s + 1}\right\}, \quad (9b)$$

$$Z(s) = \begin{pmatrix} 0.7066 & 0.7077 \\ -0.7077 & 0.7066 \end{pmatrix}. \quad (9c)$$

#### 1) 绘出 $D(s)$ 的约束条件

令低频段  $\kappa(D) \equiv 1$ ; 中频段需要确定过渡频段起始和终结的频率,即  $\omega_P$  和  $\omega_I$ ,以及相应的相对增益(式(6)); 高频段则要求  $|\Gamma_{Di}(s)|$  配置成使  $\bar{c}_H$  最大.

对应上述要求,可以得到图 2 所示的三对约束条件,点划线将频域分为高、中、低三频段. 需要说明的是,由于采用对数纵坐标,真正必须维持的关系是  $|\Gamma_{D1}(s)|$  与  $|\Gamma_{D2}(s)|$  之间的距离,三对约束条件之间的位置关系可随控制器设计的需要再作调整,这正是本文方法的特色. 在低频段,由于  $\kappa(D) \equiv 1$ ,故  $|\Gamma_{D1}(s)|$  与  $|\Gamma_{D2}(s)|$  重合.

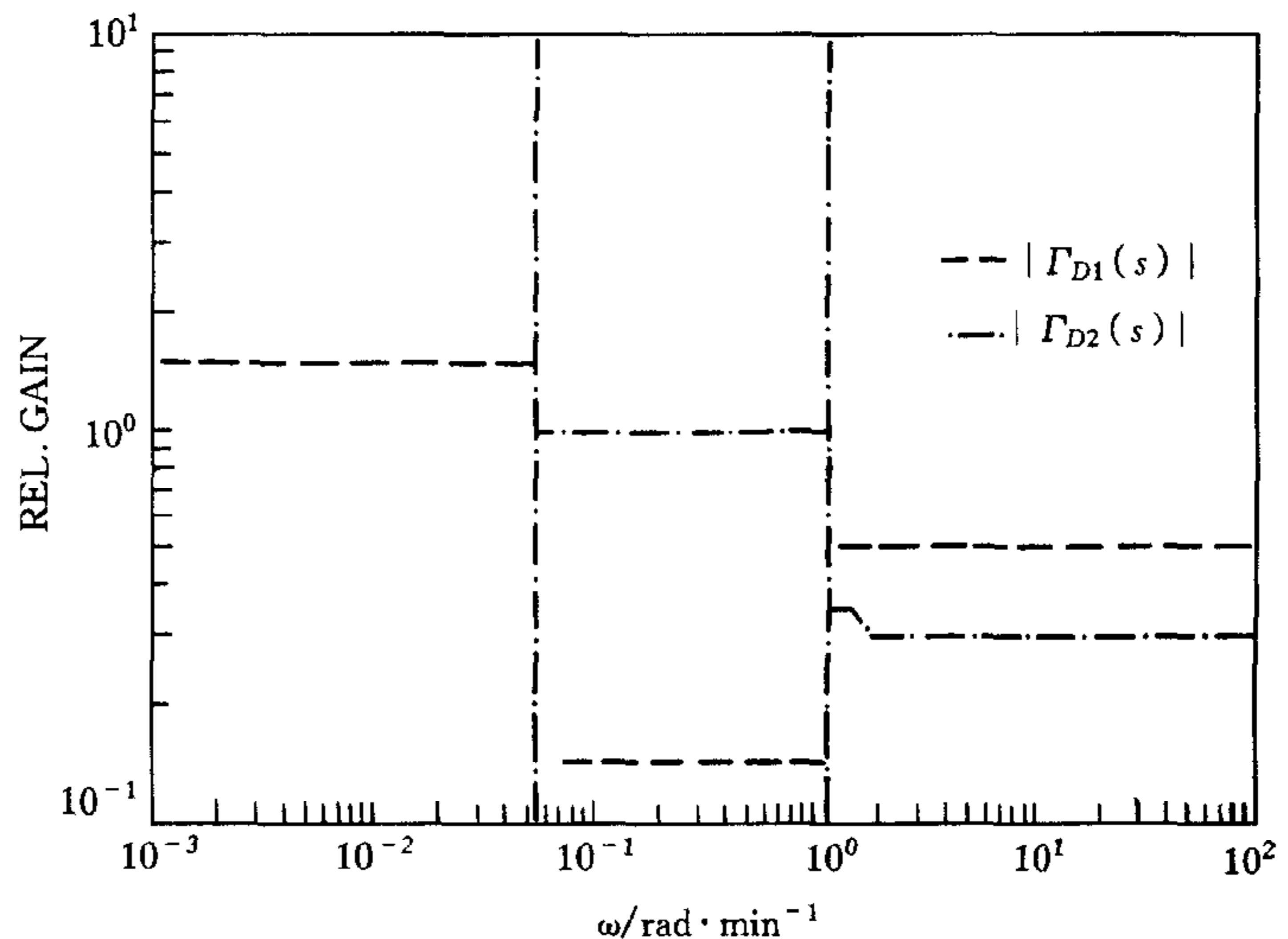


图 2  $|\Gamma_{Di}(s)|$  约束条件

2)设计鲁棒解耦控制器拟合约束条件

采用滞后补偿器来构成  $\Gamma_{D2}(s)$ , 滞后-超前补偿器构成  $\Gamma_{D1}(s)$ . 调整各补偿器零、极点位置, 使其尽可能同时满足上述关系, 得

$$\tau_{D1}(s) = 0.35 \frac{s + 0.43}{s + 0.05} \cdot \frac{s + 2}{s + 6}, \tag{10a}$$

$$\tau_{D2}(s) = 0.2 \frac{s + 0.76}{s + 0.15}. \tag{10b}$$

约束条件拟合情况如图 3 所示.

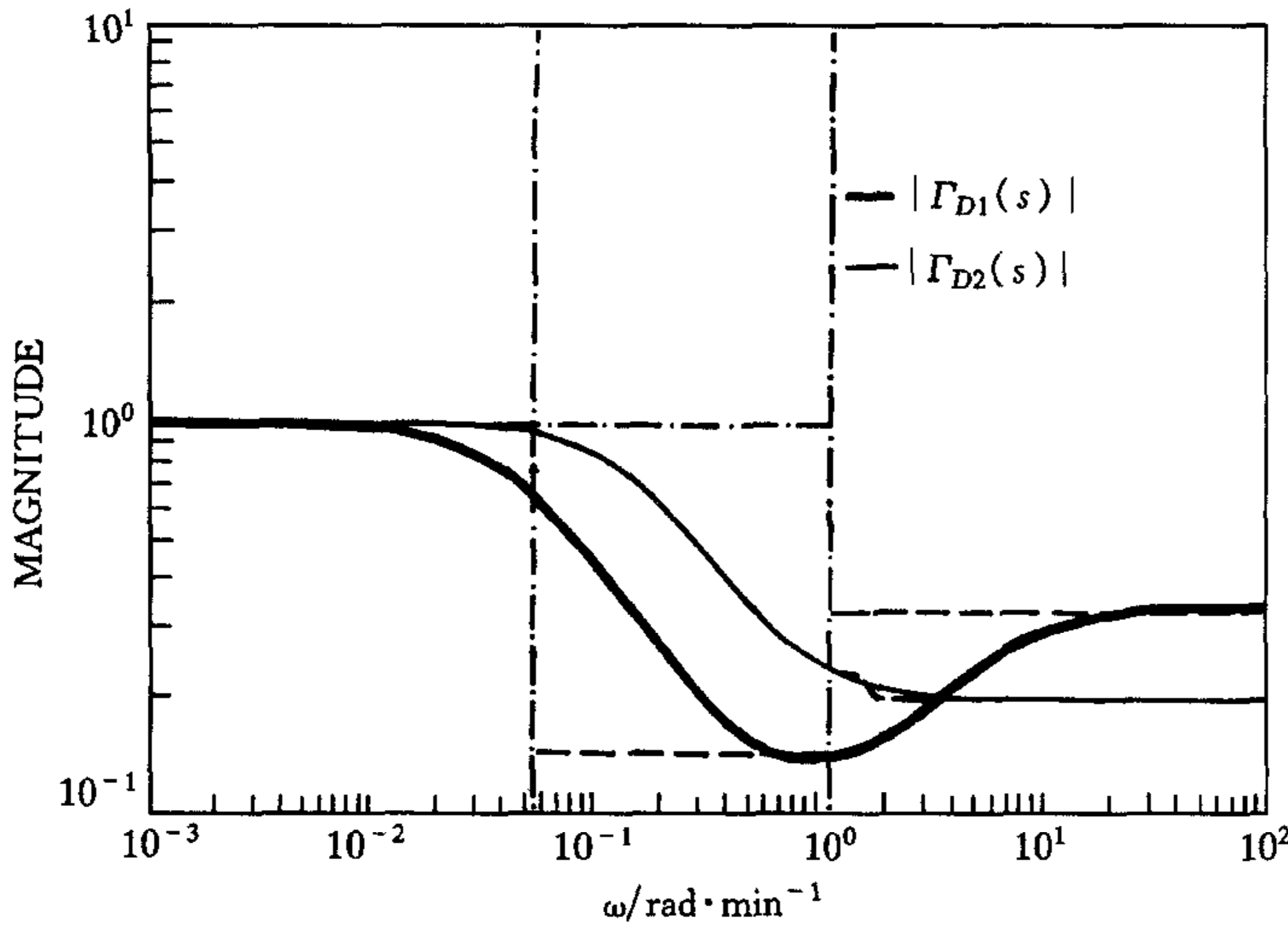


图 3  $|\Gamma_{D1}(s)|$ 与 $|\Gamma_{D2}(s)|$ 拟合情况

3)多回路控制器设计

依据鲁棒性能充分必要条件<sup>[4]</sup>, 设计得到多回路控制器

$$C(s) = \text{diag} \left\{ 4.4 \frac{75s + 1}{s}, 4.5 \frac{75s + 1}{s} \right\}. \tag{11}$$

类似于高纯精馏塔这类难控对象, 理想的当然是采用  $\mu$ -最优控制器, 但就目前  $\mu$  理论的水平, 控制器的  $\mu$ -综合仍存在一系列问题. 为此, 不少学者尝试

以设计方法近似  $\mu$ -最优控制器, 内模控制 IMC (Internal Model Control) 就是相对成熟的一种方法<sup>[9]</sup>. 图 4 对鲁棒解耦控制器 (5 阶)、 $\mu$ -最优控制器 (降到 6 阶) 及双滤波 IMC (远高于 6 阶) 的鲁棒性能进行了对比. 很明显, 鲁棒解耦的控制效果已非常接近  $\mu$ -最优控制器, 而 IMC 则逊色不少, 尽管鲁棒解耦控制器 (包括多回路控制器) 的阶数只有 5 阶.

4 结论

本文提出了一种设计低阶鲁棒控制器逼近  $\mu$ -最优控制器的方法, 它由低阶鲁棒解耦控制器和多回路控制器设计两部分构成, 而解耦控制器设计是关键. 采用合理的控制器结构, 将闭

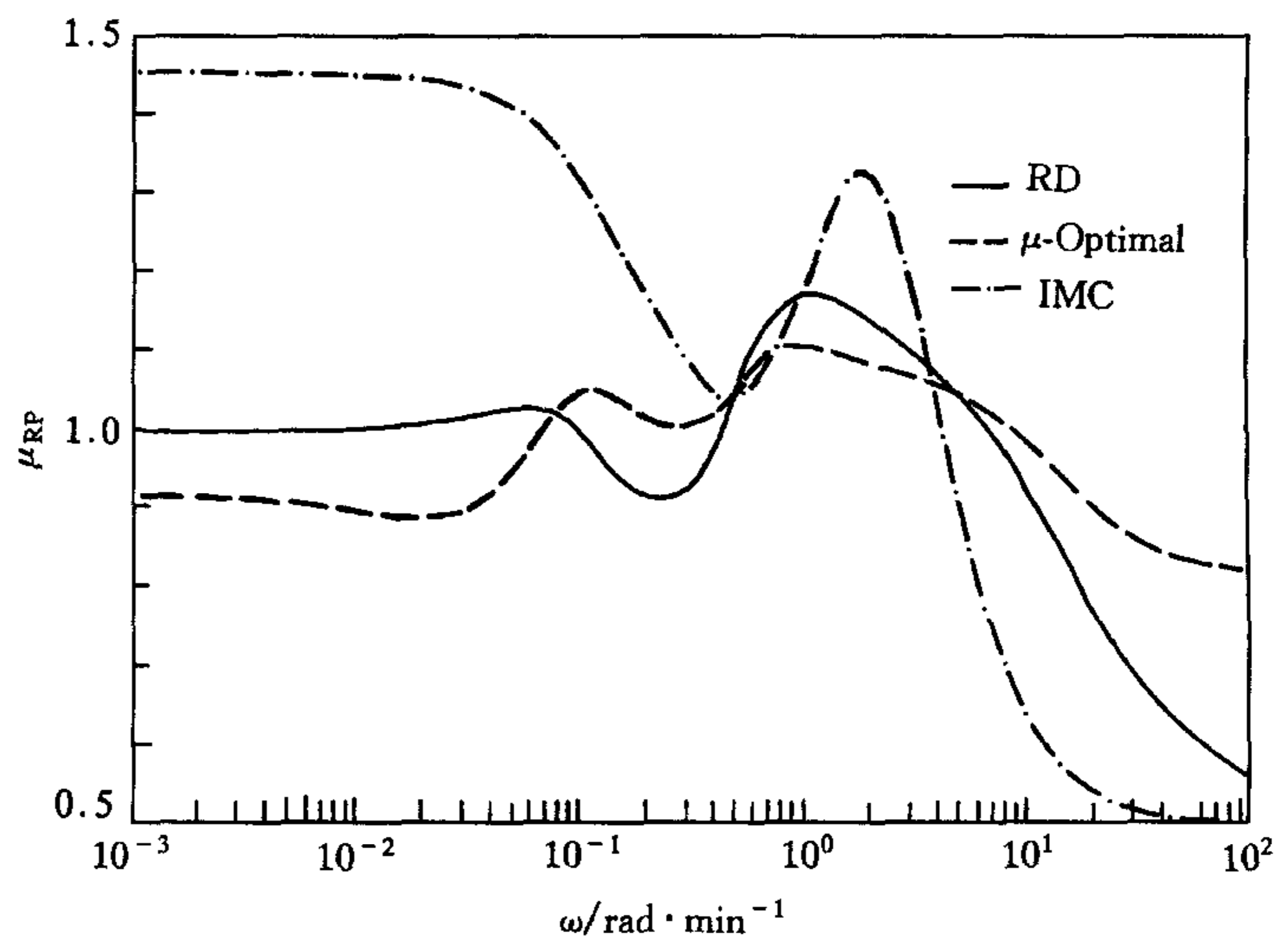


图 4 三种控制器的  $\mu_{RP}$  比较

环系统鲁棒性能的要求转化为关于控制器参数的约束,减少了控制器设计的盲目性;以设计方法逼近约束条件,有利于得到低阶控制器. 仿真结果表明,基于本方法的控制器鲁棒性能接近  $\mu$ -最优控制器,而远优于 IMC. 至此,我们得到了一种新的有效的鲁棒控制器设计方法.

### 参 考 文 献

- 1 Freudenberg J S, Looze D P. The relation between open-loop and closed-loop properties of multivariable feedback systems. *IEEE Trans. Autom Control*, 1986, **AC-31**(4): 333—340
- 2 Nett C N, Manousiouthakis V. Euclidean condition and block relative gain: connections, conjectures and clarifications. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1987, **AC-32**(5): 405—407
- 3 Skogestad S, Morari M, Doyle J C. Robust control of ill-conditioned plants; high-purity distillation. *IEEE Trans. Autom Control*, 1988, **AC-33**(12): 1092—1105
- 4 陈苏平, 孙优贤, 周春晖. 多变量过程的鲁棒解耦. 自动化学报, 1995, **21**(2): 214—220
- 5 陈苏平, 孙优贤. 反标架规范化控制器的鲁棒性能. 自动化学报, 1998, **24**(1): 113—118
- 6 Doyle J C, Stein G. Multivariable feedback design: concepts for a classical/modern systems. *IEEE Trans. Autom Control*, 1981, **AC-26**(1): 4—16
- 7 Freudenberg J S, Looze D P. Frequency domain properties of scalar and multivariable feedback systems. Lecture Notes in Control and Information Sciences, **104**, New York: Springer-Verlag, 1988
- 8 Skogestad S, Morari M. Control of ill-conditioned plants; high purity distillation. *AIChE Annual Meeting*, Miami Beach, Florida, 1986
- 9 Morari M, Zafiriou E. Robust Process Control. Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1989

## LOWER-ORDER ROBUST DECOUPLER DESIGN

CHEN SUPING    SUN YOUXIAN

(Institute of Industrial Control, State Key Lab. of Industrial Control Technology,  
Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**Abstract** A lower-order robust decoupler design method is developed, which perfectly tackles the interaction and directionality of a multivariable system. The design procedure is composed of two steps: first turn the requirement of robust performance of a closed-loop system into constraints on the decoupler's parameters, then let the decoupler approach these constraints, resulting in a lower-order controller. Simulations have demonstrated that the robust performance of the controller based on this method is similar to that of the  $\mu$ -optimal controller, and is obviously superior to that of the internal model controller (IMC).

**Key words** Robust control, decoupling control, lower-order controller, design method.